

فتوگرامتری ۴

مثلث بندی هوایی:

اتصال و تعدیل همزمان مدل ها

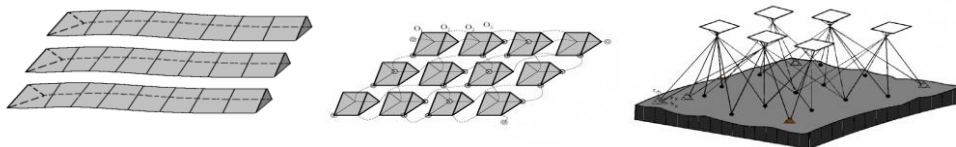
## Independent Model Adjustment (مثلث بندی به روش مدل مستقل)

Roya Esmaili, PhD student of GIS

University of Tehran

Email: [roya.esmaili@gmail.com](mailto:roya.esmaili@gmail.com)

2016



### مقدمه

► هدف در این قسمت

► اتصال مدل ها برای تشکیل بلوک در قالب مدل سرشکنی خطاها (توجیه مطلق همزمان همه مدل ها)

► بررسی انتشار خطا در بلوک

معادله ریاضی مورد استفاده: انتقال مختصات سه بعدی (۷ پارامتری)  
(3D conformal transformation or similarity transformation)

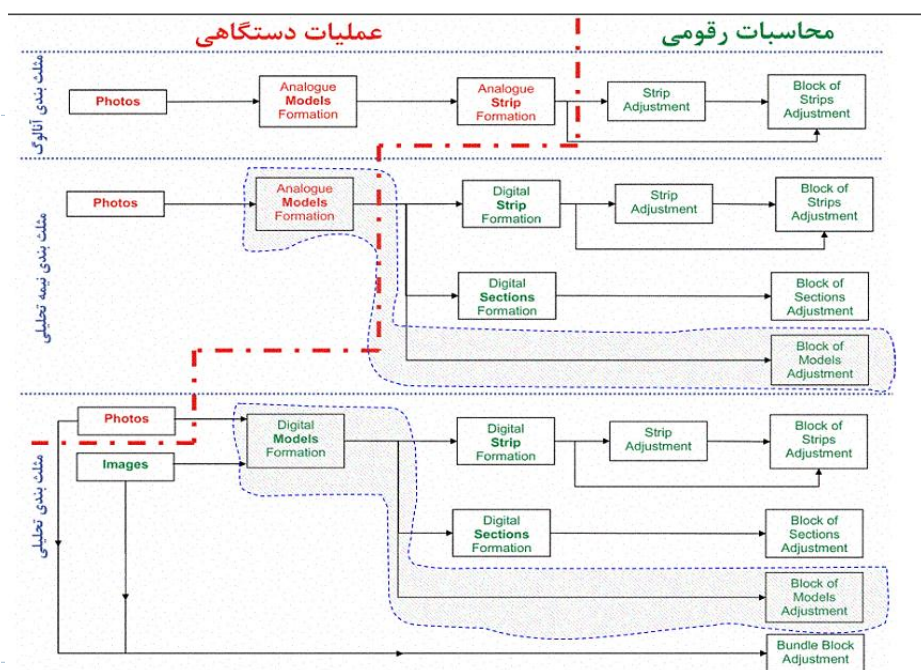
$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_G = \lambda \cdot R_{Az, \Phi, \Omega} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} X_t \\ Y_t \\ Z_t \end{bmatrix}$$

این معادله (برخلاف چندجمله‌ایهای مورد استفاده در روش باند پیوسته) برای چهار پارامتر غیر خطی است. واحد کاری مثلث‌بندی هوایی در روش مدل مستقل، مدل فتوگرامتری است. در حالیکه واحد کاری روشهای باند پیوسته، باند بود.

مختصات قرائت شده برای هر نقطه در هر مدل، در سیستم مختصات دلخواه آن مدل است. در حالیکه در روشهای باند پیوسته، سیستم مختصات هر باند باید بر سیستم مختصات زمینی منطبق شده باشد.

مدلها ممکن است در یک دستگاه تبدیل مکانیکی و یا تحلیلی تشکیل شده باشند (استریومدل واقعی) و یا به صورت تحلیلی (با محاسبات توجیه نسبی و تقاطع فضایی تحلیلی بر اساس پارامترهای توجیه نسبی) تشکیل شده باشند. به هر حال آنچه برای شروع مثلث‌بندی مدل مستقل داریم، مختصات نقاط کنترل و گرهی در سیستم مختصات هر مدل است.

