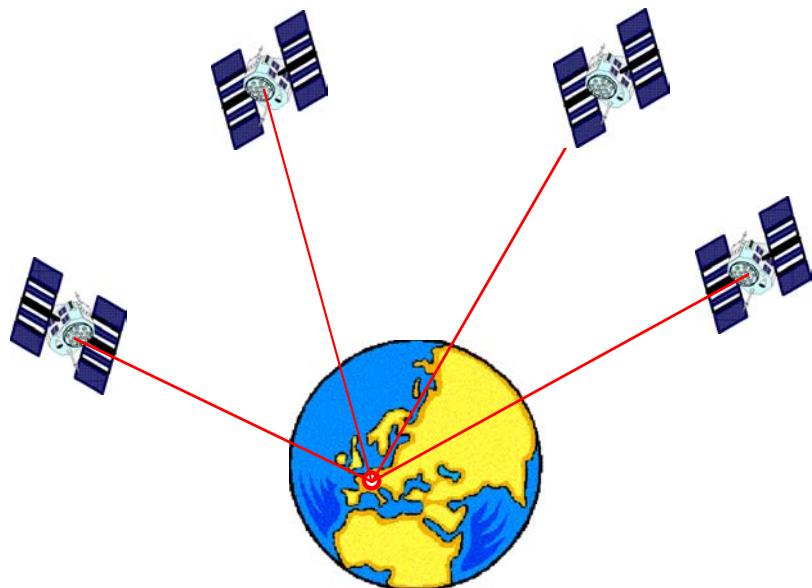


جزوه درسی

سامانه های تعیین موقعیت ماهواره ای در مهندسی نقشه برداری



تهیه کننده : یحیی جمیور

پاییز ۱۳۸۸

پیشگفتار

سامانه های تعیین موقعیت ماهواره ای GNSS، سامانه های ناوبری مبتنی بر فضا، ۲۴ ساعته و دارای قابلیت کارکرد در تمام شرایط آب و هوایی هستند که عموماً توسط کشورهای توسعه یافته سرمایه گذاری، طراحی، راه اندازی و مدیریت می شوند. نمونه موفق این نوع سامانه ها، سامانه GPS بود که از اواسط ۱۹۹۳ بطور کامل عملیاتی شد و بهبود قابل ملاحظه ای در ناوبری و تعیین موقعیت بوجود آورد. هرچند در دهه ۱۹۸۰ نیز سامانه GPS قبل از تکامل آرایش فضایی خود در خیلی از کشورها برای مقاصد نقشه برداری کنترلی بمیزان خوبی معرفی و بکار گرفته شد. برخلاف مقاصد اولیه نظامی طراحی و راه اندازی GPS، اولین استفاده غیر نظامی از این سامانه در زمینه نقشه برداری کنترلی و شبکه های ژئودزی اتفاق افتاد.

امروزه فناوری نقشه برداری با GNSS بطور کامل جایگزین فناوری هایی نظیر تعیین موقعیت ماهواره ای داپلر و حتی فاصله یاب های الکترونیکی با برد بلند در شبکه های ژئودزی کلاسیک درجه یک گردیده است. البته بکارگیری GNSS در سایر کاربردها مانند نقشه برداری کاداستر، تopoگرافی و مهندسی راه و ساختمان بیش از پیش متداول شده است. همچنین هزینه های مربوط به تولید و استفاده از GNSS نیز بطور قابل ملاحظه ای نسبت به قبل کاهش یافته است و این روند همچنان ادامه دارد تا جائیکه پیش بینی می شود تمام مهندسین نقشه بردار از آن برای اجرای اهداف خود استفاده نمایند.

بر اساس تجربه آموزشی نگارنده جزو در دانشگاه ها و مراکز مختلف آموزش عالی و محتوای کتب موجود در زمینه GNSS، مطالبی که در این کتاب در نظر گرفته شده اند به شرح ذیل در ۹ فصل دسته بندی شده اند.

- ژئودزی ماهواره ای و سیر تکوینی آن
- برخی سامانه های ژئودزی ماهواره ای
- دستگاه های مرجع مختصات و زمان
- مدارات، سیگنال ها و مشاهدات ماهواره ای
- منابع خطاهای و روش های مقابله با آنها
- مدل های ریاضی تعیین موقعیت ماهواره ای و پردازش داده ها
- گیرنده ها و نرم افزار های پردازش داده های ماهواره ای

▪ معرفی برخی سامانه های تعیین موقعیت ماهواره ای

▪ کاربردهای سامانه های تعیین موقعیت ماهواره ای

نگارنده امیدوار است این جزو موجب رضایت کلیه خوانندگان محترم بویژه دانشجویان عزیز قرار بگیرد و با این وسیله توانسته باشد خدمتی هر چند کوچک در جهت توسعه و ابتلاء مهندسی نقشه برداری به علاقمندان و دانش پژوهان و جامعه دانشگاهی رشته مهندسی نقشه برداری کرده باشد.

یحیی جمور

فصل اول

ژئودزی ماهواره ای و سیر تکوینی آن

ژئودزی فضایی

ژئودزی عبارتست از علم اندازه گیری و تعیین شکل و ابعاد زمین، میدان ثقل زمین و بررسی تغییرات زمانی آنها [1]. بنا به این تعریف یکی از وظایف اصلی ژئودزین ها و مهندسین نقشه بردار تعیین مختصات نقاط واقع بر سطح زمین و تغییرات زمانی آنهاست.

امروزه ژئودزی ماهواره ای، فناوری های مشاهداتی و محاسباتی مربوط به حل مسائل تعیین موقعیت را با استفاده از مشاهدات دقیق ماهواره های مصنوعی دگرگون ساخته است. ژئودزی فضایی صورت کلی تری از ژئودزی ماهواره ای است که در آن علاوه بر ماهواره های مصنوعی از ماه، سیارات، امواج رادیویی ستاره ها و کوازرهای نیز استفاده می شود. با توجه به تعریف ژئودزی اهداف عمده ژئودزی ماهواره ای عبارتند از:

- تعیین دقیق مختصات سه بعدی در مقیاس های جهانی، منطقه ای و محلی،
- تعیین میدان ثقل زمین،
- اندازه گیری و مدلسازی پدیده های ژئودینامیکی نظیر حرکت قطبی، دوران زمین و تغییرشکل پوسته ای زمین.

لازم به توضیح است که در حال حاضر سامانه های تعیین موقعیت ماهواره ای بویژه سامانه تعیین موقعیت جهانی GNSS نقش بسزایی در موارد فوق ایفا می کند.

مفاهیم اساسی در ژئودزی ماهواره ای

ماهواره های مصنوعی در ژئودزی ماهواره ای به دو صورت ممکن است مورد استفاده قرار گیرند:

- (۱) نشانه های هندسی قرار گرفته در ارتفاع مداری بالا و قابل رویت در فواصل بلند
- (۲) حسگرهای میدان ثقل زمین

ارتباط بین ایستگاههای مشاهداتی و ماهواره ها نیز در سه روش دسته بندی شده اند که عبارتند از:

(1) روشهای زمین به فضا (مانند SLR, TRANSIT, GNSS)

(2) روشهای فضا به زمین (مانند Radar Altimetry, InSAR)

(3) روشهای فضا به فضا (مانند ردیابی ماهواره به ماهواره)

تاریخچه توسعه ژئودزی ماهواره ای

آنچه در طی چند دهه اخیر با بهره گیری از ماهواره های تعیین موقعیت بدست آمده است، انقلابی بزرگ در ژئودزی و سایر رشته های علوم زمین بوده است. سرعت بکارگیری و توسعه سامانه های تعیین موقعیت ماهواره ای پس از جنگ جهانی دوم با پیشرفت علوم و فنون بویژه در حوزه فیزیک و الکترونیک دچار یک انقلاب و دگرگونی شگرف شد. مطابق بندهای زیر این تکامل از سال ۱۹۵۸ با مطالعه و توسعه روشهای مورد نظر شروع و در حال حاضر با طراحی و ساخت سامانه هایی نظیر گالیله با شتابی وصف ناپذیر ادامه دارد [2].

• ۱۹۵۸ الی ۱۹۷۰: توسعه روشهای اساسی در مشاهدات و محاسبات ماهواره ای

SLR, TRANSIT • ۱۹۷۰ الی ۱۹۸۰: پژوهه های علمی و فناوری های جدید مشاهداتی نظیر Satellite Altimetry

• ۱۹۸۰ الی ۱۹۹۳: استفاده عملی از فناوری های ماهواره ای در ژئودزی، ژئodynامیک و نقشه برداری و جایگزینی روشهای نجومی با GPS

• ۱۹۹۳ تا کنون: توسعه کاربری های GNSS، ارتفاع سنج ها، SAR، TOPEX، ERS-I، ERS-II، ENVISAT، طراحی و راه اندازی سامانه گالیله و ...

ایران نیز مانند سایر کشورها در زمینه یادگیری دانش ژئودزی ماهواره ای و بکارگیری آن در تعیین موقعیت و ناوبری تلاش های قابل توجهی انجام داده است که مختصرا به سابقه تاریخی آن اشاره می شود. در واقع سابقه استفاده از سامانه های تعیین موقعیت ماهواره ای در ایران به سال ۱۳۶۶ بر می گردد که شبکه ای از نقاط کنترل در سطح کشور طراحی و برای اولین بار با بهره گیری از سامانه تعیین موقعیت جهانی GPS اندازه گیری شد [3]. در این شبکه تعداد ۳۸ ایستگاه از ایستگاههای شبکه ماهواره ای با شبکه ژئودزی کلاسیک مشترک بودند. گیرنده های مورد استفاده در این اندازه گیری ها ۳ دستگاه گیرنده WM101 ساخت

شرکت لایکا از اولین نسل گیرنده های GPS بودند. اندازه گیری ایستگاه های این شبکه از شهریور ۱۳۶۷ شروع شد و تا اواخر پاییز ۱۳۶۹ ادامه یافت. از مجموع ایستگاه های طراحی شده تعداد ۲۴۲ ایستگاه مورد اندازه گیری قرار گرفتند [3]. نگاره ۱ شبکه ژئودزی ماهواره ای درجه یک کشور را که طی سالهای ۱۳۶۷ تا ۱۳۶۹ اندازه گیری شده است، نشان می دهد [4].



نگاره ۱ - شبکه ژئودزی ماهواره ای درجه یک [4]

اندازه گیری ها در ژئودزی ماهواره ای

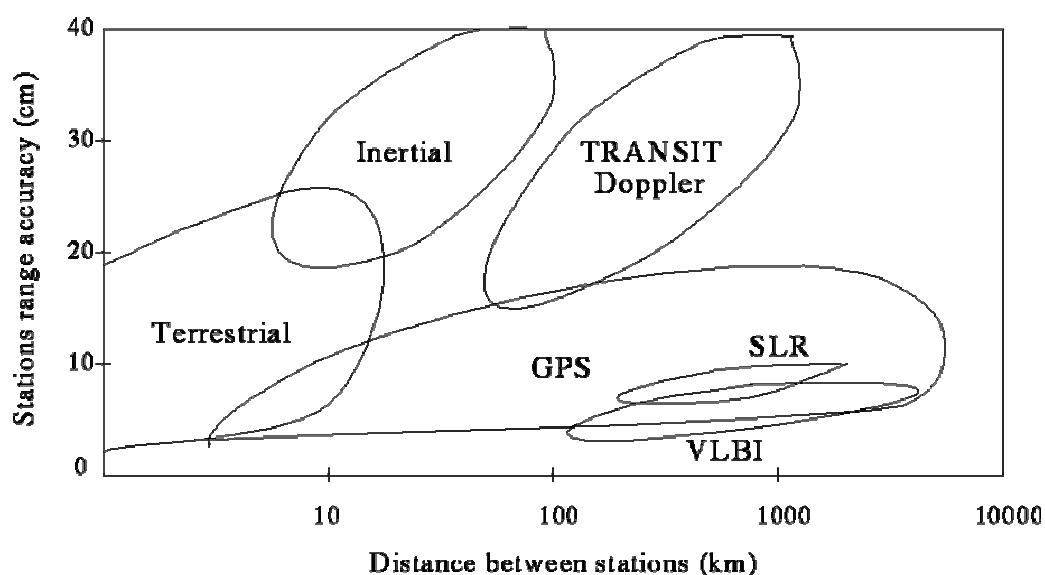
آنچه از آن به عنوان مشاهدات ژئودزی ماهواره ای در تعیین موقعیت یاد می شود، معمولا مشاهدات طولی مبتنی بر ماهواره های مصنوعی واقع در فضا است که به دو روش متمایز هندسی و دینامیکی بدست می آیند. در روش هندسی ماهواره ها به عنوان یک هدف هندسی معلوم در فضا قرار گرفته اند و از ایستگاه های زمینی مورد مشاهده قرار می گیرند که منجر به تعیین موقعیت می شود. در روش دینامیکی، حرکت ماهواره

تابعی از میدان ثقل زمین است و با توجه به ارتباط بین مشاهدات حاصل از این روش و مختصات ایستگاه های مورد اندازه گیری می توان به موضوع تعیین موقعیت پرداخت.

کاربردهای ژئودزی ماهواره ای

امروزه ژئودزی ماهواره ای در موارد زیادی بسته به فواصل بین ایستگاه ها و دقت مورد نیاز (شکل ۱-۱) از کارهای عمومی و عادی گرفته تا موضوعات تحقیقی و دقیق مطرح و مورد استفاده قرار می گیرد. بخشی از این کاربردها به شرح زیر به آنها اشاره می شود [5].

- ایجاد شبکه های مرجع مختصات جهانی، منطقه ای و ملی
- بررسی رفتار پوسته زمین و مسایل ژئودینامیکی
- امور ناویگری و تهییه نقشه
- کنترل پایداری سازه ها و بناهای مهم
- مشارکت در اندازه گیری ها و پایش های جوی



نگاره ۲- دقت تعیین موقعیت ماهواره ای بر حسب فاصله بین ایستگاه ها [5]

فصل دوم

آشنایی با برخی سامانه های تعیین موقعیت ماهواره ای

سامانه های تعیین موقعیت ماهواره ای بر پایه آن دسته از ماهواره هایی که در حال چرخش به دور زمین هستند و با کمک دریافت امواج ارسالی یا انعکاسی از آنها در گیرنده ها، موقعیت نقاط تعیین می شوند، تعریف می شود. سابقه ایجاد این نوع سامانه ها به دهه ۱۹۷۰ میلادی بر می گردد که در ادامه به برخی از آنها اشاره می شود.

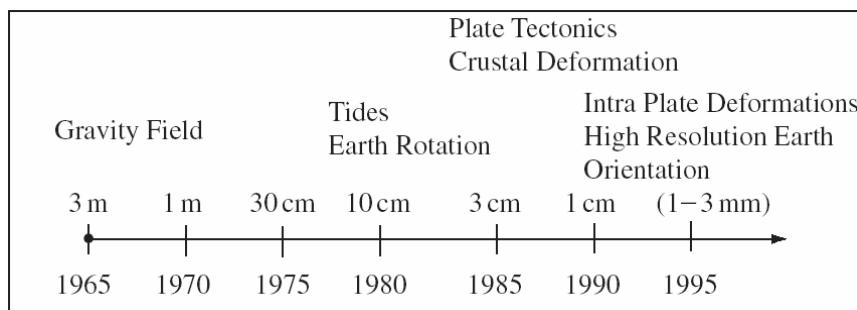
سامانه فاصله یابی لیزری ماهواره ای (SLR)

سامانه SLR بر پایه اندازه گیری زمان رفت و برگشت یک پالس لیزری ارسالی از ایستگاه زمینی به ماهواره کار می کند. اولین ماهواره حامل بازتابنده های لیزری، BEACON-B، در ۹ اکتبر ۱۹۶۴ به فضا پرتاب شد و در مداری با ارتفاع تقریبی ۱۰۰۰ کیلومتری و زاویه میل ۸۰ درجه قرار گرفت. اولین اندازه گیری های موفقیت آمیز همراه با نتایج در حد چند متر دقت در سال ۱۹۶۵ بدست آمدند [1].



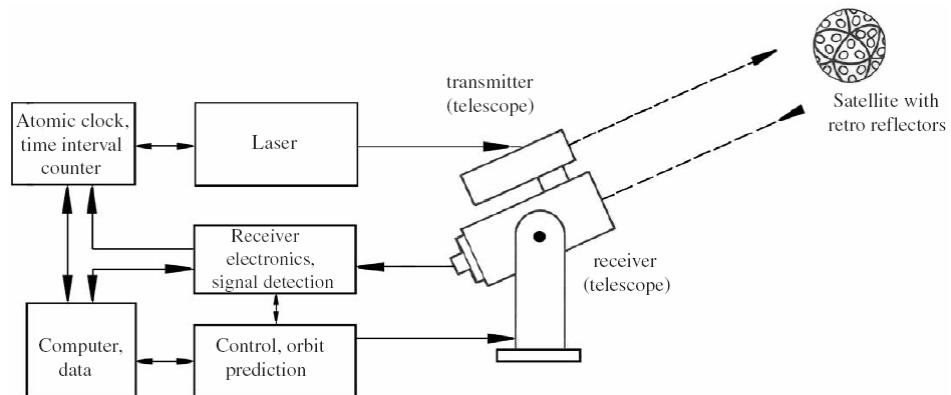
نگاره ۱ - ایستگاه زمینی سامانه SLR مستقر در رصد خانه ژئودزی Bavaria، Wettzell (آلمان)

سرعت پیشرفت در این فناوری در سال های بعد به اندازه ای بود که دقت فاصله یابی از چند متر به چند سانتی متر رسید. دقت قابل اکتساب در این سامانه شدیدا وابسته به طول پالس و قدرت تفکیک پالس های لیزری است. به عنوان مثال اندازه گیری زمان رفت و برگشت پالس با دقت ۱ نانو ثانیه (10^{-9} sec) منجر به اندازه گیری فاصله با دقت ۱۵ سانتی متر خواهد شد. همگام با افزایش دقت این سامانه، کاربردهای جدیدتر و وسیع تری نیز پیدا شده است. بویژه با دقتی در حدود سانتی متر و بهتر، این سامانه مشارکت قابل توجهی در مطالعات ژئودینامیک و حرکات پوسته زمین، تجزیه و تحلیل و تعیین دقیق مدارات ماهواره ها، تعیین پارامتر های توجیه زمین و بهبود دستگاه های مختصات دارد. به همین دلیل اندازه گیری های فاصله ای لیزری از اهمیت ویژه ای در ژئودزی ماهواره ای برخوردارند و به طور پیوسته در مسایل علوم زمین مورد استفاده قرار می گیرند.



[2] روند بهبود دقت و توسعه کاربردهای SLR

همانطور که اشاره شد اساس اندازه گیری فاصله در سامانه SLR بر پایه اندازه گیری زمان رفت و برگشت پالس لیزری از ایستگاه زمینی تا ماهواره مجهر به بازتابنده های مخصوص است. در واقع همزمان با ارسال پالس های لیزری یک شمارشگر زمانی نیز در ایستگاه زمینی شروع به ثبت زمان می کند و پس از دریافت، تشخیص، تقویت و تجزیه و تحلیل پالس برگشتی برای توقف شمارشگر الکترونیکی استفاده می شود [2].



نگاره ۳- اساس فاصله یابی لیزری ماهواره ای [2]

از آنجا که SLR یک نوع روش اندازه گیری دو طرفه (رفت و برگشت) فاصله است، بنابراین معادله مشاهده آن بسیار ساده به صورت زیر نوشته می شود [2].

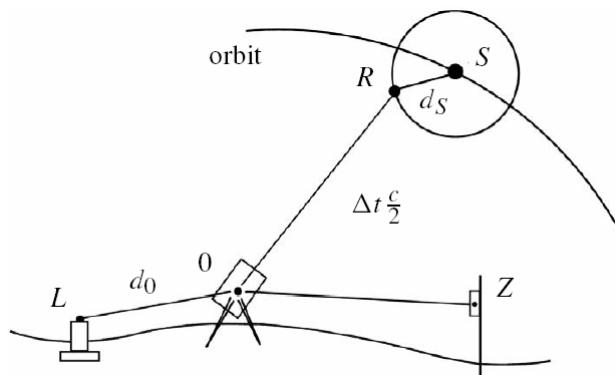
$$d = \frac{\Delta t}{2} c + \Delta d_0 + \Delta d_s + \Delta d_b + \Delta d_r + \eta \quad (1)$$

که در آن Δt زمان رفت و برگشت سیگنال، c سرعت انتشار سیگنال و d مسافت بین ایستگاه زمینی و ماهواره در لحظه اندازه گیری، Δd_0 تصحیح خروج از مرکزیت ایستگاه زمینی، Δd_s تصحیح خروج از مرکزیت ماهواره، Δd_b تاخیر سیگنال در ایستگاه زمینی، Δd_r تصحیح انکسار و η خطای مشاهداتی تصادفی و سیستماتیک باقیمانده است.

اجزای اصلی ایستگاه زمینی عبارتند از:

- (الف) واحد تولید و ارسال پالس های لیزری،
- (ب) واحد تشخیص و تجزیه و تحلیل پالس ها،
- (ج) واحد اندازه گیری زمان رفت و برگشت پالس ها.

به عنوان یک قاعده عمومی، تمام تصحیحات فیزیکی و هندسی می بایستی با یک درجه دقت بالاتر از قدرت تفکیک پالس ها محاسبه و اعمال شوند. این بدین معنی است که برای فاصله یابی لیزری با دقت ۱-۳ سانتی متر باید تصحیحات با دقت ۱-۳ میلی متر در نظر گرفته شوند.



[2] ارتباط هندسی در SLR

توضیح بیشتر در مورد نحوه فاصله یابی لیزری بر اساس معادله (۱) به شرح زیر آمده است.

الف) اندازه گیری زمان Δt

چالش مهم در اندازه گیری زمان رفت و برگشت پالس های لیزری، وجود برخی عدم قطعیت ها در شناسایی و تشخیص سیگنال هاست. کیفیت اندازه گیری های اختلاف زمان Δt یکی از بحرانی ترین محدودیت های دقت را در بین سایر منابع خطاهای تشکیل می دهد.

ب) تصحیحات خروج از مرکزیت Δd_s و Δd_0

معمولًا محل تقاطع محورهای افقی و قائم تلسکوپ زمینی به عنوان نقطه مرجع زمینی در سامانه SLR در نظر گرفته می شود (نقطه ۰). موقعیت این نقطه می بایست با دقت میلی متر نسبت به نشانه هندسی ایستگاه زمینی معلوم باشد. همچنین ارتباط هندسی بین مرکز جرم ماهواره با مرکز نوری یک بازنده لیزری، موسوم به تصحیح مرکز جرم، باید مشخص باشد. این موضوع برای ماهواره های غیرمنظم نمی تواند با دقت بالایی انجام پذیرد ولی برای ماهواره های کروی شکل خیلی مشکل نیست.

ج) تصحیح انکسار Δd_r

عبور امواج لیزری از اتمسفر همراه با تاخیر ناشی از شکست امواج است که برای مثال حدود ۲,۵ متر در راستای زیستی و ۱۳ متر در زاویه ارتفاعی ۱۰ درجه برآورد شده است. از آنجا که امکان اندازه گیری پارامترهای اتمسفر در طول کامل مسیر وجود ندارد، از مدل های استاندارد موجود که توسط داده های هواشناسی در ایستگاه های اندازه گیری پشتیبانی می شوند استفاده می شود. یکی مدل های موفق تصحیح انکسار مورد تایید مراکز علمی معتبر نظیر IERS که معمولاً برای زاویه ارتفاعی بالای ۱۰ درجه بکار می رود، معروف به فرمولسازی Marini و Murray به صورت زیر بیان می شود [3].

$$\Delta d_r = \frac{f(\lambda)}{f(\varphi, H)} \cdot \frac{A + B}{\sin E + \frac{B / (A + B)}{\sin E + 0.01}} \quad (2)$$

که در آن

$$A = 0.002357P_0 + 0.000141e_0$$

$$B = (1.084 \times 10^{-8})P_0 T_0 K + (4.734 \times 10^{-8}) \frac{P_0^2}{T_0} \cdot \frac{2}{3 - (1/K)}$$

$$K = 1.163 - 0.00968 \cos 2\varphi - 0.00104T_0 + 0.00001435P_0$$

تصحیح فاصله (متر) : Δd_r

ارتفاع ماهواره (درجه) : E

فشار هوا در ایستگاه زمینی (میلی بار) : P_0

دمای هوا در ایستگاه زمینی (کلوین) : T_0

فشار بخار آب در ایستگاه زمینی (میلی بار) : e_0

پارامتر فرکانس لیزر (λ طول موج بر حسب میکرو متر است) : $f(\lambda)$

$f(\varphi, H)$: تابع ایستگاه زمینی (φ عرض جغرافیایی ایستگاه و H ارتفاع ایستگاه بر حسب کیلومتر است)

پارامتر فرکانس لیزر و تابع ایستگاه زمینی عبارتند از

$$f(\lambda) = 0.9650 + \frac{0.0164}{\lambda^2} + \frac{0.000228}{\lambda^4}$$

$$f(\varphi, H) = 1 - 0.0026 \cos 2\varphi - 0.00031H$$

د) تاخیر سیگنال Δd_b در ایستگاه زمینی

نقطه مرجع هندسی ۰ در ایستگاه زمینی فاصله یابی لیزری لزوماً بر نقطه مرجع الکتریکی (مرکز تولید و ارسال پالس های لیزری) آن منطبق نیست. این عدم انطباق می باشد به عنوان یک خطای سیستماتیک در نظر گرفته شده و با انجام کالیبراسیون به طور دقیق تعیین گردد.

همانطور که گفته شد دقت قابل دستیابی در سامانه های SLR وابسته به طول پالس و قدرت تفکیک آن می باشد. در جدول زیر دسته بندی نسل های مختلف SLR بر حسب طول پالس و متناظر با آن دقت فاصله یابی آمده است.

[4] نسل ها و دقت های مختلف سامانه SLR

نسل	SLR	طول پالس و دقت فاصله یابی متناظر با آن
اول (۱۹۶۵)		۱۰ تا ۴۰ نانو ثانیه معادل ۱ تا ۶ متر در فاصله
دوم (۱۹۷۰-۱۹۷۵)		۲ تا ۵ نانو ثانیه معادل ۳۰ تا ۱۰۰ سانتی متر در فاصله
سوم (۱۹۸۰-۱۹۹۰)		۱ تا ۰,۲ نانو ثانیه معادل ۱ تا ۳ سانتی متر در فاصله
چهارم (۱۹۹۵)		۱۰ تا ۲۰ پیکو ثانیه معادل ۱ تا ۳ میلی متر در فاصله

فاصله یابی لیزری تنها با ماهواره هایی امکان پذیر است که مجهز به بازتابنده های خاصی به نام retro-reflector باشند. این نوع بازتابنده ها نور لیزر دریافتی را دقیقا در همان مسیری که آمده است بر می گرداند. ابعاد این نوع بازتابنده ها باید به اندازه ای بزرگ باشد تا پالس های لیزری بتوانند با انرژی کافی به سوی ایستگاه های زمینی منعکس شوند. برای همین منظور در بیشتر موارد چندین بازتابنده با قطر ۲ تا ۴ سانتی متر با هم ترکیب می شوند و در یک رشته منظم در کنار یکدیگر قرار می گیرند. در ماهواره هایی که صرفا به منظور فاصله یابی لیزری پرتاب شده اند، بازتابنده ها به صورت یکنواخت روی پوسته خارجی کروی شکل ماهواره توزیع شده اند. این مورد را می توان در ماهواره های LAGEOS-1 و LAGEOS-2، پرتاب شده بوسیله آژانس فضایی امریکا (NASA) به ترتیب در تاریخ های ۴ می ۱۹۷۶ و ۲۲ اکتبر ۱۹۹۲، و ماهواره STARLETTE، پرتاب شده بوسیله آژانس فضایی فرانسه (CNES) در تاریخ ۶ فوریه ۱۹۷۵، مشاهده نمود.



نگاره ۵- ماهواره LAGEOS پرتاب شده بوسیله آژانس فضایی امریکا (NASA)

همانطور که اشاره شد برخی از ماهواره های پرتاب شده در فضا مانند STARLETTE، LAGEOS، AJISAI و ETALON تنها برای هدف فاصله یابی لیزری بوده اند. برای آشنایی بیشتر خوانندگان مشخصات مداری دو ماهواره LAGEOS-1 و LAGEOS-2 در زیر آمده است [2].

جدول ۲- مشخصات مداری دو ماهواره LAGEOS-1 و LAGEOS-2

	LAGEOS-1	LAGEOS-2
Perigee height	5860 km	5620 km
Orbit inclination	109.84 degrees	52.64 degrees
Eccentricity	0.0045	0.0135
Period	225 minutes	223 minutes
Diameter	60 cm	60 cm
Shape	sphere	sphere
Mass	411 kg	405 kg
Reflectors	426 corner cubes	426 corner cubes

طراحی شکل کروی ماهواره های LAGEOS به منظور کاهش اثرات نیروهای سطحی و دستیابی به فاصله یابی لیزری دقیق تر می باشد. همچنین به دلیل ارتفاع مداری بالای آنها، به نیروی اصطکاک اتمسفری و طول موج های کوتاه میدان ثقل زمین خیلی حساس نیستند. همانطور که از نام کامل (LAser LAGEOS GEOdynamic Satellite) بر می آید ماموریت های اصلی این ماهواره عبارت است از: تعیین حرکات صفحات تکتونیکی و جابجایی های پوسته ای منطقه ای، تعیین پارامترهای توجیه زمین، استقرار چارچوب مرجع ژئودزی و مطالعه میدان ثقل زمین.

همانطور که برای ماهواره LAGEOS مطرح شد، در ادامه به برخی کاربردهای SLR در ژئودزی و ژئودینامیک می پردازیم.

(الف) موقعیت ها، خطوط مبنا و حرکات صفحه های تکتونیکی مدلسازی دینامیکی داده های فاصله یابی لیزری ماهواره ای امکان برآورد موقعیت های سه بعدی ژئوستتریک ایستگاه های زمینی را فراهم می سازد. پردازش نسبی داده های SLR در یک بازه زمانی معین نیز طول اختلاف مختصات دقیق بین هر دونقطه را بدست می دهد. به کمک پایش تغییرات زمانی موقعیت ها و خطوط مبنایها می توان به نرخ حرکات تکتونیکی رسید که بویژه برای خطوط مبنای بلند از دقت بسیار مناسبی نسبت به سایر مشاهدات برخوردار است. دقت حاصل از SLR در تعیین موقعیت ها و برآورد نرخ حرکات تکتونیکی به ترتیب حدود ۶ میلی متر و ۲ میلی متر در سال گزارش شده است [5].

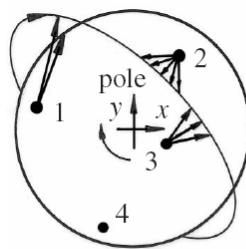
(ب) تعیین مدارات ماهواره ها و میدان ثقل زمین

با توجه به اختشاش حرکات مداری ماهواره های SLR ناشی از میدان ثقل زمین و پایش پیوسته ماهواره ها از ایستگاه های زمینی، می توان با تجزیه و تحلیل این حرکات آشفته ضمن دستیابی به پارامترهای مداری دقیق ماهواره ها، بخش قابل توجهی از رفتار میدان ثقل زمین را مدلسازی نمود یا به عبارت دیگر میدان ثقل زمین را تعیین کرد. به همین دلیل در محاسبه و تعیین مدل های ثقل ارائه شده توسط Goddard (وابسته به NASA) موسوم به مدل های GEM، از مشاهدات SLR به خاطر دقت بالای آنها استفاده شده است. به عنوان نمونه می توان به مدل 9 GEM اشاره کرد که در آن ۲۰۰۰۰ مشاهده فاصله یابی لیزری به ۹ ماهواره بکار رفته است.

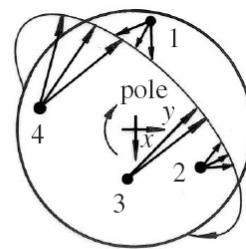
ج) چارچوب مرجع مختصات و پارامترهای دوران زمین درجه پایداری و ثبات بالای مداری ماهواره های ETALON و LAGEOS، یک چارچوب مرجع مختصات فضایی مناسب (اینرشیا) برای محاسبه پارامترهای توجیه زمین به کمک مشاهدات فاصله یابی لیزری در ایستگاه های زمینی فراهم نموده است. همانطور که می دانیم این پارامترها عبارتند از: مولفه های حرکت قطبی زمین (X_p, Y_p) و زمان نجومی ظاهری گرینویچ ($GAST = \Theta$). با معادل در نظر گرفتن زمان نجومی ظاهری گرینویچ و زمان $UT1$ می توان به تغییرات سرعت دوران زمین یا به عبارت دیگر به تغییرات طول یک شباه روز از طریق پارامتر $UT1 - UTC$ پی برد. دقت تعیین مولفه های حرکت قطبی زمین و پارامتر $UT1 - UTC$ به ترتیب حدود یک ده هزارم ثانیه کمانی ($0.1 mas$) و پنج صد هزارم ثانیه ($0.05 ms$) گزارش شده است. در واقع با پذیرش موقعیت مداری ماهواره ها در یک چارچوب مرجع اینرشیا و وجود حرکت قطبی و تغییرات روزانه در سرعت دورانی زمین، می توان اختلاف بین دو سامانه مرجع مختصات زمین چسب (CTS) و فضا چسب یا اینرشیا (CIS) را به صورت زیر فرمولسازی نمود [2].

$$X_{CIS} = R_3(-\Theta)R_1(y_p)R_2(x_p)X_{CTS} \quad (3)$$

که در آن X_{CTS} و X_{CIS} به ترتیب بردار مختصات نقاط دلخواهی در سامانه مرجع مختصات زمین چسب قراردادی و سامانه مرجع مختصات فضا چسب لحظه ای می باشند.

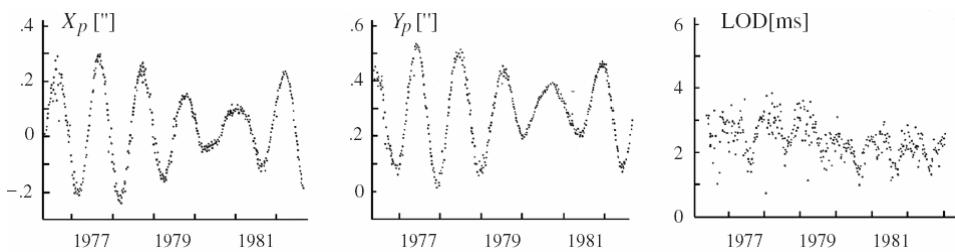


(a) epoch t



(b) epoch $t + \Delta t$

نگاره ۶- تعیین مختصات قطب به کمک مشاهدات فاصله یابی لیزری ماهواره ای [2]



نگاره ۷- پارامترهای توجیه زمین بر اساس مشاهدات ماهواره LAGEOS از ۱۹۷۶ الی ۱۹۸۲ [6]

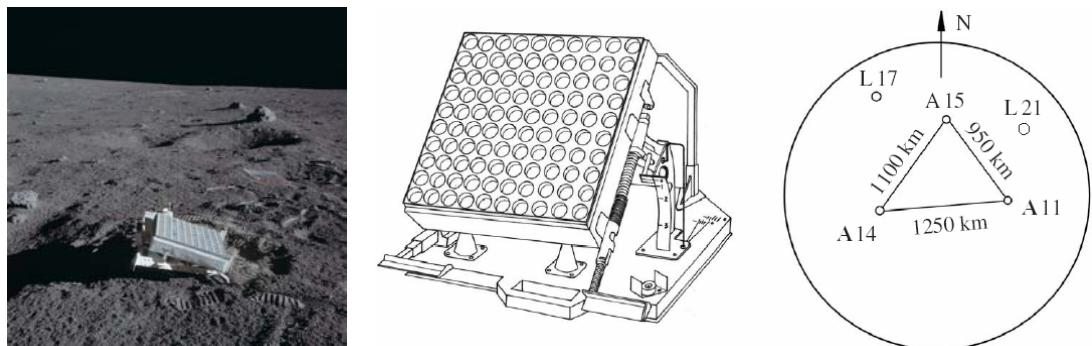
د) سایر کاربردها

علاوه کابردهای SLR در موارد فوق، کابردهای دیگری نیز نظری: مطالعه و مدلسازی جزر و مد اقیانوسی و صلب زمین و تعیین ضرایب مربوط به الاسیسیته زمین مانند اعداد لاو، مقایسه و تبدیلات و تنظیمات دقیق زمان، مطالعات فیزیک پایه از طریق ثابت جاذی زمین مرکز (GM)، تصحیح مرکز جرم یا آنتن ماهواره های حامل بازتابنده های لیزری و امکان ردیابی آنها در صورت از کار افتادن بخش های الکترونیکی و ... می توان نام برد که از توضیح آنها اجتناب می شود.