3



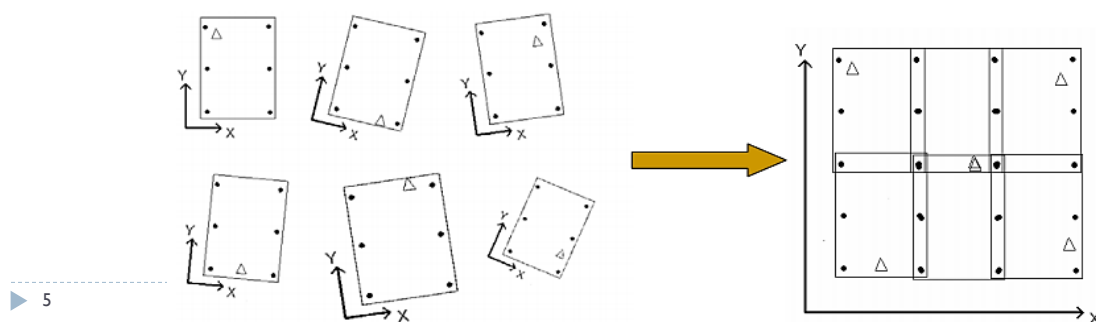
4

## سرشکنی بلوک فتوگرامتری حاصل از مدل‌های مستقل

همانطور که در فلوجارت مثلث‌بندی دیده می‌شود، سرشکنی بلوک حاصل از مدل‌های مستقل، در مثلث‌بندی نیمه تحلیلی و تحلیلی هم استفاده می‌شود.

در این بخش نیز مطالب بر اساس نیمه تحلیلی و یا تحلیلی بودن روش مثلث‌بندی تنظیم نشده است. به عبارت دیگر مطالب این بخش به همین صورت در هر دو روش فوق استفاده می‌شوند.

همانطور که در مقدمه نیز گفته شد، واحد مبنای کار در این روش مثلث‌بندی، مدل فتوگرامتری با سیستم مختصات مستقل است (مدل مستقل).



5

### الف - معادله مشاهده خطی شده ۷ پارامتری

معادله انتقال مختصات سه بعدی برای استفاده در سرشکنی باید ابتدا خطی شود. شکل خطی شده معادله به صورت زیر است:

$$\begin{bmatrix} x & 0 & z & -y & 1 & 0 & 0 \\ y & -z & 0 & x & 0 & 1 & 0 \\ z & y & -x & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \lambda \\ \Delta\Omega \\ \Delta\Phi \\ \Delta Az \\ X_t \\ Y_t \\ Z_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_G$$

6

ب- معادله مشاهده نقاط کنترل کامل (۷ پارامتری)

$$\begin{bmatrix} x & 0 & z & -y & 1 & 0 & 0 \\ y & -z & 0 & x & 0 & 1 & 0 \\ z & y & -x & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^{i,j} \cdot \begin{bmatrix} \lambda \\ \Delta\Omega \\ \Delta\Phi \\ \Delta Az \\ X_t \\ Y_t \\ Z_t \end{bmatrix}^i = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_G^j$$

$$A_{i,j} \cdot P_i + 0 = C_j$$

► 7

پ- معادله مشاهده نقاط کنترل مسطحاتی (۷ پارامتری)

نقطه کنترل مسطحاتی، مختصات X و Y معلوم و Z مجهول دارد.

$$\begin{bmatrix} x & 0 & z & -y & 1 & 0 & 0 \\ y & -z & 0 & x & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}^{i,j} \cdot \begin{bmatrix} \lambda \\ \Delta\Omega \\ \Delta\Phi \\ \Delta Az \\ X_t \\ Y_t \\ Z_t \end{bmatrix}^i = \begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix}_G^j \longrightarrow A_{i,j}^{(1)} \cdot P_i + 0 = \begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix}_G^j$$

$$\begin{bmatrix} z & y & -x & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^{i,j} \cdot \begin{bmatrix} \lambda \\ \Delta\Omega \\ \Delta\Phi \\ \Delta Az \\ X_t \\ Y_t \\ Z_t \end{bmatrix}^i - [Z]_G^j = 0 \longrightarrow A_{i,j}^{(2)} \cdot P_i - Z_G^j = 0$$

► 8

ت- معادله مشاهده نقاط کنترل ارتفاعی (۷ پارامتری)

نقطه کنترل ارتفاعی، مختصات Z معلوم و X و Y مجهول دارد.

$$\begin{bmatrix} x & 0 & z & -y & 1 & 0 & 0 \\ y & -z & 0 & x & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}^{i,j} \cdot \begin{bmatrix} \lambda \\ \Delta\Omega \\ \Delta\Phi \\ \Delta Az \\ X_t \\ Y_t \\ Z_t \end{bmatrix}^i - \begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix}_G^j = 0 \longrightarrow A_{i,j}^{(1)} \cdot P_i - I \cdot \begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix}_G^j = 0$$

$$\begin{bmatrix} z & y & -x & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^{i,j} \cdot \begin{bmatrix} \lambda \\ \Delta\Omega \\ \Delta\Phi \\ \Delta Az \\ X_t \\ Y_t \\ Z_t \end{bmatrix}^i = [Z]_G^j \longrightarrow A_{i,j}^{(2)} \cdot P_i + 0 = Z_G^j$$