هر چند مزیت عمدۀ این سامانه طول عمر بسیار بالای ماهواره ها و دقت یالای آن است ولی از طرف دیگر به شدت به شرایط آب و هوایی واپسیه می باشد و با توجه به قیمت بالا و محدودیت در حمل و نقل آن، امکان تهیه آن به سادگی برای همه فراهم نمی باشد.

سامانه فاصله یابی لیزری با ماه (LLR)

مبانی و اصول کار سامانه فاصله یابی لیزری با ماه کاملا مشابه با سامانه فاصله یابی لیزری ماهواره ای است با این تفاوت که بازتابنده های لیزری به جای ماهواره های مصنوعی بر روی کره ماه قرار گرفته اند. البته برخلاف ماهواره های مصنوعی SLR که تقریبا تمام سطح خارجی آنها پوشیده از بازتابنده های لیزری است، در سامانه LLR تنها در چند نقطه معین در سطح کره ماه بازتابنده های لیزری با توجیه نسبت به زمین کار گذاشته شده اند. سامانه LLR از جولای سال ۱۹۶۹ با استقرار اولین مجموعه بازتابنده های لیزری (مجموعه ۱۰۰ تایی) در سطح کره ماه توسط ماهواره ۱۱ Apollo و اندازه گیری دقیق فاصله بین زمین و ماه به کمک فناوری لیزری شروع به کار نمود. پس از آن دو مجموعه ۱۰۰ تایی و ۳۰۰ تایی از بازتابنده های لیزری توسط ماهواره های ۱۴ Apollo و ۱۵ Apollo به ترتیب در فوریه و جولای ۱۹۷۱ در دو محل متفاوت در سطح کره ماه نصب شده و مورد بهره برداری قرار گرفتند. آرایش بازتابنده های لیزری مستقر در سطح کره ماه با دو بازتابنده دیگر از کشور فرانسه بنام های L17 و L21 در نوامبر ۱۹۷۰ و ژانویه ۱۹۷۳ کامل تر شد [2]. دقت ها و کاربردهای این سامانه نیز مشابه سامانه SLR می باشد با این برتری که امکان مطالعه حرکات ماه و برآورد برخی پارامترهای هندسی و فیزیکی آن را فراهم می سازد.



نگاره ۸- بازتابنده های مخصوص فاصله یابی لیزری حمل شده توسط توسط Apollo14, Apollo11 و Apollo15 و چگونگی توزیع آنها در سطح کره ماه (عکس مربوط به مجموعه بازتابنده های لیزری Apollo14 است)



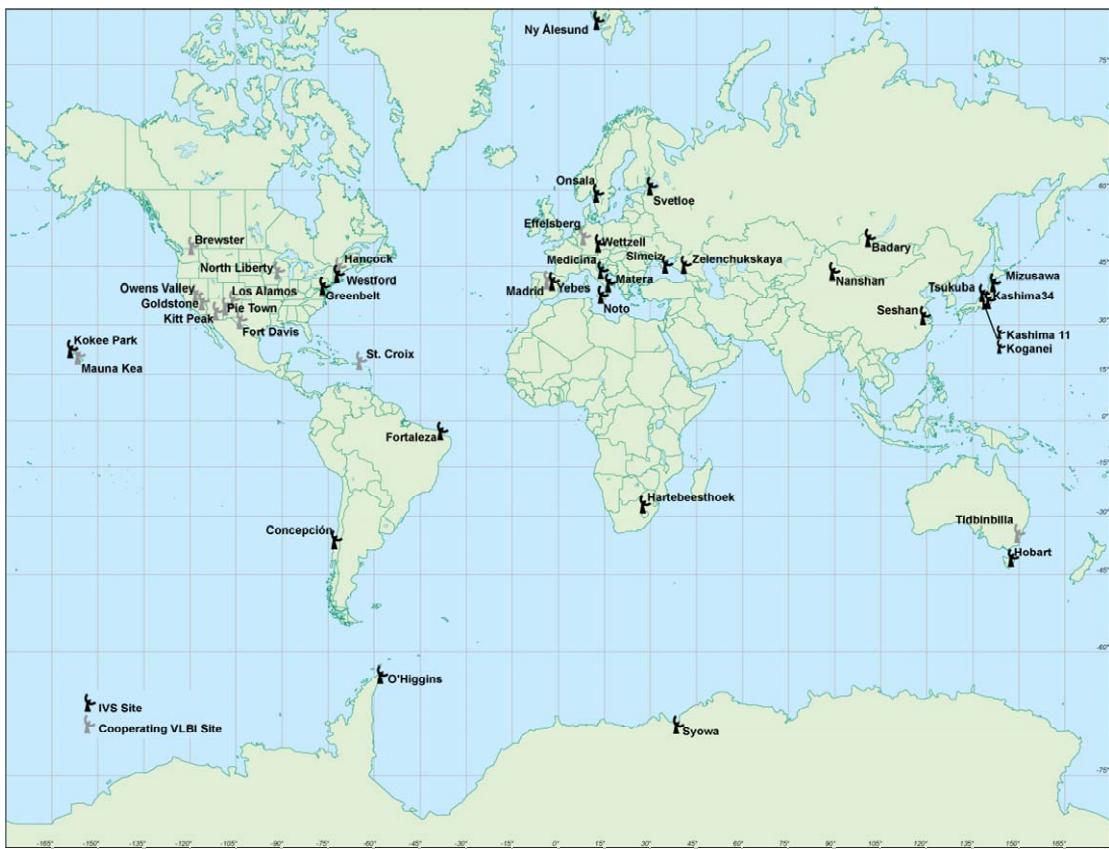
نگاره ۹- فاصله یابی لیزری بین ایستگاه زمینی LLR و کره ماه

سامانه تداخل سنجی فاصله خیلی بلند (VLBI)

VLBI یک فناوری اندازه گیری فاصله است که به کمک امواج رادیویی تولید شده از منابع بسیار در فضا بنام کوازرهای صورت می پذیرد. اساس این روش اندازه گیری اختلاف زمان بین دریافت امواج رادیویی از یک منبع توسط دو آنتن می باشد و هدف از آن اندازه گیری فاصله دقیق بین دو آنتن است. میزان دقت در این سیستم بسیار بالا تر از حد تصور است به طوری که اگر مراحل کار و محاسبات قبل از عملیات به درستی انجام شود این دقت حدود ۱ نانو ثانیه است. اختلاف زمان اندازه گیری شده را می توان بر حسب اختلاف فاز یا تاخیر فاز نیز بیان نمود. میزان تاخیر فاز دریافتی در دو آنتن، وابسته به حرکت زمین، خصوصیات منبع انتشار امواج و بردار واصل بین دو آنتن است. با کمک اندازه گیری های متعدد در ایستگاه های مختلف و بکارگیری روش کمترین مربعات می توان به موقعیت منابع تولید موج، پارامتر های حرکت زمین، UT1 و ... رسید.



نگاره ۱۰ - یک نمونه ایستگاه سامانه VLBI در استرالیا



نگاره ۱۱- توزیع جهانی ایستگاه های سامانه VLBI

منابع تولید امواج رادیویی، کوازرهای (Quasars)، که میلیون‌ها سال نوری از زمین فاصله دارند و خارج از کره‌کشان ما واقع شده‌اند، به طور پیوسته امواج رادیویی با طول موج مشخص ساعت می‌کنند. هر چند این منابع رادیویی در اوایل قرن قبل کشف شدند، اما کارایی آن‌ها تا سال‌ها نا معلوم باقی ماند. در سال ۱۹۶۷ میلادی این منابع رادیویی (کوازرهای) برای مقاصد علمی مورد استفاده قرار گرفتند و قوانین تکمیلی تداخل سنجی (Interferometry) رادیویی تدوین شد.

سیستم‌های تداخل سنجی اولیه به علت نبود سیستم‌های ارتباطی پیشرفته فقط دارای ارتباط داخلی بودند که مهمترین محدودیت این سیستم‌ها محسوب می‌شد و باعث کاهش فاصله بین دو آنتن تا حد اکثر چند صد متر می‌گردید. از دیگر اشکالات سیستم‌های اولیه عدم وجود سنجنده‌های دقیق بود که دقیق محاسبه اختلاف زمانی و در نتیجه فاصله محاسبه شده را کاهش می‌داد. همچنین حمل و نقل و نگهداری نوار‌های مغناطیسی داده‌ها از معضلات سیستم‌های اولیه بود. با ابداع سیستم‌های ارتباطی پیشرفته و فرا گیر شدن

اینترنت، نحوه تعامل بین ایستگاه ها دگرگون شد و VLBI توسعه چشمگیری یافت. پس از گذشت سال ها فعالیت و استفاده از آنتن های مخصوص، نه تنها اندازه و شکل بلکه موقعیت منابع تولید امواج به راحتی تعیین شد.

اولین سیستم تداخل سنجی در سال ۱۸۹۰ میلادی به وسیله Albert A. Michelson عرضه شد. این روش در واقع برای بهبود کارایی تلسکوپ های اپتیکی به کمک دریافت نور ستارگان از دو مسیر جداگانه و اندازه گیری توجیه زاویه ای آن ها به کمک طول موج دریافتی بود. اما تا سال ۱۹۲۰ این تئوری صورت عملی به خود نگرفت. در این سال اولین نسل سیستم های تداخل سنجی اپتیکی با تلسکوپ های ۱۰۰ اینچی عرضه شد. نحوه کار آن ها این گونه بود که امواج را از یک ستاره دریافت می کردند و به وسیله آینه های مخصوص آن ها را به یک نقطه مشترک هدایت می کردند. اگر طول مسیر طی شده توسط آن ها یکی نبود، با ترکیب آن ها و انجام یکسری محاسبات میزان اختلاف به عنوان فاصله بین دو آنتن در نظر گرفته می شد. توسعه و بهبود سیستم اپتیکی بسیار سخت بود زیرا همگرا کردن امواج نورانی با خط مبنای بزرگ، همچنین هدایت موج بدون تغییر طول موج میسر نبود. اما استفاده از امواج با طول موج بالا در حیطه امواج رادیویی کلید حل این مشکلات است [7].

فرکانسی که اغلب از طرف اجرام آسمانی دریافت می شود بین 0.5 GHz تا 22 GHz معادل 73 تا $۱,۳$ سانتی متر طول موج است که به آن پنجره رادیویی اتمسفر زمین می گویند. برای بهبود قدرت تفکیک پذیری تلسکوپ های رادیویی، قطر موثر آنتن با بکارگیری چندین تلسکوپ متصل به هم افزایش می یابد که رابطه تقریبی آن به صورت زیر نوشته می شود [2].

$$\varepsilon \approx \frac{\lambda}{d} \quad (4)$$

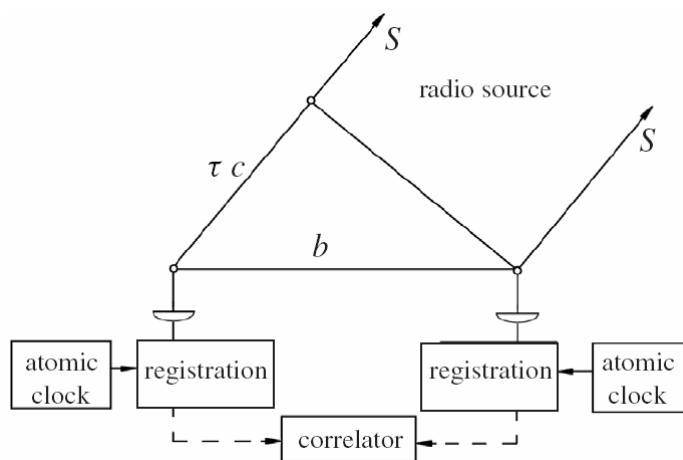
که در آن

ε : قدرت تفکیک پذیری،

λ : طول موج سیگنال های رادیویی، و

d : قطر تلسکوپ است.

به عنوان مثال با در نظر گرفتن یک سیگنال با طول موج ۲۱ سانتی متر و رسیدن به قدرت تفکیک پذیری ۱ ثانیه کمانی، باید قطر تلسکوپ یا فاصله بین دو تلسکوپ متصل به هم حداقل ۴۲ کیلومتر باشد. امروزه این اتصال از طریق ساعت های اتمی بسیار دقیق فراهم شده است و با داشتن فاصله بین دو تلسکوپ به اندازه قطر زمین می توان به دقتی بهتر از 1×10^{-14} ثانیه کمانی رسید. در هر ایستگاه VLBI یک ساعت بسیار دقیق اتمی وجود دارد که همزمان با ثبت سیگنال های رادیویی، سیگنال های زمانی نیز ثبت می شوند.



[2] VLBI - اساس کار سامانه

زمان تاخیر سیگنال در دو آنتن (τ) (اختلاف زمان در دریافت سیگنال یکسان) با تطبیق دو سیگنال دریافتی در دو آنتن و مشخص نمودن حدکثر همبستگی بین آنها اندازه گیری می شود. این اندازه گیری اساس کار سامانه VLBI را تشکیل می دهد و معادله مشاهده آن به صورت زیر نوشته می شود [2].

$$\tau(t) = -\frac{1}{c}b.s(t) + \Delta\tau_{Ab}(t) + \Delta\tau_{Instr} + \Delta\tau_{Atm} \quad (5)$$

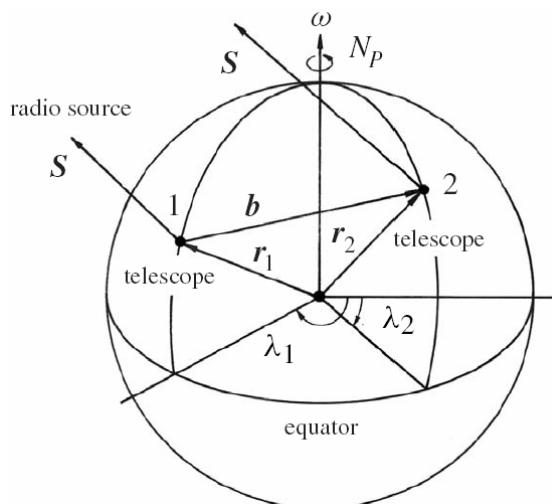
که در آن $\Delta\tau_{Ab}(t)$ ایراهی شبانه روز به صورت

$$\Delta\tau_{Ab}(t) = -\frac{1}{c}(\dot{r}_2 s)\tau(t)$$

$\Delta\tau_{Instr}$ تصحیح اربیی و دریفت ساعت های ایستگاه به صورت

$$\Delta\tau_{Instr} = a_1 + a_2 t$$

و $\Delta\tau_{Atm}$ تصحیح انکسار تروپوسفر است.



[2] VLBI ارتباط هندسی در

با توجه به ارتباط هندسی در VLBI ضرب اسکالر می تواند در یک دستگاه مرجع مختصات زمین چسب به

صورت زیر بازنویسی شود [2]

$$bs(t) = b_x \cos \delta_s \cosh s + b_y \cos \delta_s \sinh s + b_z \sin \delta_s \quad (6)$$

که در آن

$$\begin{matrix} \text{مولفه های بردار خط مبنای } b \\ : b_x, b_y, b_z \end{matrix}$$

مختصات منبع رادیویی در دستگاه مرجع نجومی بعدی، و α_s, δ_s

$$z\text{اویه ساعتی گرینویچ منبع رادیویی است. } h_s = GST - \alpha_s$$

سیستم VLBI بعلت عدم وابستگی به شرایط آب و هوایی به SLR برتری دارد و از آن جا که از دقت بسیار بالایی برخوردار است، کاربردهای بسیار وسیعی در ژئودزی، ژئودینامیک، ژتوفیزیک و نجوم دارد. برخی از این کاربردها عبارتند از:

الف) مطالعات مربوط به حرکت‌های پوسته‌ای و پیش‌بینی زلزله

ب) بررسی سرعت دورانی و حرکت قطبی زمین

ج) توسعه و نگهداری چارچوب مرجع سماوی جهانی (ICRF)

د) توسعه و نگهداری چارچوب مرجع زمینی جهانی (ITRF)

و) تعریف سیستم زمانی وابسته به پارامتر های حرکت زمین

مزایا :

الف) VLBI متاثر از خطای مداری ماهواره ها به علت جاذبه نیست.

ب) VLBI متاثر از تغییر مرکز جرم نیست.

ج) VLBI متاثر از عدم قطعیت ثابت جاذبی زمین و بنابراین مشکلات مقیاس مرتبط با آن نیست.

معایب :

الف) هزینه بسیار بالای تهیه، راه اندازی و نگهداری تجهیزات

ب) خطاهای دستگاهی مثل تغییرشکل تلسکوپ

ج) غیر قابل دسترس بودن و عدم توانایی ارائه نتایج به صورت آنی

د) عدم توانایی محاسبه موقعیت مطلق ایستگاه ها

سامانه ترانزیت (TRANSIT)

سامانه تعیین موقعیت ماهواره ای ترانزیت یا (Navy Navigation Satellite System) NNSS بر پایه اصل تغییر فرکانس ناشی از حرکت نسبی بین فرستنده و گیرنده امواج بنا شده است. این اصل را یک فیزیکدان اتریشی بنام Doppler کشف کرد و به همین دلیل گاهی این سامانه را داپلر نیز می نامند [2]. در تعیین موقعیت ماهواره ای ما با تعدادی ماهواره در فضا و تعدادی گیرنده در زمین سروکار داریم که نسبت به هم در حال حرکت می باشند. بنابراین با توجه به اصل فوق در صورت انتشار و دریافت سیگнал در چنین ترکیبی شاهد پدیده داپلر و تغییر فرکانس خواهیم بود. میزان تغییر فرکانس یا به عبارت صحیح تر میزان داپلر شیفت به سرعت و جهت حرکت ماهواره نسبت به گیرنده بستگی دارد و می تواند به نوعی بیانگر موقعیت گیرنده نسبت به موقعیت ماهواره باشد. بنابراین می توان یک مدل ریاضی مناسب برای تعیین موقعیت گیرنده نسبت به ماهواره برقرار نمود.



نگاره ۱۴- آرایش فضایی سامانه ترانزیت

بر همین اساس سامانه تعیین موقعیت ماهواره ای ترانزیت با ۶ ماهواره در ۴ صفحه مداری با زاویه میل تقریبی ۹۰ درجه، دوره تناوب ۱۰۶ دقیقه و ارتفاع تقریبی ۱۱۰۰ کیلومتر از سطح زمین توسط ایالات متحده بنا نهاده شد (نگاره ۱۴). به منظور حذف اثر یونسفر دو موج با فرکانس های ۴۰۰ و ۱۵۰ مگاهرتز توسط ماهواره ها در این سامانه منتشر می شد. سامانه ترانزیت عملاً از سال ۱۹۶۴ خدمات خود را شروع کرد و پس از فراز و نشیب های زیاد سرانجام پس از ۳۲ سال خدمات رسانی در سال ۱۹۹۶ به فعالیت خود خاتمه داد و جای خود را به سامانه GPS داد. از آنجا که یکی از روش های تعیین موقعیت بر پایه اصل دابلر است، جزئیات فنی مربوط به این روش تعیین موقعیت را در بخش مرتبط به خود خواهیم دید [7].

سامانه مدار نگاری دابلر و موقعیت یابی رادیویی به همراه ماهواره (DORIS)

سامانه مدار نگاری دابلر و موقعیت یابی رادیویی به همراه ماهواره که به اختصار من بعد به آن DORIS می گوییم، در واقع یکی سامانه های فوق دقیق یک طرفه برای تعیین مدار ماهواره ها است که از سال ۱۹۹۰ فعال شده است و هدف نهایی آن رسیدن به دقت ۱ سانتی متر می باشد. این سامانه توسط سازمان فضایی فرانسه (CNES) و با همکاری سازمان نقشه برداری فرانسه (IGN) و موسسه تحقیقات و ژئودزی فضایی فرانسه (GRGS) طراحی و ایجاد شده است. سامانه DORIS در ماهواره های Jason1، Envisat، Spot5، Spot4، Spot3، Spot2، Spot1، Topex/Poseidon یک آتن جهت یاب بسیار دقیق است. DORIS در هر ۱۰ ثانیه دابلر شیفت در دو فرکانس رادیویی 401.25 و 401.26 بخشی از تجهیزات ماهواره های فوق است که شامل یک گیرنده دو فرکانس، یک نوسان ساز فوق پایدار و

MHz و MHz 2036.25 که از ۶۰ ایستگاه زمینی با توزیع جهانی ارسال می شوند را اندازه گیری می کند. البته نسل جدید سامانه DORIS علاوه بر داپلر شیفت قادر به اندازه گیری و ثبت فاز نیز می باشد. ایستگاه های زمینی علاوه بر تولید و انتشار دو سیگنال رادیویی فوق، مجهز به ریزپردازنده، آنتن جهت یاب، زمان سنج، دماسنج و فشار سنج دقیق می باشند که به همراه امواج انتشاری به سوی ماهواره ها گسیل می شوند. مرکز کنترل و هدایت این سامانه در شهر تولوز واقع در جنوب فرانسه است که مسئول پردازش و تجزیه و تحلیل کلیه اطلاعات دریافتی از ماهواره های مجهز به DORIS می باشد [8]. این سامانه نیز مشابه VLBI در تمام شرایط آب و هوایی فعال و قادر به اندازه گیری است. از کاربردهای مهم DORIS می توان به تعیین دقیق مدار ماهواره ها، تعیین موقعیت های دقیق و مشارکت در تعریف دستگاه های مرجع مختصات جهانی، تعیین میدان ثقل زمین و مطالعات حرکات پوسته ای اشاره نمود.



نگاره ۱۴- یک نمونه ایستگاه زمینی سامانه DORIS در یونان (DIONYSOS)



نگاره ۱۵- توزیع جهانی ایستگاه های زمینی سامانه DORIS

سامانه تجهیزات فاصله و نرخ فاصله دقیق (PRARE)

سامانه تجهیزات دقیق فاصله و نرخ فاصله موسوم به PRARE مانند سامانه DORIS برای تعیین مدار ماهواره ها بکار می رود. این سامانه از اول ژانویه سال ۱۹۹۶ توسط دولت آلمان ایجاد و راه اندازی شده است و در مقایسه با برخی سامانه های دیگر یک سامانه دو طرفه است. ماهواره های PRARE دو سیگنال با فرکانس های ۲۲۴۸ و ۸۴۸۹ مگاهرتز تولید و منتشر می کنند. ۲۹ ایستگاه زمینی با توزیع جهانی سیگنال ها را دریافت و پس از تعیین فواصل و نرخ فواصل اندازه گیری شده تا ماهواره ها، آنها را به همراه داده های تروپسفر و یونسفر به ماهواره برگردانده و سپس ماهواره ها مجددا اطلاعات مذکور را به ایستگاه اصلی زمینی ارسال تا موقعیت ماهواره ها را با دقتی حدود ۵ سانتی متر و سرعت آنها با دقتی حدود ۱ میلی متر بر ثانیه تعیین نماید [9].

فصل سوم

دستگاه های مرجع مختصات و زمان

دستگاه های مرجع مختصات

اهمیت توجه بیشتر به تعریف دستگاه های مرجع، با افزایش دقت فناوری های ژئودزی فضائی، روز به روز زیادتر می شود. در ژئودزی ماهواره ای همواره به دو دستگاه مرجع مختصات نیاز است: ۱) دستگاه مرجع سماوی یا اینرшиال قراردادی (CIS) که برای توصیف حرکت ماهواره ها ضروری است، و ۲) دستگاه مرجع زمینی قراردادی (CTS) که برای مشخص ساختن موقعیت ایستگاه های مشاهداتی و بیان نتایج حاصل از ژئودزی ماهواره ای لازم است. البته از آنجا که تفسیر برخی پدیده ها و نتایج حاصل از ژئودزی ماهواره ای در یک دستگاه بیضی وار راحت تر و قابل فهم تر است، لذا می توان گفت به یگ دستگاه مختصات دیگری موسوم به سطح مبنای ژئودتیک مانند بیضوی مرجع WGS-84 نیاز می باشد.

دستگاه مرجع زمینی قراردادی یک دستگاه دورانی چسبیده به سطح زمین و دستگاه مرجع سماوی قراردادی یک دستگاه ثابت و چسبیده به ستارگان است. چارچوب های قابل ذکر برای بیان این دو دستگاه، چارچوب های مرجع زمینی بین المللی ITRF و چارچوب های مرجع سماوی بین المللی ICRF می باشند. بدیهی است در تعیین موقعیت ماهواره ای باید بتوانیم تبدیلات بین این دستگاه های مرجع مختلف را بر احتی انجام دهیم. امروزه بمنظور تحقیق بخشیدن به نیازهای دانشمندان به تعریف روش روشن دستگاه های مرجع مختصات و پاسخگویی به نیازهای ناشی از افزایش شگفت انگیز دقت فناوری های ژئودزی فضائی، تعریف و توسعه و تکامل دستگاه های مرجع مختصات برای زمین تغییر شکل پذیر، به یک علم مستقل تبدیل شده است و مراکز متعدد علمی ملی و بین المللی به این امر مبادرت می ورزند. از بین این مراکز، موسسه ای خدمات بین المللی چرخش زمین (IERS) که از سال ۱۹۸۸ تأسیس شده است، به طور رسمی مسئول دایر کردن و حفظ و توسعه ای دستگاه های ITRF و ICRF می باشد. این در حالی است که به طور معمول مسئول برپایی، نگهداری و توسعه ای سطوح مبنای ژئودتیک یک موسسه ملی می باشد. موسسه ای خدمات بین المللی چرخش زمین به تنها بی از عهده این کار بر نمی آید و متکی به همکاری گروههای زیاد تحقیقاتی و مراکز

ملی برای انجام وظایف و ماموریت هایش می باشد. موسسه خدمات بین المللی چرخش زمین دارای یک دفتر مرکزی می باشد که مسئول مدیریت عمومی IERS است و به وسیله یک هیات مدیره اداره می شود. پیمان نامه های مربوط به ITRF و ICRF توسط مک کارتی در سال ۱۹۶۶ منتشر گردیدند و به اجرا گذاشته شدند که مرجع و منبع اصلی این فصل نیز است.

تعیین موقعیت دقیق در دستگاه های مرجع مختصات ITRF و ICRF، مستلزم استفاده از روابط ریاضی پیچیده برای در نظر گرفتن پدیده هایی نظیر حرکت قطبی، حرکات تکتونیکی ورقه های سنگ کره، جزر و مدهای زمین جامد و اقیانوسی، جابه جایی های ناشی از بارگذاری های مختلف روی پوسته زمین و همچنین حرکات رقص محوری پرسشن و ناتیشن، می باشد. اطلاعات و نرم افزارهای مربوط به این تصحیحات عموماً در اینترنت یافت می شوند ولی بهترین جستجوی قابل توصیه مراجعه به سایت IERS می باشد. سایت های مهم دیگر عبارتند از: موسسه خدمات بین المللی GNSS موسوم به IGS، رصدخانه ای دریایی ایالات متحده (USNO)، سازمان نقشه برداری ملی (NGS).

اکثر دانشمندان علوم زمین ترجیح می دهند که با مختصات کارتزین ITRF کار کنند. با این حال، در موارد زیادی تفسیر نتایج بر حسب مختصات ژئودتیک منتب به یک بیضوی مرجع از اهمیت ویژه ای برخوردار است. بر همین اساس تعریف و ایجاد یک بیضوی مرجع مناسب (مرکز، توجیه، اندازه و شکل آن) به عنوان یک دستگاه مختصات و تبیین ارتباط آن با ITRF و دستگاه مرجع زمینی قراردادی (CTRS) ضروری و از وظایف مراکز ملی مرتبط است.

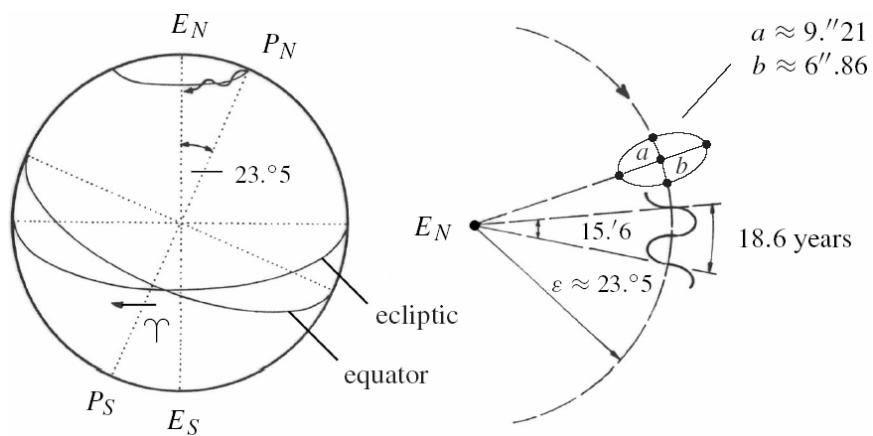
در اینجا لازم است توجه خوانندگان محترم را به تفاوت بین اصطلاحات "دستگاه مرجع مختصات" و "چارچوب مرجع مختصات" جلب نمود. بر خلاف اینکه اصطلاحات "دستگاه مرجع مختصات" و "چارچوب مرجع مختصات" غالباً به صورت معادل و هم ارز مورد استفاده قرار می گیرند، ولی اساساً "دستگاه مرجع" ماهیت تئوری و مفهومی شامل تعریف مبداء و توجیه محورهای مختصات دارد، در حالیکه بروز و تحقق عملی آن در قالب مجموعه ای از نشانه های فضایی یا زمینی مانند ستاره ها و ایستگاه های ژئودزی "چارچوب مرجع" نامیده می شود. نکته دیگر اینکه منظور از عبارات "دستگاه مرجع مختصات اینرشیال"، "دستگاه مرجع مختصات فضا چسب" و "دستگاه مرجع مختصات سماوی" عموماً یکسان می باشد، زیرا

معمولا برای تعریف چنین دستگاه مرجع مختصاتی از اشیاء سماوی و فضایی نظیر سیارات، ستارگان و کوازرهای استفاده می شود.

قبل از اینکه به موضوع دستگاه های مرجع پرداخته شود باید پدیده هایی نظیر حرکت قطبی، حرکات تکتونیکی و رقه های سنگ کره، جزر و مدهای زمین جامد و بارگذاری اقیانوسی و حرکات رقص محوری پرسیشن و نوتیشن که در تعریف و تبدیلات دستگاه های مرجع سماوی و زمینی دخالت دارند، مورد بررسی قرار گیرند.

حرکات رقص محوری پرسیشن و نوتیشن زمین

شتاب جاذبی اجرام سماوی، بویژه ماه و خورشید، با عث فشردگی زمین در قطبین و برآمدگی آن در استوا شده است. همین امر موجب شده است تا محور دوران واقعی زمین و صفحه استوایی آن در فضای نباشد و نسبت به یک دستگاه مرجع اینرشیا در حال دوران باشد. این دوران کلی از دو بخش دوران با دوره تناب بسیار بلند (حدود ۲۶۰۰۰ سال) بنام پرسیشن و دوران با دوره تناب کوتاه (حدود ۱۸.۶ سال) بنام نوتیشن تشکیل شده است.



نگاره ۱ - حرکات پرسیشن و نوتیشن: چرخش محور دوران لحظه ای زمین (PN-PS) حول محور اینرشیا

[1] (EN-ES)

چنانچه فقط اثر حرکت پرسیشن در نظر گرفته شود، صفحه استوا و نقطه اعتدال بهاری یا نقطه گاما (γ) به صفحه استوای متوسط و نقطه اعتدال بهاری متوسط در یک مقطع زمانی مرجع تبدیل می شوند. اما اگر حرکت نوتیشن نیز در نظر گرفته شود به صفحه استوای واقعی و نقطه اعتدال بهاری واقعی تبدیل می گردد. موقعیت‌های متوسط را به وسیله ماتریس پرسشن (P), می‌توان از اپک مرجع t_0 (J2000) به اپک دلخواه t منتقل نمود [1]:

$$P = R_3(-z)R_2(\theta)R_3(-\xi) \quad (1)$$

مقادیر دوران در رابطه فوق به صورت زیر بدست می‌آیند:

$$\begin{aligned} z &= 0^\circ.6406161T + 0^\circ.0003041T^2 + 0^\circ.0000051T^3 \\ \theta &= 0^\circ.5567530T + 0^\circ.0001185T^2 + 0^\circ.0000116T^3 \\ \xi &= 0^\circ.6406161T + 0^\circ.0000839T^2 + 0^\circ.0000050T^3 \end{aligned} \quad (2)$$

که $T = t - t_0$ بر حسب قرن ژولین یعنی ۳۶۵۲۵ روز محاسبه می‌شود. تبدیل از استوا و نقطه گاما متوسط به استوا و نقطه گاما حقیقی به وسیله ماتریس نوتیشن زیر صورت می‌گیرد [1]:

$$N = R_1(-\epsilon - \Delta\epsilon)R_3(-\Delta\psi)R_1(-\epsilon) \quad (3)$$

که ϵ میل اکلیپتیک می‌باشد و از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$\epsilon = 23^\circ 26' 21.448'' - 46.815''T - 0.00059''T^2 + 0.001813''T^3 \quad (4)$$

$\Delta\epsilon$ نوتیشن در میل اکلیپتیک و $\Delta\psi$ نوتیشن در طول اکلیپتیکی نقطه گرهای صعودی ماه می‌باشد. در سال ۱۹۸۰، اتحادیه بین المللی نجوم (IAU) تئوری نوتیشن را بر پایه مدل زمین الاستیک پذیرفت. در این تئوری، $\Delta\epsilon$ و $\Delta\psi$ به ترتیب با استفاده از سری‌های هارمونیک شامل ۶۴ و ۱۰۶ ضریب محاسبه می‌شوند. چند ترم اصلی این سری‌ها به صورت زیر می‌باشد [1]:

$$\Delta\psi = -17''.1996 \sin \Omega - 1''.3187 \sin(2F - 2D + 2\Omega) - 0''.2274 \sin(2F + 2\Omega) \quad (5)$$

$$\Delta\epsilon = 9''.2025 \cos \Omega + 0''.5736 \cos(2F - 2D + 2\Omega) + 0''.0977 \cos(2F + 2\Omega) \quad (6)$$

که در آن Ω طول اکلیپتیکی متوسط نقطه گرهای صعودی ماه، D فاصله زاویه‌ای ماه از خورشید و $F = \lambda_M - \Omega$ که طول اکلیپتیکی متوسط ماه است.

با اعمال تبدیل های (۱) و (۳)، بردار موقعیت حقیقی بدست می آید. برای جزئیات بیشتر به Seidelman (۱۹۹۲) و McCarthy (۲۰۰۰) رجوع شود.

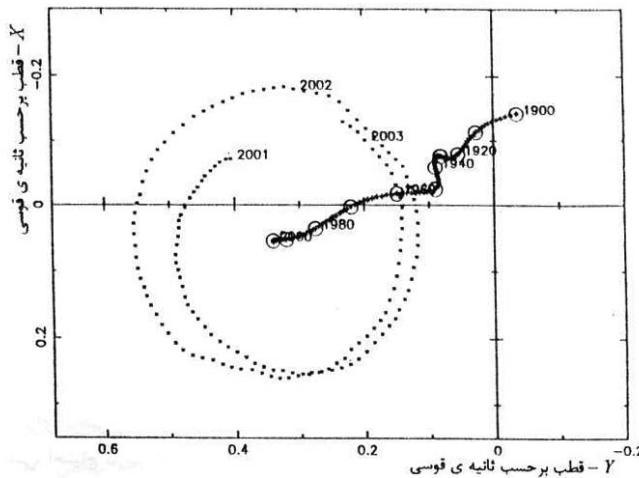
پارامترهای دوران زمین (Earth Rotation Parameters)

پارامترهای دوران زمین یا پارامترهای توجیه زمین (Earth Orientation Parameters) عبارتند از: مختصات قطب زمین (X_p, Y_p) و زمان نجومی ظاهری گرینویچ ($GAST = \Theta$). با معادل در نظر گرفتن زمان نجومی ظاهری گرینویچ و زمان $UT1$ می توان به تغییرات سرعت دوران زمین یا به عبارت دیگر به تغییرات طول یک شبانه روز از طریق $UT1 - UTC$ پی برد.