► 9

ث- معادله مشاهده نقاط گرهی (۷ پارامتری)

$$\begin{bmatrix} x & 0 & z & -y & 1 & 0 & 0 \\ y & -z & 0 & x & 0 & 1 & 0 \\ z & y & -x & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^{i,j} \cdot \begin{bmatrix} \lambda \\ \Delta\Omega \\ \Delta\Phi \\ \Delta Az \\ X_t \\ Y_t \\ Z_t \end{bmatrix}^i - \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_G^j = 0$$

$$A_{i,j} \cdot P_i - I \cdot C_j = 0$$

► 10

### ج- معادلات مشاهدات مثلث‌بندی مدل مستقل ۷ پارامتری

معادلات به هر شکل که باشند، مطابق فرم کلی معادلات مشاهدات در مثلث‌بندی هوایی فصل قبل هستند. در محاسبات ماتریسی، می‌توان از معادلات نرمال کاهش یافته نیز استفاده نمود.

$$\left. \begin{array}{l}
 \text{کنترل کامل} \longrightarrow A_{i,j}.P_i + 0 = C_j \\
 \text{گرهی} \longrightarrow A_{i,j}.P_i - I.C_j = 0 \\
 \text{سطحانی} \longrightarrow \left\{ \begin{array}{l} A_{i,j}^{(1)}.P_i + 0 = \begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix}_G^j \\ A_{i,j}^{(2)}.P_i - Z_G^j = 0 \end{array} \right\} A_{i,j}.P_i - I^{(2)}.C_j^{(2)} = C_j^{(1)} \\
 \text{ارتفاعی} \longrightarrow \left\{ \begin{array}{l} A_{i,j}^{(1)}.P_i - I.\begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix}_G^j = 0 \\ A_{i,j}^{(2)}.P_i + 0 = Z_G^j \end{array} \right\} A_{i,j}.P_i - I^{(1)}.C_j^{(1)} = C_j^{(2)}
 \end{array} \right\} AP + B.C = E$$

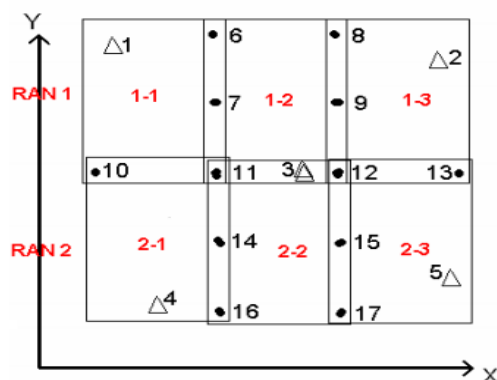
► 11

ابعاد ماتریسی برای این روش به سادگی از معادلات فوق و جدول روابط داخلی بلوک (که تکرار نقاط در مدلها را نشان می‌دهد) قابل محاسبه است.

به سادگی می‌توان دید که:

- هر نقطه کنترل کامل که در  $n$  مدل حضور داشته باشد،  $3n$  معادله و یک مجهول اضافه می‌کند.
- هر نقطه کنترل سطحانی که در  $n$  مدل حضور داشته باشد،  $3n$  معادله و یک مجهول اضافه می‌کند.
- هر نقطه کنترل ارتفاعی که در  $n$  مدل حضور داشته باشد،  $3n$  معادله و دو مجهول اضافه می‌کند.
- هر نقطه گرهی که در  $n$  مدل حضور داشته باشد،  $3n$  معادله و سه مجهول اضافه می‌کند.

برای مثال در شکل زیر:



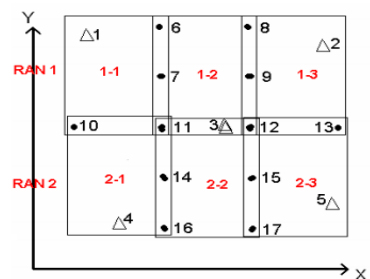
► 12

| ID  | Type    | Model in which it appears |     |     |     |     |     | Ft |
|-----|---------|---------------------------|-----|-----|-----|-----|-----|----|
| 1   | control | 1-1                       |     |     |     |     |     | 1  |
| 2   | control |                           |     | 1-3 |     |     |     | 1  |
| 3   | plan    |                           | 1-2 |     |     | 2-2 |     | 2  |
| 4   | height  |                           |     |     | 2-1 |     |     | 1  |
| 5   | control |                           |     |     |     |     | 2-3 | 1  |
| 6   | Tie     | 1-1                       | 1-2 |     |     |     |     | 2  |
| 7   | Tie     | 1-1                       | 1-2 |     |     |     |     | 2  |
| 8   | Tie     |                           | 1-2 | 1-3 |     |     |     | 2  |
| 9   | Tie     |                           | 1-2 | 1-3 |     |     |     | 2  |
| 10  | Tie     | 1-1                       |     |     | 2-1 |     |     | 2  |
| 11  | Tie     | 1-1                       | 1-2 |     | 2-1 | 2-1 |     | 4  |
| 12  | Tie     |                           | 1-2 | 1-3 |     | 2-2 | 2-3 | 4  |
| 13  | Tie     |                           |     | 1-3 |     |     | 2-3 | 2  |
| 14  | Tie     |                           |     |     | 2-1 | 2-2 |     | 2  |
| 15  | Tie     |                           |     |     |     | 2-2 | 2-3 | 2  |
| 16  | Tie     |                           |     |     | 2-1 | 2-2 |     | 2  |
| 17  | Tie     |                           |     |     |     | 2-2 | 2-3 | 2  |
| SUM |         | 5                         | 7   | 5   | 5   | 7   | 5   | 34 |