نقطه تلاقی محور چرخش زمین با پوسته خارجی آن (قطب زمین)، به صورت تابعی از زمان تغییر می کند که به آن حرکت قطبی گفته می شود. شکل ۱ نمایانگر حرکت قطبی در طی سالهای ۲۰۰۱ تا ۲۰۰۳ می باشد. همانطور که میدانیم و از شکل هم پیداست این حرکت تا حدود زیادی دوره ای است. این دوره حدود ۴۳۴ روز است که بنام دوره چندلر نامیده می شود. هر چند دامنه حرکت قطبی متغیر است؛ ولی به نظر نمی رسد بیش از ۱۰ متر باشد.

برای پرهیز از تغییرات حدوداً ۱۰ متری ناشی از حرکت قطبی در عرض و طول ژئودتیک، یک قطب زمینی قراردادی (CTP) که چسبیده به پوسته زمین باشد را تعریف می کنیم. برای اولین بار، میانگین قطب لحظه ای در طول سالهای ۱۹۰۵-۱۹۰۰ به عنوان قطب قراردادی معین گردید. این تعریف، با بهبود فناوری های اندازه گیری، به طور مرتب مورد اصلاح قرار می گیرد.

محور چرخش لحظه ای زمین معمولاً با استفاده از مختصات حرکت قطبی (X_p, Y_p) نسبت به CTP بیان می گردد. امتداد CTP، در واقع بیانگر جهت محور سوم دستگاه مختصات زمینی قراردادی است و تز طرفی به عنوان مبدأ دستگاه مختصات حرکت قطبی دد نظر گرفته می شود. محور x ها در امتداد نصف النهار قراردادی گرینویچ و جهت مثبت محور y های آن در امتداد نصف النهار ۲۷۰ درجه است.



نگاره ۲- حرکت قطبی در طی سالهای ۱۹۰۰-۲۰۰۰ و ۲۰۰۱-۲۰۰۲. خط تپیر نمایش دهنده‌ی جایه جایی قطب میانگین در سالهای ۱۹۰۰-۲۰۰۰ می باشد [2].

در اثر حرکت قطبی و تغییرات روزانه در سرعت دورانی، هر چارچوب مختصات زمین چسب تغییراتی را نسبت به چارچوب‌های فضا چسب تجربه می‌کند. این تغییرات بدون در نظر گرفتن سایر پارامترها ماتریس تبدیل از یک دستگاه مرجع زمینی قراردادی به یک دستگاه فضا-چسب لحظه‌ای بصورت زیر نشان داده می‌شود

: [1]

$$S = R_2(-x_p)R_1(-y_p)R_3(GAST) \quad (7)$$

که X_{CTS} و X_{CIS} به ترتیب بردارهای موقعیت نقاط اختیاری در دستگاه‌های مرجع فضا چسب و زمین،

$$R_3(GAST) = \begin{pmatrix} \cos(GAST) & \sin(GAST) & 0 \\ -\sin(GAST) & \cos(GAST) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

و به علت کوچکی مقادیر مختصات قطب زمین (X_p, Y_p)

$$R_2(-x_p)R_1(-y_p) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & x_p \\ 0 & 1 & 0 \\ -x_p & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -y_p \\ 0 & y_p & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & x_p \\ 0 & 1 & -y_p \\ -x_p & y_p & 1 \end{pmatrix}$$

با توجه به رابطه تبدیل فوق پارامترهای دوران زمین (یعنی $UTC, UT1, X_p, Y_p$) برای انتقال صحیح بین چارچوب های مرجع زمینی و اینرسیال در سامانه های تعیین موقعیت ماهواره ای مورد نیاز هستند. برخلاف پارامتر های پرسیشن و نوتیشن، پارامترهای دوران زمین با مدل بیان نمی شوند و برای تعیین آنها به مشاهدات واقعی نیاز است. انجام این مشاهدات توسط IERS صورت می گیرد و مقادیر آنها در سایت های مرتبط مانند <http://maia.usno.navy.mil/ser7/> در دسترس عموم قرار می گیرند.

حرکت تکتونیک ورقه های سنگ کره

چرخش های اولری ورقه های سنگ کره را می توان با مدل های ژئوفیزیکی کروی یا ژئودتیکی نظری NNR-NUVEL-1A، B و ITRF2000 محاسبه کرد. مدل های NNR-NUVEL-1A، B نسخه های اصلاح شده از نسخه اولیه NUVEL-1 می باشند. در جداول ۱ و ۲ مولفه های کارتزین سرعت زاویه ای و سرعت زاویه ای حول قطب اولر برای ورقه های اصلی آورده شده اند. در مرز بعضی از این ورقه ها، ممکن است نرخ حرکت به ۵ سانتی متر در سال نیز برسد. چنانچه بردار سرعت های چرخش با

$$\Omega = [\Omega_x \quad \Omega_y \quad \Omega_z]^T$$

$$R(\Omega) = \begin{bmatrix} 0 & -\Omega_z & \Omega_y \\ \Omega_z & 0 & -\Omega_x \\ -\Omega_y & \Omega_x & 0 \end{bmatrix}$$

تعريف گردد، تبدیل بین دو زمان برای یک بردار موقعیت کارتزین X با استفاده از رابطه Ω زیر انجام می شود [3]:

$$X(t) = [I + 4.84813681 * 10^{-9} R(\Omega)(t - t_0)] X(t_0) \quad (8)$$

نام ورقه	Ω_x (mas/y)	Ω_y (mas/y)	Ω_z (mas/y)	$\ \Omega\ $ (mas/y)
Africa	0.1837	-0.6392	0.8090	1.047283
Antarctica	-0.1693	-0.3508	0.7644	0.857922
Arabia	1.3789	-0.1075	1.3943	1.963923
Australia	1.6169	1.3569	1.2957	2.325992
Caribbean	-0.0367	-0.6982	0.3261	0.771473
Cocos	-2.1503	-4.4563	2.2534	5.436930
Eurasia	-0.2023	-0.4940	0.6503	0.841339
India	1.3758	0.0082	1.4005	1.407265
Nazca	-0.3160	-1.7691	1.9820	2.675424
North America	0.0532	-0.7423	-0.0316	0.744874
Pacific	-0.3115	0.9983	-2.0564	2.307036
South America	-0.2141	-0.3125	-0.1794	0.419141
Philippines	2.0812	-1.4768	-1.9946	3.238944

جدول ۱- ب- پارامترهای قطب اولر مدل های NNR- NUVEL-1A و APKIM2000

[5]

Plate	ITRF2000			APKIM2000.0			NNR NUVEL-1A		
	Φ [°]	Λ [°]	ω [°/Ma]	Φ [°]	Λ [°]	ω [°/Ma]	Φ [°]	Λ [°]	ω [°/Ma]
Africa	51.0 ± 0.6	274.7 ± 1.3	0.271 ± 0.003	52.7 ± 0.6	276.8 ± 1.5	0.269 ± 0.003	50.6	286.0	0.291
Somalia	45.4 ± 4.7	269.2 ± 9.8	0.290 ± 0.027	47.8 ± 4.8	267.4 ± 8.7	0.292 ± 0.026	50.6	286.0	0.291
Antarctica	61.7 ± 0.7	231.3 ± 1.2	0.218 ± 0.005	63.2 ± 1.2	231.5 ± 2.4	0.243 ± 0.011	63.0	244.2	0.238
Arabia	51.2 ± 2.6	353.6 ± 28.0	0.472 ± 0.127	51.8 ± 2.8	350.7 ± 38.7	0.467 ± 0.155	45.2	355.5	0.546
Australia	32.6 ± 0.3	38.1 ± 0.6	0.622 ± 0.003	34.4 ± 0.3	36.9 ± 0.6	0.619 ± 0.004	33.8	33.2	0.646
Caribbea	35.0 ± 4.0	268.3 ± 8.7	0.298 ± 0.073	46.3 ± 8.0	251.7 ± 30.8	0.191 ± 0.068	25.0	267.0	0.214
Eurasia	56.2 ± 0.3	258.6 ± 0.5	0.253 ± 0.001	57.9 ± 0.6	262.9 ± 0.9	0.259 ± 0.002	50.6	247.7	0.234
Asia	52.5 ± 4.8	258.3 ± 5.3	0.316 ± 0.004	68.7 ± 1.1	210.1 ± 11.7	0.368 ± 0.017	50.6	247.7	0.234
India	50.9 ± 1.5	11.9 ± 6.2	0.521 ± 0.015				45.5	0.3	0.545
Nazca	42.1 ± 1.4	257.9 ± 0.4	0.647 ± 0.008	44.8 ± 1.8	262.8 ± 0.7	0.644 ± 0.014	47.8	259.9	0.743
N.America	-4.7 ± 0.5	276.2 ± 0.3	0.193 ± 0.002	-2.4 ± 0.8	280.8 ± 0.4	0.198 ± 0.002	-2.4	274.1	0.207
Pacific	-63.4 ± 0.6	89.1 ± 1.4	0.674 ± 0.012	-65.2 ± 0.2	107.1 ± 1.4	0.658 ± 0.003	-63.0	107.3	0.641
S.America	-18.9 ± 1.7	227.6 ± 3.2	0.115 ± 0.002	-21.7 ± 2.0	230.7 ± 5.2	0.092 ± 0.003	-25.4	235.6	0.116

جدول ۱- ج- پارامترهای قطب اولر مدل های NNR- NUVEL-1B و NNR- NUVEL-1A

Plate	NNR-NUVEL-1A			NNR-NUVEL-1B		
	Ω (°/Ma)	λ (°)	φ (°)	Ω (°/Ma)	λ (°)	φ (°)
Africa	0.291	-74.0	50.6	0.291	-73.591	50.640
Antarctic	0.238	-115.8	63.0	0.238	-115.261	63.222
Arabia	0.543	-4.5	45.0	0.544	-4.437	44.935
Australia	0.646	33.2	33.9	0.647	33.154	33.866
Caribbean	0.214	-93.0	25.0	0.214	-92.627	25.135
Cocos	1.510	-115.8	24.5	1.509	-115.758	24.526
Eurasia	0.234	-112.3	50.6	0.234	-111.889	50.806
India	0.545	0.3	45.5	0.546	0.348	45.432
Nazca	0.743	-100.1	47.8	0.743	-99.962	47.850
North America	0.207	-85.9	-2.4	0.207	-85.540	-2.299
South America	0.116	-124.4	-25.3	0.115	-123.920	-25.341
Philippine	0.900	-35.4	-38.0	0.900	-35.319	-37.948
Pacific	0.641	107.3	-63.0	0.641	107.041	-62.990

^a Ω is the rotation rate, and λ and φ are the longitude and latitude of rotation pole, respectively.

رابطه‌ی (۸) بردار موقعیت \mathbf{x} در زمان t را با استفاده از همین بردار در زمان t_0 ، در یک دستگاه مرجع یکسان، به دست می‌دهد. مدل NNR-NUVEL1A تواند برای به روز کردن مختصات ایستگاه‌های مرجع به ترتیبی که تا حد امکان به زمان واقعی مشاهدات نزدیک باشند، به کار رود.



نگاره ۳- سرعت‌های بدست آمده از داده‌های GPS در دستگاه مرجع ITRF2000

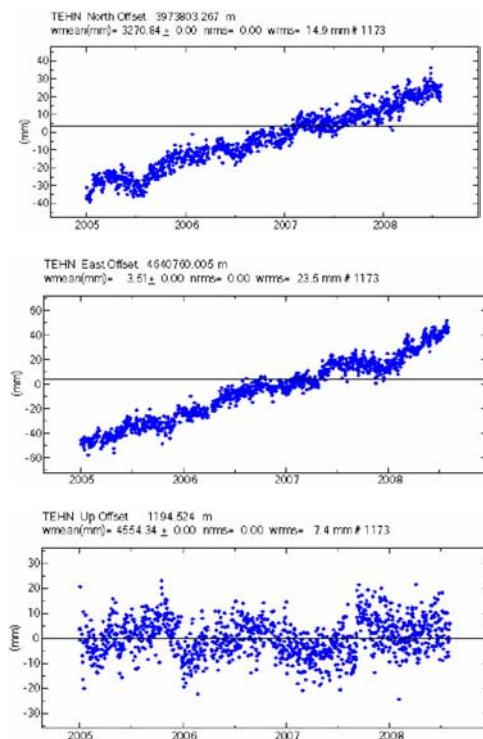
به دلیل آن که در تعریف و ایجاد یک چارچوب مرجع از ایستگاه‌هایی که با پوسته زمین حرکت می‌کنند استفاده می‌شود، در موقع تبدیل بین چارچوب‌های مختلف نیز وابستگی پارامترهای تبدیل به زمان باید در نظر گرفته شود. به عبارت ساده‌تر به جای یک تبدیل معمولی ۷ پارامتری باید با در نظر گرفتن نرخ تغییر آنها از یک تبدیل ۱۴ پارامتری برای انتقال از یک چارچوب به چارچوبی دیگر استفاده شود. توضیحات بیشتر در مورد این انتقال در بخش چارچوب ITRF آورده خواهد شد. موقعیت هر ایستگاه دلخواه در زمان t

منتسب به یک چارچوب ITRF مشخص ($X_{t,ITRF_{yy}}$) با داشتن مختصات و سرعت ایستگاه در زمان t_0 در

همان چارچوب ($V_{t_0,ITRF_{yy}}$) از رابطه زیر قابل محاسبه است [7]:

$$X_{t,ITRF_{yy}} = X_{t_0,ITRF_{yy}} + (t - t_0)V_{t_0,ITRF_{yy}} \quad (9)$$

با ید توجه نمود در هنگام استفاده از رابطه فوق ضمن اینکه واحدها باید یکسان باشند، فرض می شود که سرعتهای ایستگاه در دو زمان t و t_0 ثابت و در یک چارچوب واحد هستند.



نگاره ۴ - نرخ حرکت مولفه های شمالی، شرقی و قائم ایستگاه دائمی GPS تهران در چارچوب ITRF00 به کمک سری های زمانی روزانه از ابتدای ۲۰۰۵ تا اواسط ۲۰۰۸ [8]

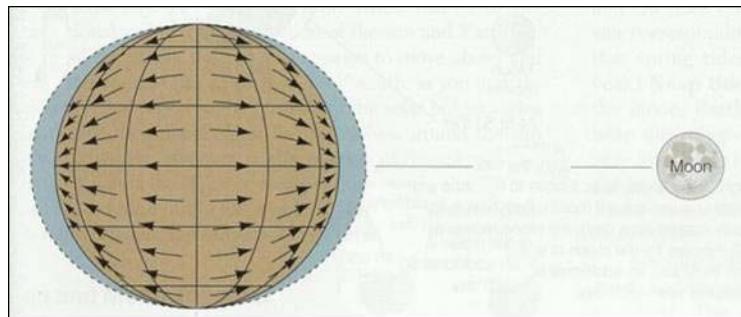
جزر و مد زمین جامد

جزر و مدها به سبب تغییرات زمانی اثر نیروی جاذبه خورشید و ماه بر میدان ثقل زمین، موجب برخی آشفتگی ها در حرکت مداری ماهواره ها می شوند. باید توجه نمود در حالی که جزر و مدهای اقیانوسی به طور قابل ملاحظه ای تحت تاثیر خطوط ساحلی و شکل کف اقیانوس ها در سواحل قراردارند، جزر و مدهای زمین

جامد به طور نسبتاً دقیقی قابل مدلسازی و پیش بینی می باشند. مک کارتی رابطه‌ی زیر را برای محاسبه تصحیح جزر و مدار ارائه کرده است [9]:

$$\Delta x = \sum_{j=2}^3 \frac{GM_j}{GM_E} \frac{\|r_E\|^4}{\|r_j\|^3} \left\{ h_2 e \left(\frac{3}{2} (r_j \cdot e)^2 - \frac{1}{2} \right) + 3l_2 (r_j \cdot e) [r_j - (r_j \cdot e) e] \right\} \quad (10)$$

که در آن GM_E ثابت جاذبی زمین، GM_j همین ثابت برای ماه ($j=2$) و خورشید ($j=3$)، e بردار واحد مختصات ایستگاه مشاهده در دستگاه مختصات ژئوستراتیک (x) و l_2 بردار واحد جرم آسمانی می باشد. h_2 اعداد لاو و شیدا از درجه اسمی ۲، که خواص کشسانی مدل زمین را توصیف می کنند، می باشند. رابطه‌ی ۵، جزر و مدهای زمین جامد را حداقل با دقت ۵mm به دست می دهد.



نگاره ۵- جزر و مدهای زمین صلب در اثر نیروی جاذبه ماه

تصحیح جزر و مدار می تواند به ۳۰ سانتی‌متر در جهت قائم و ۵ سانتی‌متر در جهت افقی برسد [9]. این تصحیح شامل یک جابجایی دائمی وابسته به عرض جغرافیائی و یک بخش تناوبی با دوره تناوب روزانه و نیمه روزانه است. بخش تناوبی بصورت گستردگی برای تعیین موقعیت استاتیک روی یک دوره ۲۴ ساعته متوسط گیری می شود. بخش دائمی که می تواند به ۱۲ سانتی‌متر در عرضهای متوسط برسد در چنین موقعیت متوسط ۲۴ ساعته‌ای باقی می ماند [9]. صرفنظر کردن از تصحیح مذکور در تعیین موقعیت نقطه‌ای، به ترتیب خطاهای سیستماتیک موقعیت، تا ۱۲/۵ و ۵ سانتی‌متر در جهت قائم و شمال را نتیجه می دهد [9]. باید متذکر شد که برای تعیین موقعیت تفاضلی بر روی خطوط مبنای کوتاه (کمتر از ۱۰۰ کیلومتر) هر دو ایستگاه

تقرباً جابجایهای جزر و مدی یکسانی دارند و بنابراین موقعیتهای نسبی بر روی خطوط مبنای کوتاه بطور قابل ملاحظه ای تحت تاثیر جزر و مد زمین جامد قرار نمی‌گیرند.

بار ناشی از جزر و مد اقیانوسی

بارگذاری اقیانوس اساساً ناشی از چگونگی توزیع آب اقیانوس‌ها در هنگام جزر و مد می‌باشد که تابع شکل کف دریا و اراضی ساحلی است. هنگام بارگذاری اقیانوس، پوسته‌ی زمین تحت وزن آب جزر و مد دچار جابجایی و تغییر شکل عمودی می‌گردد. جابجایی عمودی پوسته‌ی زمین در اثر بار جزر و مد اقیانوسی ممکن است به چندین سانتی‌متر برای مناطق ساحلی برسد. برای یک خط مینا با طول ۱۰۰ کیلومتر در جهت دور از ساحل، تأثیر بار جزر و مد اقیانوسی نسبی، ممکن است به ۱ سانتی‌متر برسد. مک‌کارتی رابطه‌ی زیر را برای مولفه‌های جابجایی Δc برای یک ایستگاه مشاهده معین (c، مربوط می‌شود به مولفه‌های شعاعی، غربی و جنوبی) در زمان t ارائه کرده است [9]:

$$\Delta c = \sum_j f_j A_{cj} \cos(\omega_j t + \chi_j + u_j - \Phi_{cj}) \quad (11)$$

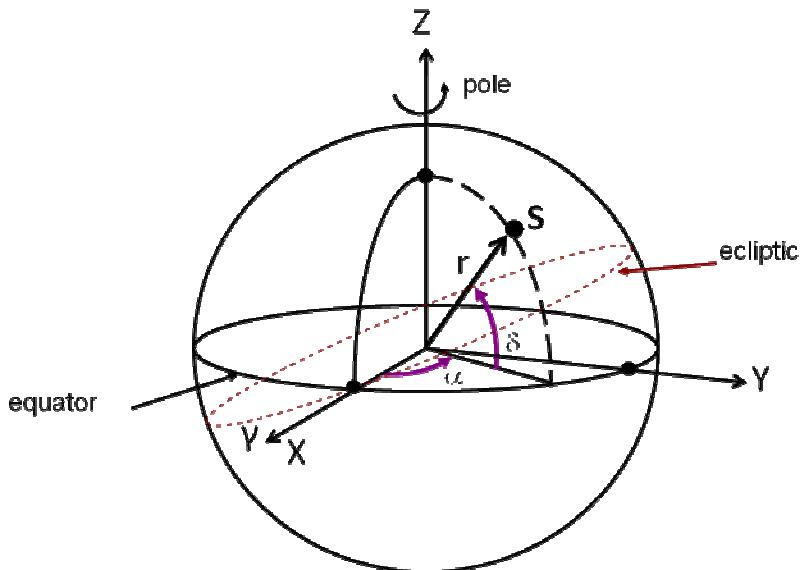
علامت جمع روی \oplus یا زده موج جزر و مدی را با عنوانین: نیمه روزانه شامل S_2 , M_2 , N_2 و K_2 و روزانه شامل P_1 , O_1 , Q_1 و دوره‌ی تناوب طولانی شامل S_a , M_m , M_f نمایش می‌دهد. در واقع بیش از ۹۵ درصد اثر جزر و مد اقیانوسی بوسیله این ۱۱ مولفه مشخص می‌شود. نمادهای ω_j و χ_j نشان دهنده سرعت‌های زاویه‌ای و آرماگون‌های نجومی در زمان $t=0^h$ می‌باشد. آرماگون‌های بنیادی χ_j منعکس کننده‌ی موقعیت خورشید و ماه می‌باشند. u_j و f_j تابع طول گره قمری می‌باشد و در حد دقت ۱-۳ میلی-متر $f_j = 0$ و $u_j = 0$ است. دامنه‌های ویژه‌ی ایستگاه A_{cj} و فازهای Φ_{cj} را با استفاده از مدل‌های جزر و مد اقیانوسی و داده‌های خطوط ساحلی می‌توان محاسبه کرد. این مقادیر را IERS برای بیشتر ایستگاه‌های مرجع ITRF فراهم می‌کند و در دسترس قرار می‌دهد. تغییر شکل‌های ناشی از بارگذاری وسیع‌ترین تغییرشکل می‌باشد و از ۵ سانتی‌متر در جهت قائم و ۲ سانتی‌متر در جهت افقی برای M_2 ایستگاه‌های ساحلی فراتر نمی‌رود [9].

دستگاه ها و چارچوب های مرجع سماوی قراردادی (CIRF و CIRS)

قوانین حرکت نیوتون تنها در یک دستگاه مختصات اینرшиال معتبر هستند، یعنی در یک دستگاه مختصات مختصات ساکن یا دستگاه مختصات با حرکت مستقیم الخط یکنواخت. تئوری حرکت ماهواره‌ها بر اساس چنین دستگاه مختصاتی شکل گرفته است.

دستگاه مختصات اینرшиال فضا-چسب معمولاً با اشیاء فرازمینی مانند ستاره‌ها، کوازارها، سیارات یا ماه مرتبط می‌باشد. از اینرو چنین دستگاه مختصاتی را دستگاه مرجع مختصات سماوی (CRS) نیز نامیده‌اند. یک دستگاه مرجع مختصات سماوی بر پایه دینامیک یا کینماتیک استوار است. دستگاه مختصات سماوی کینماتیک بر اساس موقعیت ستاره‌ها یا کوازارها، و دستگاه مختصات دینامیک بر اساس حرکت سیاره‌ها، ماه و یا ماهواره‌ها بیان می‌گردد [1].

- دستگاه مختصات استوایی یا بعدی در اپک T0 که سال‌ها در نجوم کروی مورد استفاده بوده است (شکل ۱)، تقریب خوبی از یک دستگاه مرجع مختصات اینرшиال قراردادی است. مبدأ این دستگاه مختصات منطبق بر مرکز زمین، راستای مثبت محور Z در جهت قطب شمال، راستای مثبت محور X به سمت نقطه اعتدال بهاری یا نقطه گاما (γ) و راستای ممحور Y به گونه‌ای است که دستگاه مختصات دست راستی باشد. با توجه به اینکه مرکز جرم زمین به علت حرکت سالیانه‌اش به دور خورشید، دارای شتاب است، این دستگاه مختصات را شبیه اینرшиال می‌گویند [1].



نگاره ۶- دستگاه مختصات استوایی در نجوم کروی [10]

دستگاه ها و چارچوب های مرجع زمینی قراردادی (CTRF و CTRS)

یک سیستم مرجع زمین-چسب باقیستی متصل به پوسته زمین باشد. این سیستم زمینی قراردادی (CTS) می‌تواند بر اساس مجموعه‌ای از مختصات‌های کارتزین ایستگاه‌ها یا علائم پایه در یک شبکه جهانی، ایجاد شود [1].

مبدأ یک سیستم مرجع زمینی قراردادی ایده‌آل متصل بر مرکز جرم زمین (به علاوه جرم اقیانوس‌ها و اتمسفر) و محور Z سیستم منطبق بر محور دورانی زمین است. به علت عدم دستیابی به مرکز جرم زمین و محور دورانی آن، تقریبی از آنها در نظر گرفته می‌شود [1]. دستگاه مرجع زمینی قراردادی در طی زمان هیچگونه باقیمانده ای ناشی از چرخش کره نسبت به پوسته زمین ندارد.

تبديل بين دستگاه های CIS و CTS :

برای تبدیل مختصات از یک دستگاه مرجع استوایی فضا-چسب (CIS) به یک دستگاه مرجع زمینی قراردادی (CTS) باید سه ماتریس دوران مربوط به پرسشن (P)، نوتیشن (N) و پارامترهای توجیه زمین (S) مطابق رابط زیر اعمال شوند [1].

$$\bar{r}_{\text{CTS}} = \text{SNP} \bar{r}_{\text{CIS}} \quad (12)$$

رابطه فوق در واقع تبدیل بردار موقعیت دلخواه ۲ از دستگاه اینرسیال قراردادی به دستگاه زمینی قراردادی را نشان می‌دهد.

چارچوب مرجع زمینی بین المللی (ITRF)

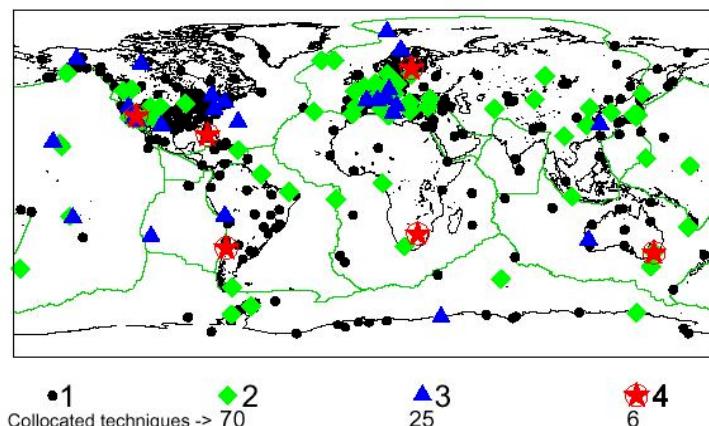
یکی از وظایف اصلی ژئودزی مدرن تعریف و نگهداری یک چارچوب مرجع زمینی بین المللی است. اینکه یک چارچوب مرجع چگونه می‌تواند تحقق پیدا کند، دلالت مهمی بر توانائی ما جهت مطالعه خصوصیات و رفتار جهانی و منطقه‌ای زمین، شامل بازگشت پوسته ای ناشی از دوران یخی، تغییر سطح دریا، تکتونیک صفحه‌ای، فرسایش و بالا آمدگی منطقه‌ای دارد. بنابراین با توجه به اینکه شکل زمین همواره در حال تغییر است باید در بررسی حرکات پوسته زمین از یک چارچوب مرجع زمینی مناسب استفاده شود.

تعریف دستگاه مرجع مختصات قراردادی زمین (CTRS)، به دلیل حرکات تکتونیک ورقه‌های سنگ کره که موجب تغییر مکان کند ایستگاه مشاهده در طول زمان می‌گردد، دائمًا پیچیده تر می‌شود. در واقع حرکت ورقه‌های سنگ کره باعث عدم سازگاری مختصات ثبت شده ای ایستگاه‌ها نسبت به یکدیگر می‌شود. راه حل رفع مشکل مذکور، تعریف یک دستگاه مختصات مرجع با استفاده از مختصات و سرعت یک مجموعه ای سازگار و مستحکمی از یک شبکه ای جهانی از ایستگاهها در یک زمان مشخص می‌باشد. مرکز جرم زمین یک انتخاب طبیعی برای مبدا مختصات CTRS می‌باشد، زیرا دینامیک و معادلات حرکت ماهواره‌ها نسبت به مرکز جرم زمین بیان می‌شوند. با ملاحظات فوق یک نمونه خاص از CTRS، چارچوب مختصات TRF می‌باشد که در ایجاد آن مختصات و سرعت ایستگاه‌ها توما در نظر گرفته می‌شوند. چارچوب مرجع زمینی (TRF) در واقع مجموعه‌ای از مختصات‌های نقاط زمینی است که جهت ارائه مختصات نقاط، اندازه‌گیری حرکات صفحات تکتونیک، نشست‌ها، بالا آمدگی‌های منطقه‌ای و نیز تعریف حرکات دورانی زمین در فضا استفاده می‌شود. سرویس بین المللی چرخش زمین (IERS) در سال ۱۹۸۸ در ادامه چارچوب مرجع سماوی بین المللی (ICRS)، چارچوب مرجع زمینی بین المللی (ITRF) را تعریف کرد که پارامترهای توجیه زمین این دو چارچوب را بهم متصل می‌کند. با توجه به فراوانی و امکان دسترسی به مشاهدات ژئودزی فضایی و

ماهواره ای نظیر VLBI SLR، LLR، GNSS و DORIS، چارچوب مرجع زمینی بین المللی به طور پیوسته تحت ناظارت IERS به روز می شود. از سال ۱۹۸۸ تا کنون ۱۱ نسخه از ITRF معرفی شده است که جدیدترین آنها ITRF2005 و ITRF2000 منتسب به سال های ۲۰۰۵ و ۲۰۰۰ هستند. تمامی این نسخه ها شامل موقعیت ایستگاه ها و سرعت آنها می باشد و تغییرات پوسته زمین را مدل سازی می کنند. به همین جهت است که از آنها می توان در مقایسه مقاطع زمانی مختلف مشاهدات استفاده کرد. تمامی نسخه های ITRF توسط پارامترهای انتقال، با حداکثر دقت قابل تبدیل به یکدیگر هستند [11]. در ادامه به معرفی بیشتر دو نسخه جدید ITRF2005 و ITRF2000 و تبدیل بین آنها می پردازیم. برای یادآوری یک چارچوب مرجع ITRF یک چارچوب ECEF نیز می باشد.

چارچوب مرجع زمینی بین المللی ITRF2000

چارچوب مرجع زمینی بین المللی ITRF2000 در مارس ۲۰۰۱ ارائه شد. در تعریف این چارچوب از موقعیتها و سرعتهای حدود ۸۰۰ ایستگاه واقع شده در حدود ۵۰۰ مکان بدست آمده از فناوری های مختلف ژئودزی استفاده شد [12].



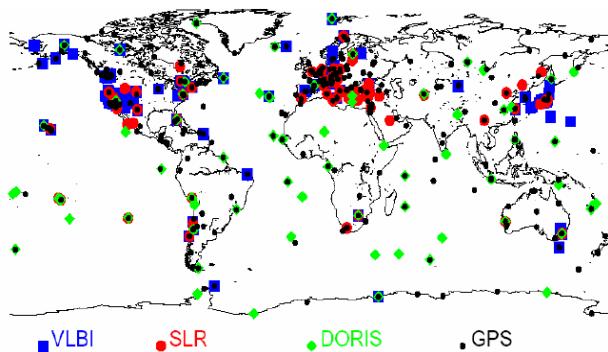
نگاره ۷-موقعیت ایستگاه های ITRF2000

مقیاس در ITRF2000 بوسیله ترکیبی از نتایج VLBI و SLR تعیین شده است. توجیه چارچوب ITRF2000 مانند نسخه قبلی خود یعنی ITRF97 در نظر گرفته شده و سرعت توجیه ITRF2000 مطابق مدل تکتونیک زمین‌شناسی NNR-NUVEL-1A تنظیم گردیده است. مبدأ ITRF2000، مرکز جرم زمین با منظور نمودن توزیع جرم زمین صلب، اقیانوسها و اتمسفر تعیین و انتخاب شده است [12].

چارچوب مرجع زمینی بین المللی ITRF2005

برخلاف چارچوب مرجع زمینی بین المللی ITRF2000، داده‌های مورد استفاده در تعریف ITRF2005 سری‌های زمانی موقعیت‌های ایستگاه‌ها (حل‌های هفتگی فناوری‌های ماهواره‌ای ناظیر GPS، SLR، DORIS و حل‌های روزانه VLBI) و پارامترهای توجیه زمین به صورت روزانه هستند [11]. مزیت استفاده از سری زمانی مختصات ایستگاه‌ها امکان پایش حرکات غیر خطی و ناپیوستگی‌ها و بررسی رفتارهای زودگذر پارامترهای فیزیکی چارچوب ناظیر مبدأ مختصات و مقیاس می‌باشد. مبدأ مختصات ITRF2005 به گونه‌ای تعریف شده است که کمترین نرخ و حرکت را نسبت به مرکز جرم زمین داشته باشد که بوسیله سری زمانی ۱۳ سال مشاهده سامانه SLR بدست آمده است. مقیاس این چارچوب نیز به کمک سری زمانی ۱۲ سال مشاهده سامانه VLBI محاسبه شده است. توجیه این چارچوب مرجع و نرخ آن، مطابق با ITRF2000 و با استفاده از ۷۰ ایستگاه دارای دقت و کیفیت بالا تعیین شده است [11].

ITRF2005: Co-locations



نگاره -۸ -موقعیت ایستگاه‌های ITRF2005

تبديل بین چارچوب های مرجع ITRF2000 و ITRF2005

جابجایی ها و تغییر موقعیتهای که در مناطق مختلف کره زمین ایجاد می شود، برای اینکه با یکدیگر قابل مقایسه باشند باید در یک چارچوب مرجع زمینی قرار داشته باشند. به همین دلیل بایستی نقش تغییر چارچوب های مبنای نیز بر روی مشاهدات GNSS بررسی شود.

رابطه استاندارد تبدیل بین دو سیستم مرجع سه بعدی یک تشابه اقلیدسی ۷ پارامتری است که عبارتند از: سه

مؤلفه انتقال، یک فاکتور مقیاس و سه زاویه دوران که به ترتیب عبارتند از: $T_1, T_2, T_3, D, R_1, R_2, R_3$. از

آنچا که سرعت و نرخ تغییرات زمانی این پارامترها نیز در چارچوب های مرجع زمینی باید مد نظر قرار گیرد ۷

پارامتر دیگر یعنی مشتقات مرتبه اول زمانی آنها در این تبدیل استفاده می شوند که عبارتند از:

$X_2 = X_1 + T + DX_1 + RX_1 + \dot{T}_1, \dot{T}_2, \dot{T}_3, \dot{D}, \dot{R}_1, \dot{R}_2, \dot{R}_3$. تبدیل بردار مختصات X_1 در چارچوب مرجع ITRF2000 به بردار مختصات X_2

در چارچوب مرجع ITRF2005 با معادله زیر نشان داده می شود [11]:

$$X_2 = X_1 + T + DX_1 + RX_1 \quad (13)$$

که در آن :

$$T = \begin{pmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \end{pmatrix}$$

$$R = \begin{pmatrix} 0 & -R_3 & R_2 \\ R_3 & 0 & -R_1 \\ -R_2 & R_1 & 0 \end{pmatrix}$$

با این فرض که معادله فوق برای مجموعه مختصات های ایستگاه های مورد استفاده، خطی است (تفاوت

مبدأ حدود چند صد متر و تفاوت مقیاس و توجیه از درجه 10^{-5} است)، معادله تفاضلی آن نسبت به زمان به

صورت زیر بیان می شود [11]:

$$\dot{X}_2 = \dot{X}_1 + \dot{T} + \dot{D}X_1 + D\dot{X}_1 + \dot{R}X_1 + R\dot{X}_1 \quad (14)$$

از آنجا که D, R از مرتبه 10^{-5} و \dot{X} حداقل 10^{-5} سانتی متر در سال است، عبارات $D\dot{X}_1$ و $R\dot{X}_1$ بسیار

کوچک و قابل صرفنظر کردن هستند. بنابراین معادله فوق را می توان بصورت زیر نوشت [11]:

$$\dot{X}_2 = \dot{X}_1 + \dot{T} + \dot{DX}_1 + \dot{RX}_1 \quad (15)$$

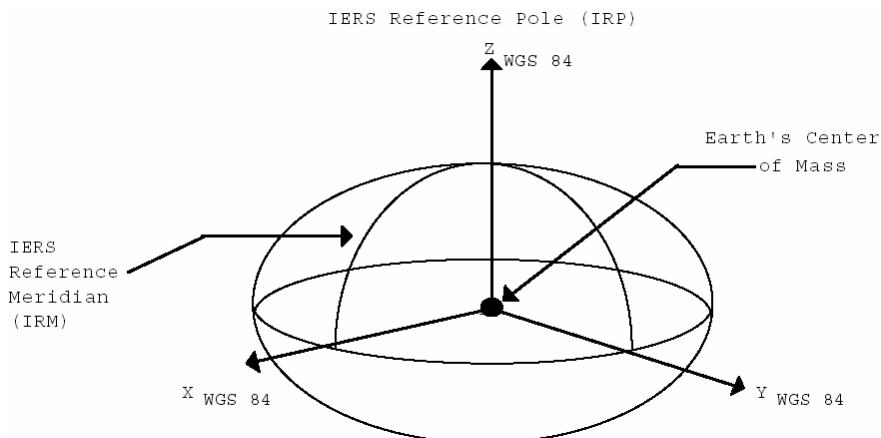
بر اساس روابط ارائه شده، پارامترهای تبدیل بین ITRF2000 و ITRF2005 محاسبه و طبق جدول زیر در سایت ITRF قرار داده شده است.