13

۳×۳۴ معادله می توان نوشت.  
 $۳ \times ۱۲ + ۷ \times ۶ + ۱ + ۲$  مجهول نیز داریم.

درجه آزادی برابر ۲۱ خواهد بود.



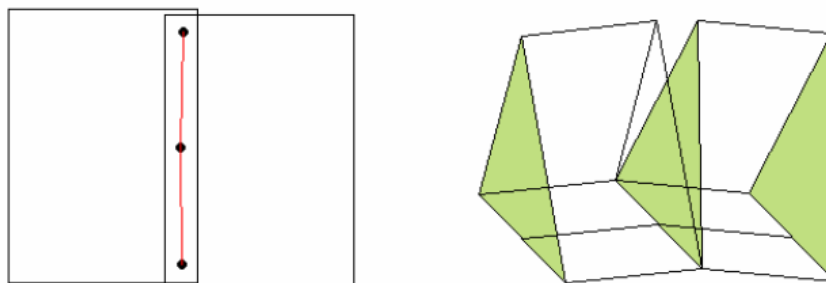
|           | 1-1        | 2-1 | 1-2 | 2-2 | 1-3 | 2-3 | 6  | 7  | 8  | 9  | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 3                 | 4 |
|-----------|------------|-----|-----|-----|-----|-----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|-------------------|---|
| Model 1-1 | $A_{1,1}$  | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0                 | 0 |
|           | $A_{1,6}$  | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | -1 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0                 | 0 |
|           | $A_{1,7}$  | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0  | -1 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0                 | 0 |
|           | $A_{1,10}$ | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0  | 0  | 0  | 0  | -1 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0                 | 0 |
|           | $A_{1,11}$ | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | -1 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0                 | 0 |
| Model 2-1 | $A_{2,4}$  | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | -1 <sup>(1)</sup> | 0 |
|           | $A_{2,10}$ | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0  | 0  | 0  | 0  | -1 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0                 | 0 |
|           | $A_{2,11}$ | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | -1 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0                 | 0 |
|           | $A_{2,14}$ | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | -1 | 0  | 0  | 0  | 0                 | 0 |
|           | $A_{2,16}$ | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | -1 | 0  | 0                 | 0 |
| Model 1-2 | $A_{3,3}$  | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | -1 <sup>(2)</sup> | 0 |
|           | $A_{3,6}$  | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | -1 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0                 | 0 |
|           | $A_{3,7}$  | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0  | -1 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0                 | 0 |
|           | $A_{3,8}$  | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0  | 0  | -1 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0                 | 0 |
|           | $A_{3,9}$  | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0  | 0  | 0  | -1 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0                 | 0 |
| ...       | $A_{3,11}$ | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | -1 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0                 | 0 |
|           | $A_{3,12}$ | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | -1 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0                 | 0 |
|           | $C_1$      | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0                 | 0 |
|           | $C_2$      | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0                 | 0 |
|           | $C_3$      | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0                 | 0 |

14

## طرح دو مشکل و راه حل آنها در مثلث‌بندی مدل مستقل

### الف - مشکل اول : اتصال ضعیف دو مدل مجاور

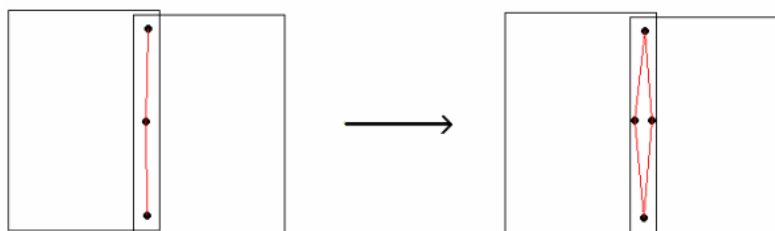
اگر منطقه مشترک بین دو مدل مجاور از یک باند عکسبرداری را در نظر بگیریم، خواهیم دید که این فصل مشترک برای اتصال دو مدل، طوری که نسبت به هم دوران  $\Phi$  نداشته باشند، کافی نیست. این موضوع در تصاویر نشان داده شده است. فصل مشترک با سه نقطه گرهی خود در سرشکنی وارد می‌شود که این سه نقطه تقریباً روی یک خط در امتداد محور دوران  $\Phi$  قرار دارند.