جدول ۲- پارامترهای تبدیل بین ITRF2000 و ITRF2005 [13]

	T1 mm	T2 mm	T3 mm	D 10-8	R1 mas	R2 mas	R3 mas
	0.1	-0.8	-5.8	0.40	0.000	0.000	0.000
+/-	0.3	0.3	0.3	0.05	0.012	0.012	0.012
Rates	-0.2	0.1	-1.8	0.08	0.000	0.000	0.000
+/-	0.3	0.3	0.3	0.05	0.012	0.012	0.012

سطح مبنای ژئودتیک در GPS [بیضوی مرجع]

امروزه هر یک از سامانه های تعیین موقعیت ماهواره ای برای ارائه مختصات ایستگاه های مورد اندازه گیری از یک دستگاه مختصات مرجع زمینی قراردادی کارتزین و بیضوی دو محوره دورانی مربوط به خود استفاده می کنند که به یکدیگر نزدیک هستند. شناخته شده ترین آنها دستگاه مختصات زمینی و بیضوی مرجع WGS-84 مورد استفاده در سامانه GPS است. این دستگاه در واقع از نوع CTRS است که بنابر تعریف زمین مرکز و زمین چسب می باشد و محور Z آن از قطب قراردادی زمین (CTP) نسخه مربوط به سال ۱۹۸۴ با دقت "0.005 ± می گذرد. محور x آن فصل مشترک نصف النهار گرینویچ و صفحه استوایی تعریف شده در سال ۱۹۸۴ با دقت "0.005 ± می باشد و محور y آن نیز به گونه ای تعریف شده است که یک دستگاه مختصات سه بعدی دست راستی بدست آید [14].



نگاره ۹- تعریف دستگاه مختصات WGS 84

چهار پارامتر اصلی هندسی و فیزیکی مربوط به بیضوی WGS-84 نیز به شرح زیر تعیین و معرفی شده اند

.[14]

Parameter	Notation	Value
Semi-major Axis	a	6378137.0 meters
Reciprocal of Flattening	1/f	298.257223563
Angular Velocity of the Earth	ω	$7292115.0 \times 10^{-11}$ rad/s
Earth's Gravitational Constant (Mass of Earth's Atmosphere Included)	GM	$3986004.418 \times 10^8 \text{m}^3/\text{s}^2$

همانطور که می دانیم به سادگی می توان مختصات ژئودتیک (φ, λ, h) هر نقطه دلخواه را در دستگاه WGS-84 به مختصات کارتزین (x, y, z) و بر عکس تبدیل نمود. رابطه کلی تبدیل مختصات ژئودتیک به مختصات کارتزین به صورت زیر می باشد [15].

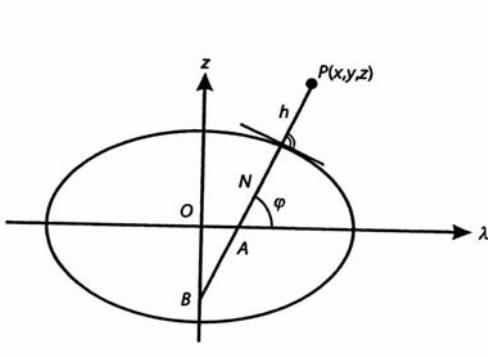
$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (N+h)\cos\varphi\cos\lambda \\ (N+h)\cos\varphi\sin\lambda \\ (N(1-e^2)+h)\sin\varphi \end{bmatrix} \quad (16)$$

همچنین رابطه کلی تبدیل مختصات کارتزین به مختصات ژئودتیک به صورت زیر ارائه می شود [15].

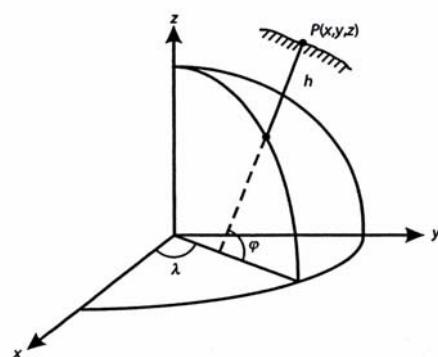
$$\begin{cases} \tan \varphi = \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2}} \left(1 - e^2 \frac{N}{N + h}\right)^{-1} \\ \tan \lambda = y/x \\ h = \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{\cos \varphi} - N \end{cases} \quad (17)$$

در روابط فوق e خروج از مرکزیت اول و N شعاع انحنای قائم اولیه است که از رابطه زیر بدست می آید.

$$N = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \varphi}}$$



نگاره ۱۰- ب- شعاع انحنای قائم اولیه (N)



نگاره ۱۰- الف- مختصات ژئودتیک (φ, λ, h) و

کارتزین (x, y, z)

البته تبدیل مختصات کارتزین به مختصات ژئودتیک به صراحت و سادگی تبدیل مختصات ژئودتیک به مختصات کارتزین نیست. همانطور که مشاهده می شود در تبدیل مختصات کارتزین به مختصات ژئودتیک نیاز به φ و h می باشد که خود مجھول هستند. لذا برای دستیابی به مختصات ژئودتیک نهایی باید از یک حل تکراری که با مقادیر تقریبی φ و h شروع می شود، استفاده نمود. از آنجا که N مراحل تکرار به سرعت انجام و همگرا می شود. استفاده از روابط زیر می تواند شروع مناسبی برای تکرارهای بعدی باشد

.[15]

$$e = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a}$$

$$\cot \varphi = \sqrt{\frac{x^2 + y^2}{z + \Delta z}}, \quad \Delta Z = e^2 N \sin \varphi = \frac{a e^2 \sin \varphi}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \varphi}}$$

$$h = \sqrt{x^2 + y^2 + (z + \Delta z)^2} - N$$

تبديل بين دو بيضوي مرجع

هرچند در اغلب موارد اختلاف بین مختصات نقاط در دو دستگاه مرجع قراردادی زمینی بسیار کوچک است، لیکن در برخی کاربردها تبدیل مختصات کارتزین و ژئودتیک منتب به یک بیضوی به یک بیضوی دیگر ضروری است. از این رو در ادامه به شرح و چگونگی این تبدیلات پرداخته می شود. برای دو دستگاه مختصات کارتزین که در مبدا واحد طول اختلاف دارند به طور معمول از رابطه تبدیل ۷ پارامتری زیر معروف به تبدیل هلمرت استفاده می شود [16].

$$X_2 = X_0 + \mu R X_1 \quad (18)$$

یا

$$\begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{bmatrix} + \mu R \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{bmatrix} \quad (19)$$

که در آن μ ضریب مقیاس (نسبت واحد های طول در دو دستگاه مختصات)، X_0 بردار انتقال (اختلاف مختصات در مبدا دو دستگاه مختصات)، X_1 بردار مختصات در دستگاه اول، X_2 بردار مختصات در دستگاه دوم و R ماتریس دوران های جزئی α_x ، α_y و α_z حول محور های x ، y و z به صورت زیر است.

$$R = R_x(\alpha)R_y(\alpha)R_z(\alpha) \cong \begin{bmatrix} 1 & \alpha_z & -\alpha_y \\ -\alpha_z & 1 & \alpha_x \\ \alpha_y & -\alpha_x & 1 \end{bmatrix}$$

$$R_x(\alpha) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & \sin \alpha \\ 0 & -\sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}$$

$$R_y(\alpha) = \begin{bmatrix} \cos \alpha & 0 & -\sin \alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \alpha & 0 & \cos \alpha \end{bmatrix}$$

$$R_z(\alpha) = \begin{bmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha & 0 \\ -\sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

تبديل مختصات ژئودتیک از یک بیضوی (G1) به یک بیضوی دیگر (G2) نیز به صورت زیر قابل بیان می باشد.

$$\begin{aligned} \varphi_{G2} &= \varphi_{G1} + \Delta\varphi \\ \lambda_{G2} &= \lambda_{G1} + \Delta\lambda \\ h_{G2} &= h_{G1} + \Delta h \end{aligned} \quad (20)$$

با استفاده از فرمول های استاندارد Molodensky می توان مقادیر $\Delta\varphi$ ، $\Delta\lambda$ و Δh را بر حسب ثانیه کمانی و متر به ترتیب زیر بدست آورد [14].

$$\begin{aligned} \Delta\phi'' &= \{-\Delta X \sin \phi \cos \lambda - \Delta Y \sin \phi \sin \lambda + \Delta Z \cos \phi + \Delta a (R_N e^2 \sin \phi \\ &\quad \cos \phi)/a + \Delta f [R_M (a/b) + R_N (b/a)] \sin \phi \cos \phi\} \cdot [(R_N + h) \sin 1'']^{-1} \\ \Delta\lambda'' &= [-\Delta X \sin \lambda + \Delta Y \cos \lambda] \cdot [(R_N + h) \cos \phi \sin 1'']^{-1} \end{aligned} \quad (21)$$

$$\Delta h = \Delta X \cos \phi \cos \lambda + \Delta Y \cos \phi \sin \lambda + \Delta Z \sin \phi - \Delta a (a/R_N) + \Delta f (b/a) \\ R_N \sin^2 \phi$$

که در آن:

$$(\varphi, \lambda, h) \text{ مختصات ژئودتیک در بیضوی G1}$$

$$(\Delta X, \Delta Y, \Delta Z) \text{ اختلاف مختصات در مرکز دو بیضوی،}$$

a ، b و e به ترتیب نیم قطر بزرگ، نیم قطر کوچک، فشردگی و خروج از مرکزیت اول بیضوی G1،

$G2$ و Δa و Δb به ترتیب اختلاف نیم قطر بزرگ و فشردگی در بیضوی های G1 و

شعاع انحنای قائم اولیه، R_N

$$R_N = a / (1 - e^2 \sin^2 \varphi)^{1/2}$$

و R_M شعاع انحنای نصف النهاری است.

$$R_M = a(1 - e^2) / (1 - e^2 \sin^2 \varphi)^{3/2}$$

تبديل بین WGS-84 و ITRF2000 در ایران

یکی از مشکلاتی که کابران شبکه ایستگاه های دائم GPS ایران، موسوم به شبکه ژئودینامیک سراسری، در بخش مهندسی و طرح های عمرانی با آن مواجه بودند، عدم همخوانی مختصات ITRF2000 این ایستگاه ها با مختصات WGS-84 بود. هر چند این اختلافات از چند سانتی متر تجاوز نمی کرد ولی برای رفع نگرانی های موجود تصمیم گرفته شد تا ضرایب تبدیل بین این دو دستگاه مختصات محاسبه و در اختیار کاربران قرار گیرند. بر همین اساس توسط یک کار مشترک در سازمان نقشه برداری کشور ضرایب تبدیل مختصات کارترین از WGS-84 ITRF2000 به محاسبه و انتشار یافت [17]. این ضرایب با دقت بسیار بالایی بر اساس مدل تبدیل استاندارد ۷ پارامتری Bursa-Wolf (Bursa, 1962; Wolf, 1963) و استفاده از ۲۶ ایستگاه مشترک در دو دستگاه مختصات (با توزیع سراسری در ایران) مطابق جدول ۳ بدست آمدند.

جدول ۳- ضرایب تبدیل WGS-84 ITRF2000 به ایران [17]

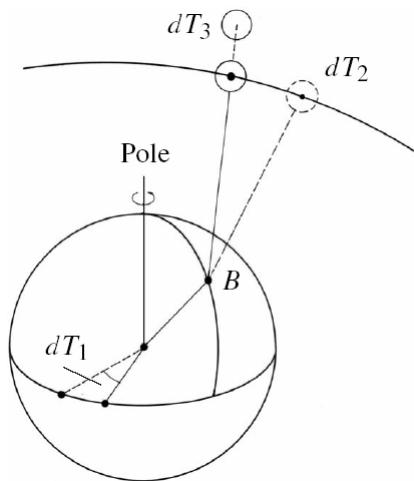
<input type="checkbox"/>	Shift dX	0.551	0.0028	m
<input type="checkbox"/>	Shift dY	-0.373	0.0028	m
<input type="checkbox"/>	Shift dZ	-0.817	0.0028	m
<input type="checkbox"/>	Rotation about X	-0.001063	0.0013	[""]
<input type="checkbox"/>	Rotation about Y	0.009047	0.0016	[""]
<input type="checkbox"/>	Rotation about Z	-0.011414	0.0014	[""]
<input type="checkbox"/>	Scale	0.004874	0.0050	[ppm]

دستگاه های مرجع زمان

هدف اصلی دستگاه های مرجع زمان، تعیین لحظه دقیق یک رویداد است. در مکانیک سماوی و ژئودزی ماهواره ای، زمان از اهمیت ویژه ای برخوردار است، زیرا اجرام سماوی و ماهواره ها با سرعت بسیار زیادی حرکت می کنند. برای داشتن یک دستگاه مرجع زمان به صورت عملی، نیاز به یک بازه زمانی قابل تکرار و دقیق است که بر پایه برخی پدیده های فیزیکی قابل اندازه گیری، استوار باشد. همچنین یک مقطع زمانی

مرجع لازم است تا بازه‌های زمانی نسبت به آن محاسبه شوند. مقطع زمانی مرجع متدالول در محاسبات نجومی و ماهواره ای، روز میلاد مسیح است [18].

در حال حاضر سه مقیاس زمانی در ژئودزی ماهواره ای مورد بحث می‌باشند که عبارتند از: زمان نجومی و خورشیدی، زمان دینامیکی و زمان اتمی. این زمان‌ها به ترتیب به دلیل ارتباط مشاهدات زمینی به یک چارچوب فضا-چسب، تبیین حرکات مداری ماهواره‌ها و اندازه گیری دقیق زمان ارسال و دریافت امواج مورد نیاز می‌باشند. زمان نجومی و زمان خورشیدی بر پایه دوران زمین تعریف شده‌اند و ارتباط آن‌ها بوسیله روابط ریاضی مشخص می‌باشد، در حالیکه زمان دینامیکی و زمان اتمی مستقل از دوران زمین می‌باشند. به منظور دستیابی به دقت‌های مورد نظر سامانه‌های تعیین موقعیت ماهواره ای، می‌بایست ارتباط بین دستگاه‌های مختلف زمانی با بالاترین دقت مشخص باشد. برای مثال دقت زمانی متناظر با خطای ۱ سانتی متر در موقعیت، با در در نظر گرفتن یک نقطه در استوا و دوران زمین $dT_1 = 2 \times 10^{-5} \text{ s}$ ، یک ماهواره نزدیک به سطح زمین در مدار خود $dT_2 = 1 \times 10^{-6} \text{ s}$ و یک فاصله بدست آمده از مدت زمان طی شده توسط یک سیگнал از ماهواره تا ایستگاه زمینی $dT_3 = 1 \times 10^{-10} \text{ s}$ است [1]. بنابراین با توجه به دقت‌های زمانی ارائه شده در می‌یابیم که دستگاه‌های مرجع زمان مربوط به هر یک باید از دقتی بالاتر برخوردار باشند.



نگاره ۱۱- اثر خطاهای زمان سنجی در ژئودزی ماهواره ای [1]

زمان های مبتنی بر دوران زمین

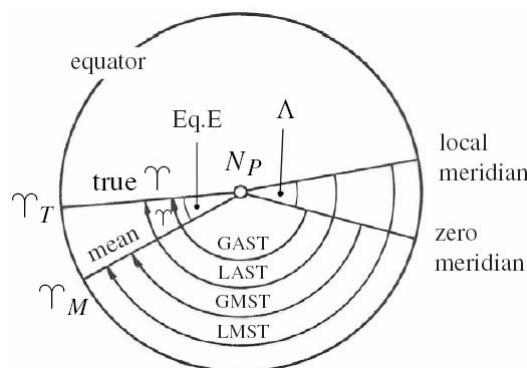
• زمان نجومی

حرکت روزانه زمین نسبت به ستاره ها و خورشید، به ترتیب مبنای زمان نجومی و زمان خورشیدی است. یک روز خورشیدی فاصله زمانی میان دو گذر متواالی خورشید از نصف النهار محل و یک روز نجومی فاصله زمانی میان دو گذر متواالی یک ستاره از نصف النهار محل است. به دلیل حرکت سالیانه زمین به دور خورشید طول روز خورشیدی و روز نجومی یکسان نمی باشد و در واقع یک روز در سال با هم اختلاف دارند.

اگر زاویه ساعتی نقطه اعتدال بهاری نسبت به نصف النهار نجومی گرینویچ اندازه گیری شود، زمان نجومی ظاهری گرینویچ (GAST) یا زمان نجومی متوسط گرینویچ (GMST) بدست می آید که تفاوت آنها در اختلاف بین نقطه اعتدال بهاری حقیقی و نقطه اعتدال بهاری متوسط می باشد. به همین ترتیب اگر زاویه ساعتی نقطه اعتدال بهاری نسبت به نصف النهار نجومی محلی اندازه گیری شود، زمان نجومی ظاهری محلی (LAST) یا زمان نجومی متوسط محلی (LMST) بدست می آید که مجدداً تفاوت آنها در اختلاف بین نقطه اعتدال بهاری حقیقی و نقطه اعتدال بهاری متوسط می باشد. روابط بین این زمان ها به صورت زیر قابل بیان می باشد [10].

$$GMST - GAST = \Delta\psi \cos \varepsilon \quad (22)$$

$$LMST - GMST = LAST - GAST = \Lambda \quad (23)$$



نگاره ۱۲- تعریف و ارتباط بین انواع زمان های نجومی [1]

• زمان خورشیدی

زمان ظاهری خورشیدی، فاصله میان گذرهای متوالی خورشید است که از یک طول جغرافیایی مشخص، مشاهده می‌شود. به صورت قراردادی ۱۲ ساعت به لحظه گذر خورشید نصف النهار محلی یا گرینویچ اضافه می‌شود تا شروع یک شب روز در نیمه شب قرار گیرد.