15

برای حل این مشکل معمولاً به دو روش عمل می‌شود :

مطابق شکل، در روش اول به جای یک نقطه در میانه منطقه مشترک دو مدل، دو نقطه در این منطقه انتخاب می‌شود تا چهار نقطه حاصل روی یک امتداد قرار نگیرند. نکته قابل توجه آن است که معمولاً یافتن دو نقطه مناسب در آن محدوده کار مشکلی است و همچنین این روش به دلیل نزدیک بودن لوزی حاصل به یک خط، تاثیر زیادی در حل مشکل ندارد. بنابراین روش چندان مناسبی نیست.

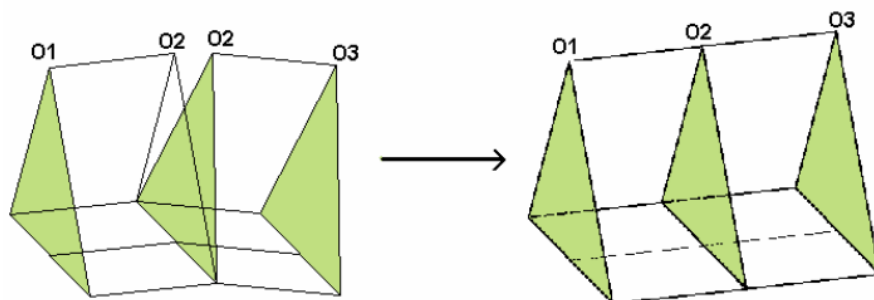


اگر می‌توانستیم منطقه مشترک بین دو مدل را افزایش دهیم و نقطه‌ای در فاصله دور از نقاط گرهی دیگر بگیریم، این مشکل به طور کامل حل می‌شد. روش دوم بر این اساس است که منطقه مشترک بین دو مدل را از نظر ارتفاعی و نه مسطحاتی در نظر بگیریم.

16



همان طور که در تصویر دیده می‌شود، یکی از مراکز تصویر هر دو مدل مجاور (در امتداد باند پرواز) در واقع یک نقطه است که هر دو مدل در آن مشترک هستند.



معادله مرکز تصویر بر اساس مختصات آن در هر مدل نوشته می‌شود. این معادله درست شبیه معادله یک نقطه گرهی است. در واقع مرکز تصویر مشترک دو مدل، یک نقطه گرهی با مختصات زمینی مجهول است.

بنابر این، مختصات مراکز تصویر در سیستم مختصات مدل نیز باید به همراه بقیه نقاط گرهی قرائت شود.

► 17

### ب- مشکل دوم: مسأله مقادیر تقریبی

به دلیل استفاده از روابط خطی شده برای مثلث‌بندی به روش مدل مستقل، برای شروع حلقه تکرار اجسمنت، به مقادیر تقریبی پارامترها نیاز داریم. (بر خلاف روش باند پیوسته)

راه حل دیگری نیز برای حل این مشکل وجود دارد که ساده‌تر و اجرایی‌تر است. مشابه توجیه مطلق تحلیلی که حل M43 به جای M7 استفاده می‌شد، در مثلث‌بندی مدل مستقل نیز می‌توان از حل ۳+۴ پارامتری به جای حل ۷ پارامتری استفاده نمود. توضیح این روش در ادامه آمده است.

► 18

سرشکنی بلوک فتوگرامتری حاصل از مدل‌های مستقل در دو مرحله  
(مسطحاتی ۴ پارامتری و ارتفاعی ۳ پارامتری)

الف - معادله ریاضی تبدیل مختصات مسطحاتی (تبدیل چهار پارامتری)

$$\begin{bmatrix} x & -y & 1 & 0 \\ y & x & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a \\ b \\ X_t \\ Y_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix}_G$$

► 19

این روابط برای نقاط تقریباً هم ارتفاع سطح مدل نوشته و محاسبه می‌شوند و مراکز تصویر در این محاسبه استفاده نمی‌شود (چون ارتفاع زیاد مراکز تصویر و حل نشده بودن  $\Omega$  و  $\Phi$  باعث خطای زیاد در مختصات مراکز تصویر شده است).

نکته مهم این است که برای محاسبه  $\lambda$  و  $Az$  و  $X_t$  و  $Y_t$  توسط رابطه فوق، نیازی به دانستن مقادیر تقریبی نیست زیرا این رابطه خطی است.

پس از محاسبه  $\lambda$  و  $Az$  و  $X_t$  و  $Y_t$  توسط رابطه فوق، همه نقاط مورد استفاده در مثلث‌بندی باید تبدیل مختصات مسطحاتی شوند. به عبارت دیگر، رابطه زیر باید برای مختصات مدلی همه نقاط  $J$  (کنترل، گرهی و مرکز تصویر) در هر مدل  $A$  محاسبه شود.

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{new}^{i,j} = \begin{bmatrix} a & -b & 0 \\ b & a & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{a^2 + b^2} \end{bmatrix}^i \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{old}^{i,j} + \begin{bmatrix} X_t \\ Y_t \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2^*)$$

$(i,j)$  نشان می‌دهد که این تبدیل برای هر نقطه از هر مدل با پارامترهای همان مدل انجام می‌گیرد.

► 20

### ب- معادله ریاضی تبدیل مختصات ارتفاعی (برای سه پارامتر خارج از صفحه افقی)

پس از محاسبه و اعمال ۴ پارامتر محاسبه شده در مرحله قبل، اکنون با استفاده از تبدیل مختصات ۷ پارامتری، به رابطه مناسب برای تبدیل مختصات ارتفاعی می‌رسیم:

$$\begin{bmatrix} X - x \\ Y - y \\ Z - z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & z & 0 \\ -z & 0 & 0 \\ y & -x & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta\Omega \\ \Delta\Phi \\ Z_t \end{bmatrix} \quad (3^*)$$

برای نقاط گرهی تنها معادله سوم از دستگاه فوق (معادله زیر) استفاده می‌شود زیرا مختصات مسطحاتی تأثیر چندانی ندارند.

$$[Z - z] = [y \quad -x \quad 1] \cdot \begin{bmatrix} \Delta\Omega \\ \Delta\Phi \\ Z_t \end{bmatrix} \quad (4^*)$$

برای نقاط مراکز تصویر هر سه معادله استفاده می‌شوند.

21

پس از تعیین سه پارامتر ارتفاعی، همه مختصات نقاط در همه مدلها باید با دوران  $\Omega$  و  $\Phi$  و انتقال  $Z_t$  تصحیح شوند. به عبارت دیگر، همه نقاط مورد استفاده در مثلث‌بندی باید تبدیل مختصات ارتفاعی شوند. بنابراین رابطه زیر برای مختصات مدلی همه نقاط  $[J]$  (کنترل، گرهی و مرکز تصویر) در هر مدل  $i$  محاسبه می‌شود.

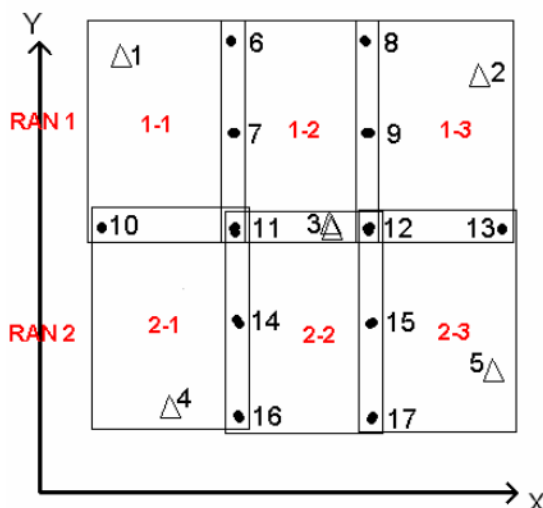
$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{new}^{i,j} = R_{\Omega,\Phi}^i \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{old}^{i,j} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ Z_t \end{bmatrix}^i \quad (5^*)$$

### ب- تکرار سرشکنی در روش ۳+۴ پارامتری

مراحل مثلث‌بندی مسطحاتی و ارتفاعی فوق باید تا رسیدن به شرط پایان سرشکنی ادامه یابد. در هر تکرار، ابتدا مثلث‌بندی مسطحاتی با نقاط کنترل و گرهی موجود (بدون دخالت مراکز تصویر) انجام می‌شود و سپس مختصات همه نقاط با پارامترهای حاصل، تبدیل می‌شوند. سپس مثلث‌بندی ارتفاعی با نقاط کنترل و گرهی و مراکز تصویر انجام می‌شود و سپس مختصات همه نقاط با پارامترهای حاصل، تبدیل می‌شوند. اکنون مختصات نقاط مشابه در مدل‌های متفاوت به هم نزدیکتر شده و مختصات مدلی نقاط کنترل نیز به مختصات زمینی این نقاط نزدیکتر شده است. در صورت نیاز این مراحل تکرار می‌شوند. معمولاً سه تکرار برای رسیدن به جواب کافی است.

22

مثال ۱: سرشکنی مسطحاتی بلوک حاصل از مدل‌های مستقل



23

| ID  | Type    | Model in which it appears |     |     |     |     |     | Ft |
|-----|---------|---------------------------|-----|-----|-----|-----|-----|----|
|     |         | M1                        | M3  | M5  | M2  | M4  | M6  |    |
| 1   | control | 1-1                       |     |     |     |     |     | 1  |
| 2   | control |                           |     | 1-3 |     |     |     | 1  |
| 3   | plan    |                           | 1-2 |     |     | 2-2 |     | 2  |
| 5   | control |                           |     |     |     |     | 2-3 | 1  |
| 6   | Tie     | 1-1                       | 1-2 |     |     |     |     | 2  |
| 7   | Tie     | 1-1                       | 1-2 |     |     |     |     | 2  |
| 8   | Tie     |                           | 1-2 | 1-3 |     |     |     | 2  |
| 9   | Tie     |                           | 1-2 | 1-3 |     |     |     | 2  |
| 10  | Tie     | 1-1                       |     |     | 2-1 |     |     | 2  |
| 11  | Tie     | 1-1                       | 1-2 |     | 2-1 | 2-1 |     | 4  |
| 12  | Tie     |                           | 1-2 | 1-3 |     | 2-2 | 2-3 | 4  |
| 13  | Tie     |                           |     | 1-3 |     |     | 2-3 | 2  |
| 14  | Tie     |                           |     |     | 2-1 | 2-2 |     | 2  |
| 15  | Tie     |                           |     |     |     | 2-2 | 2-3 | 2  |
| 16  | Tie     |                           |     |     | 2-1 | 2-2 |     | 2  |
| 17  | Tie     |                           |     |     |     | 2-2 | 2-3 | 2  |
| SUM |         | 5                         | 7   | 5   | 4   | 7   | 5   | 33 |

24

در سرشکنی مسطحاتی این بلوک:

نقطه کنترل ارتفاعی ۴ در سرشکنی مسطحاتی دخالت ندارد.

برای هر نقطه (کنترل یا گرهی) در هر مدل ۲ معادله مسطحاتی داریم.

تعداد معادلات =  $2 \times 33$

۴ مجهول مسطحاتی برای هر مدل داریم.

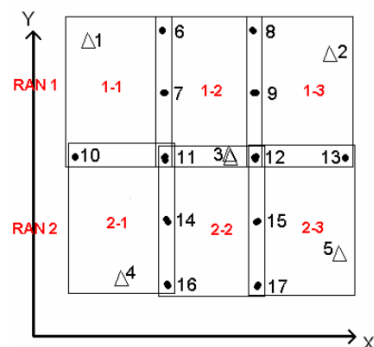
(P) = تعداد مجهولات پارامتر  $4 \times 6$

۲ مجهول برای هر نقطه گرهی داریم.

(C) = تعداد مجهولات مختصات  $2 \times 12$

درجه آزادی برابر ۱۸ خواهد بود.

ماتریس ضرایب  $66 \times 48$  و بردار مشاهدات ۶۶ سطر و بردار مجهولات ۴۸ سطر دارد.



$$\text{Control points : } A_{i,j} \cdot P_i + 0 = C_j$$

$$\text{Tie points : } A_{i,j} \cdot P_i - I \cdot C_j = 0$$

$$i = 1 \text{ to } 6$$

$$j = \text{control or tie \#}$$

$$M1 : i=1, j=1, 6,7,10,11 \quad f_1 = 1+4$$

$$M2 : i=2, j=10,11,14,16 \quad f_2 = 0+4$$

$$M3 : i=3, j=3, 6,7,8,9,11,12 \quad f_3 = 1+6$$

$$M4 : i=4, j=3, 11,12,14,15,16,17 \quad f_4 = 1+6$$

$$M5 : i=5, j=2, 8,9,12,13 \quad f_5 = 1+4$$

$$M6 : i=6, j=5, 12,13,15,17 \quad f_6 = 1+4$$

$$\text{Unknowns} = 6 \cdot 4 + 12 \cdot 2$$

$$\text{parameters} + \text{tie points coordinates}$$

$$\text{Equations} = (\sum f_i) \cdot 2 = 33 \cdot 2 = 66$$

$$df = 66 - (24+24) = 18$$

25

$$\underbrace{\begin{bmatrix} x & -y & 1 & 0 \\ y & x & 0 & 1 \end{bmatrix}}_{A_{i,j}} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} a \\ b \\ X_t \\ Y_t \end{bmatrix}}_{P_i} = \underbrace{\begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix}}_{C_j}$$

معادله مشاهده نقطه کنترل زد در مدل i

$$\underbrace{\begin{bmatrix} x & -y & 1 & 0 \\ y & x & 0 & 1 \end{bmatrix}}_{A_{i,j}} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} a \\ b \\ X_t \\ Y_t \end{bmatrix}}_{P_i} - \underbrace{I_{2 \times 2} \begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix}}_{B_{i,j} \cdot C_j} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

معادله مشاهده نقطه گرهي زد در مدل i

حروف بزرگ برای مختصات زمینی و حروف کوچک برای مختصات مدل

26



برای مراکز تصویر مشترک ۳ معادله مسطحاتی و ارتفاعی در هر مدل داریم و سه مجهول برای هر مرکز تصویر اضافه می‌شود.

| ID                  | Type | Model in which it appears |     |     |     |     |     | Ft   |
|---------------------|------|---------------------------|-----|-----|-----|-----|-----|------|
|                     |      | M1                        | M3  | M5  | M2  | M4  | M6  |      |
| 18                  | PC   | 1-1                       | 1-2 |     |     |     |     | 2    |
| 19                  | PC   |                           | 1-2 | 1-3 |     |     |     | 2    |
| 20                  | PC   |                           |     |     | 2-1 | 2-2 |     | 2    |
| 21                  | PC   |                           |     |     |     | 2-2 | 2-3 | 2    |
| SUM +<br>this table |      | 5+1                       | 6+2 | 5+1 | 5+1 | 6+2 | 5+1 | 32+8 |

بنابر این جدول مقابل باید به جدول روابط داخلی بلوک (صفحه قبل) با رعایت نوع نقاط اضافه شود.

۳×۸ معادله برای مراکز تصویر

۳×۴ مجهول برای مراکز تصویر

با داشتن مراکز تصویر درجه آزادی تغییر می‌کند. (برابر ۱۴)

ضمناً هر نقطه گرهی (مشترک بین n مدل) n معادله و همزمان یک مجهول اضافه می‌کند و هر مرکز تصویر ۳×۲ معادله و ۳ مجهول.

29

$$\left\{ \begin{array}{l} [y \quad -x \quad 1]^{i,j} \cdot \begin{bmatrix} \Delta\Omega \\ \Delta\Phi \\ Z_t \end{bmatrix}^i = [Z_j - z_{i,j}] \\ [y \quad -x \quad 1]^{i,j} \cdot \begin{bmatrix} \Delta\Omega \\ \Delta\Phi \\ Z_t \end{bmatrix}^i - Z_j = -z_{i,j} \\ \begin{bmatrix} 0 & z & 0 \\ -z & 0 & 0 \\ y & -x & 1 \end{bmatrix}^{i,j} \cdot \begin{bmatrix} \Delta\Omega \\ \Delta\Phi \\ Z_t \end{bmatrix}^i - I_{3 \times 3} \cdot \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_G = \begin{bmatrix} -x \\ -y \\ -z \end{bmatrix}^{i,j} \end{array} \right.$$

معادله مشاهده نقطه کنترل  
کامل یا ارتفاعی) ز در مدل i

$$A_{i,j} \cdot P_i = Z_j - z_{i,j}$$

معادله مشاهده نقطه گرهی ز در  
مدل i

$$A_{i,j} \cdot P_i - Z_j = -z_{i,j}$$

معادله مشاهده نقطه مرکز  
تصویر ز در مدل i

$$A_{i,j}^* \cdot P_i - I \cdot C_j = -c_{i,j}$$

30

Control points :  $A_{i,j}.P_i = Z_j - z_{i,j}$

Tie points :  $A_{i,j}.P_i - Z_j = -z_{i,j}$

Projection Centre point :  $A_{i,j}.P_i - I_{3*3}.C_j = -c_{i,j}$

$i = 1 \text{ to } 6$

$j = \text{control or tie \#}$

|      |                                   |               |
|------|-----------------------------------|---------------|
| M1 : | $i=1, j=1, 6,7,10,11, 18$         | $f_1 = 1+4+1$ |
| M2 : | $i=2, j=4, 10,11,14,16, 20$       | $f_2 = 1+4+1$ |
| M3 : | $i=3, j=6,7,8,9,11,12, 18,19$     | $f_3 = 0+6+2$ |
| M4 : | $i=4, j=11,12,14,15,16,17, 20,21$ | $f_4 = 0+6+2$ |
| M5 : | $i=5, j=2, 8,9,12,13, 19$         | $f_5 = 1+4+1$ |
| M6 : | $i=6, j=5, 12,13,15,17, 21$       | $f_6 = 1+4+1$ |

Unknowns =  $6*3 + 12*1 + 4*3$

parameters + tie points + PC points  
coordinates coordinates coordinates

Equations =  $32*1+8*3 = 56$

$df = 56 - (18+12+12) = 14$

31

## الگوریتم مثلث‌بندی ۳+۴ پارامتری

۱- قرائت (یا محاسبه) مختصات همه نقاط کنترل، گرهی و مرکز تصویر در هر مدل از بلوک (مختصات در سیستم مختصات مدل)

۲- ایجاد جدول روابط داخلی بلوک (با تفکیک مسطحاتی و ارتفاعی) و جدا کردن نقاط چک

۳- سرشکنی مسطحاتی بلوک (مشابه مثال ۱)

۴- انتقال مختصات مدلی همه نقاط در هر مدل با عناصر انتقال مختصات مسطحاتی که در مرحله ۳ برای هر مدل محاسبه شده (با استفاده از رابطه  $(2^*)$ )

۵- سرشکنی ارتفاعی بلوک (مشابه مثال ۲ و با مقادیر اولیه صفر برای مجهولات در عکسهای هوایی) با مختصات جدید محاسبه شده در مرحله ۴

۶- انتقال مختصات مدلی همه نقاط در هر مدل با عناصر انتقال مختصات ارتفاعی که در مرحله ۵ برای هر مدل محاسبه شده (با استفاده از رابطه  $(5^*)$ )

32