• زمان جهانی (UT)

از آنجا که مدار حرکت زمین به دور خورشید، دایره‌ای شکل نمی‌باشد، لذا شاهد تغییر طول روزها در طی سال هستیم. این بی نظمی‌های موجود در حرکت ظاهری خورشید سبب ایجاد مشکل در محاسبات می‌شود. از اینرو زمان جهانی (UT) بر مبنای خورشید ظاهری متوسط که دارای حرکت یکنواخت می‌باشد تعریف شده است.

سه نسخه از زمان جهانی با اندکی تفاوت بنام های UT0، UT1 و UT2 ارائه شده اند که اختلاف میان آن-ها ناچیز بوده و تنها در کارهای دقیق مورد توجه قرار می‌گیرد. زمان UT0 به عنوان زمان جهانی خام بر اساس مشاهدات نجومی در ایستگاه های زمینی معینی بدون هیچ نوع تصحیحی بدست می‌آید. اگر تصحیح مربوط به حرکت قطبی به زمان UT0 اعمال گردد، در این صورت زمان UT1 حاصل می‌شود که مستقل از موقعیت ایستگاه است. چنانچه تصحیحات مربوط به تغییرات فصلی نیز به زمان UT1 اعمال شود، زمان UT2 بدست می‌آید که مطلق در نظر گرفته می‌شود.

زمان های اتمی

• زمان اتمی بین المللی (TAI)

همان طور که از نام آن مشخص است، در این دستگاه مرجع زمان از ساعتهاي اتمی استفاده می‌شود. زمان اتمی که مقیاس زمانی پایه را برای سرویس‌های نگهداری زمان (time-keeping) تعیین می‌نماید، زمان اتمی بین المللی (TAI) می‌باشد. زمان اتمی بین المللی بر پایه شمارش سیکل‌های یک جریان الکتریکی با فرکانس بالا استوار است که از رزنانس انتقال اتمی سزیم ۱۳۳ حاصل می‌شود. شایان ذکر است که اثرات

نسبیتی مانند موقعیت ساعت نسبت به ژئوئید، بر نرخ این سیکل‌ها اثرگذار است. واحد زمان اتمی در سطح آب‌های آزاد، ثانیه SI برابر است با 9192631770 دوره تناوب انتقال الکترون میان دو سطح تراز فوق ظریف از حالت پایه اتم سزیم 133 ، در دمای صفر درجه کلوین [18].

• زمان جهانی هماهنگ (UTC)

رایج‌ترین زمان مورد استفاده، زمان جهانی هماهنگ (UTC) است که از زمان اتمی مشتق شده است. زمان UTC با فاصله ± 0.9 ثانیه، از زمان UT1 تبعیت می‌کند ($\Delta\text{UT1} = \text{UT1} - \text{UTC}$). با توجه به تغییرات نامنظم UT1 بر اثر نامنظمی‌های موجود در دوران زمین، می‌بایست ثانیه‌های جهشی به صورت دوره‌ای به زمان UTC اضافه شود تا اختلاف معین میان دو مقیاس زمانی حفظ شود. ثانیه‌های جهشی در آخر ژوئن یا دسامبر اضافه می‌شوند.

• زمان GPS (GPS time)

سامانه‌های تعیین موقعیت ماهواره ای هر یک دستگاه مرجع زمان مخصوصی برای خود ایجاد و نگهداری می‌کنند. بر همین اساس سامانه GPS نیز از دستگاه مرجع زمان مختص خود موسوم به زمان GPS برخوردار است. این دستگاه مرجع زمان بر پایه زمان اتمی تعریف شده است و ارتباط مشخصی با زمان زمان جهانی هماهنگ (UTC) دارد. به عنوان مثال اختلاف بین این دو در ۵ ژانویه ۱۹۸۰ صفر و در سال ۲۰۰۳ تقریباً ۱۳ ثانیه گزارش شده است [1]. این اختلافات به طور دائم توسط مراکز ذی‌ربط محاسبه و در سایت های مرتبط به خود نظیر USNO و BIPM برای عموم انتشار می‌یابند.

زمان دینامیکی

در بسیاری از معادلات نجومی حرکت، مرکز جرم منظومه شمسی به عنوان مرجع انتخاب می‌گردد و بنابراین دستگاه مرجع زمان مورد نیاز باید مفهوم زمان اینرشیا را در خود حفظ نموده و اثرات نسبیتی را نیز در نظر گرفته باشد. به همین جهت دستگاه‌های مرجع زمان دینامیکی زمینی (TDT) و زمان دینامیکی باریستتریک (TDB) به ترتیب برای استفاده در معادلات دیفرانسیلی حرکت مداری ماهواره‌ها به دور

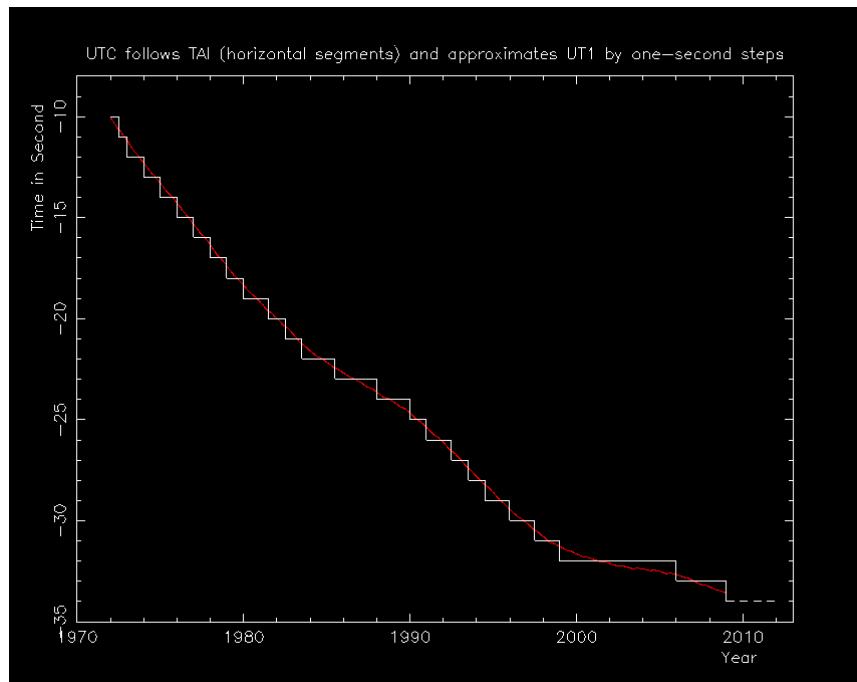
زمین و معادلات حرکت اجرام سماوی معرفی و جایگزین زمان نجومی شدند. بعد ها IAU زمان زمینی (TT) را به عنوان نام جدید زمان دینامیکی زمینی معرفی نمود.

تبديلات بين زمان هاي مرجع

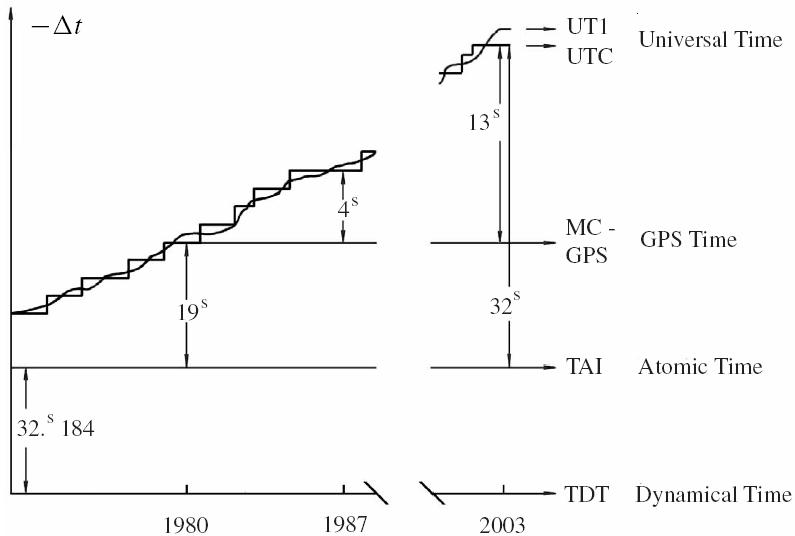
ارتباط اين زمان با ساير زمانها به صورت زير است (نگاره هاي ۱۳ و ۱۴) [1]:

$$\begin{aligned} UT1 &= UTC + dUT1 \\ TAI &= GPST + 19.000s \\ TAI &= TDT - 32.184s \\ TAI &= UTC + 1.000s \times n \end{aligned} \quad (24)$$

كه در آن $dUT1$ بيانگر تفاوت بين زمان UTC و زمان $UT1$ با قيد کمتر از 0.9 ثانие و n عدد صحيح مربوط به جهش های يك ثانие اي است که هنگام بروز تفاوت بيش از 0.9 ثانие اعمال می شود. مقادير $dUT1$ و n به صورت رسمي توسط IERS محاسبه و منتشر می شوند. برای مثال مقدار n برای اول ژانویه سال ۲۰۰۹ توسط IERS ۳۴ ثانие محاسبه و اعلام شده است.



[13] UTC - اختلاف بين زمان هاي UT1 و



نگاره ۱۴- ارتباط بین زمان های مورد استفاده در ژئودزی ماهواره ای [1]

تاریخ و تقویم در ژئودزی ماهواره ای

• تاریخ ژولین

یکی از مفاهیم ضروری در مکانیک سماوی، تاریخ ژولین است. تاریخ ژولین (JD) تعداد روزهای خورشیدی متوسط سپری شده از ساعت ۱۲:۰۰ روز اول ژانویه سال ۴۷۱۳ قبل از میلاد در یک دوره ۷۹۸۰ سالی می‌باشد. تاریخ ژولین از ظهر هر روز آغاز می‌گردد تا ستاره شناسان بتوانند تمامی مشاهدات خود را در یک روز انجام دهند. تاریخ ژولین در فاصله زمانی بین اول مارس ۱۹۰۰ تا ۲۸ فوریه ۲۱۰۰، با استفاده از الگوریتم زیر بدست می‌آید [19].

$$JD = INT[365.25y] + INT[30.6001(m+1)] + D + UT / 24 + 1720981.5 \quad (25)$$

$$\begin{aligned} y &= Y - 1 & \text{and } m &= M + 12 & \text{if } M &\leq 2 \\ y &= Y & \text{and } m &= M & \text{if } M &> 2 \end{aligned}$$

در رابطه فوق، سال (Y)، ماه (M)، روز (D) و زمان حقیقی بر حسب ساعت (UT) معلوم هستند و وظیفه تابع INT، گرد کردن عدد حقیقی به یک عدد صحیح می‌باشد. توجه شود که سال باید به صورت چهار رقمی

وارد شود. از آنجا که مقدار عددی JD بزرگ است، برای سادگی محاسبات، تاریخ ژولین اصلاح شده موسوم به MJD به صورت زیر پیشنهاد شده است:

$$MJD = JD - 2400000.5 \quad (26)$$

به این ترتیب ضمن اینکه مقدار عددی تاریخ ژولین کمتر می‌شود، شروع هر روز نیز از ظهر به نیمه شب تبدیل خواهد شد. همچنین رابطه معکوس تبدیل تاریخ ژولین به تاریخ معمولی به صورت زیر می‌باشد [19].

$$\begin{aligned} a &= INT[JD + 0.5] \\ b &= a + 1537 \\ c &= INT[(b - 122.1) / 365.25] \\ d &= INT[365.25c] \\ e &= INT[(b - a) / 30.6001] \\ D &= b - d - INT[30.6001e] + FRAC[JD + 0.5] \\ M &= e - 1 - 12INT[e / 14] \\ Y &= c - 4715 - INT[(7 + M) / 10] \end{aligned} \quad (27)$$

که در آن a, b, c, d, e یکسری ضرایب کمکی و تابع FRAC بخش کسری عدد را بدست می‌دهد. شماره هفته GPS نیز با مبدأ قرار دادن ۶ ژانویه ۱۹۸۰ از رابطه زیر بدست می‌آید [19].

$$WEEK = INT[(JD - 2444244.5) / 7] \quad (28)$$

به عنوان مثال تاریخ ژولین و شماره هفته GPS برای اول ژانویه ۲۰۰۰ بر اساس روابط فوق به ترتیب ۰۴۲ و ۲۴۵۱۵۴۵ بدست می‌آیند. نکته حائز اهمیت اینکه بدلیل محدودیت تخصیص فضا در پیام‌های ناوبری GPS برای هفته GPS (۱۰ بیت)، هر ۱۰۴۲ هفته این عدد صفر می‌شود که می‌بایست تصحیح مربوطه در پردازش داده‌ها منظور شود. بطور نمونه در جدول (۴) تقویم GPS برای سال ۲۰۰۹ و ارتباط آن با تقویم معمولی میلادی آمده است (<http://www.ngs.noaa.gov/CORS/gpscal2009.txt>).

جدول ۴ - تقویم GPS برای سال ۲۰۰۹ و ارتباط آن با تقویم معمولی میلادی

2009 GPS CALENDAR 2009

GPSwk	Sunday 0	Monday 1	Tuesday 2	Wednesday 3	Thursday 4	Friday 5	Saturday 6
1512					1 JA 001	2 JA 002	3 JA 003
1513	4 JA 004	5 JA 005	6 JA 006	7 JA 007	8 JA 008	9 JA 009	10 JA 010
1514	11 JA 011	12 JA 012	13 JA 013	14 JA 014	15 JA 015	16 JA 016	17 JA 017
1515	18 JA 018	19 JA 019	20 JA 020	21 JA 021	22 JA 022	23 JA 023	24 JA 024
1516	25 JA 025	26 JA 026	27 JA 027	28 JA 028	29 JA 029	30 JA 030	31 JA 031
1517	1 FE 032	2 FE 033	3 FE 034	4 FE 035	5 FE 036	6 FE 037	7 FE 038
1518	8 FE 039	9 FE 040	10 FE 041	11 FE 042	12 FE 043	13 FE 044	14 FE 045
1519	15 FE 046	16 FE 047	17 FE 048	18 FE 049	19 FE 050	20 FE 051	21 FE 052
1520	22 FE 053	23 FE 054	24 FE 055	25 FE 056	26 FE 057	27 FE 058	28 FE 059
1521	1 MR 060	2 MR 061	3 MR 062	4 MR 063	5 MR 064	6 MR 065	7 MR 066
1522	8 MR 067	9 MR 068	10 MR 069	11 MR 070	12 MR 071	13 MR 072	14 MR 073
1523	15 MR 074	16 MR 075	17 MR 076	18 MR 077	19 MR 078	20 MR 079	21 MR 080
1524	22 MR 081	23 MR 082	24 MR 083	25 MR 084	26 MR 085	27 MR 086	28 MR 087
1525	29 MR 088	30 MR 089	31 MR 090	1 AP 091	2 AP 092	3 AP 093	4 AP 094
1526	5 AP 095	6 AP 096	7 AP 097	8 AP 098	9 AP 099	10 AP 100	11 AP 101
1527	12 AP 102	13 AP 103	14 AP 104	15 AP 105	16 AP 106	17 AP 107	18 AP 108
1528	19 AP 109	20 AP 110	21 AP 111	22 AP 112	23 AP 113	24 AP 114	25 AP 115
1529	26 AP 116	27 AP 117	28 AP 118	29 AP 119	30 AP 120	1 MY 121	2 MY 122
1530	3 MY 123	4 MY 124	5 MY 125	6 MY 126	7 MY 127	8 MY 128	9 MY 129
1531	10 MY 130	11 MY 131	12 MY 132	13 MY 133	14 MY 134	15 MY 135	16 MY 136
1532	17 MY 137	18 MY 138	19 MY 139	20 MY 140	21 MY 141	22 MY 142	23 MY 143
1533	24 MY 144	25 MY 145	26 MY 146	27 MY 147	28 MY 148	29 MY 149	30 MY 150
1534	31 MY 151	1 JE 152	2 JE 153	3 JE 154	4 JE 155	5 JE 156	6 JE 157
1535	7 JE 158	8 JE 159	9 JE 160	10 JE 161	11 JE 162	12 JE 163	13 JE 164
1536	14 JE 165	15 JE 166	16 JE 167	17 JE 168	18 JE 169	19 JE 170	20 JE 171
1537	21 JE 172	22 JE 173	23 JE 174	24 JE 175	25 JE 176	26 JE 177	27 JE 178
1538	28 JE 179	29 JE 180	30 JE 181	1 JL 182	2 JL 183	3 JL 184	4 JL 185
1539	5 JL 186	6 JL 187	7 JL 188	8 JL 189	9 JL 190	10 JL 191	11 JL 192
1540	12 JL 193	13 JL 194	14 JL 195	15 JL 196	16 JL 197	17 JL 198	18 JL 199
1541	19 JL 200	20 JL 201	21 JL 202	22 JL 203	23 JL 204	24 JL 205	25 JL 206
1542	26 JL 207	27 JL 208	28 JL 209	29 JL 210	30 JL 211	31 JL 212	1 AU 213
1543	2 AU 214	3 AU 215	4 AU 216	5 AU 217	6 AU 218	7 AU 219	8 AU 220
1544	9 AU 221	10 AU 222	11 AU 223	12 AU 224	13 AU 225	14 AU 226	15 AU 227
1545	16 AU 228	17 AU 229	18 AU 230	19 AU 231	20 AU 232	21 AU 233	22 AU 234
1546	23 AU 235	24 AU 236	25 AU 237	26 AU 238	27 AU 239	28 AU 240	29 AU 241
1547	30 AU 242	31 AU 243	1 SE 244	2 SE 245	3 SE 246	4 SE 247	5 SE 248
1548	6 SE 249	7 SE 250	8 SE 251	9 SE 252	10 SE 253	11 SE 254	12 SE 255
1549	13 SE 256	14 SE 257	15 SE 258	16 SE 259	17 SE 260	18 SE 261	19 SE 262
1550	20 SE 263	21 SE 264	22 SE 265	23 SE 266	24 SE 267	25 SE 268	26 SE 269
1551	27 SE 270	28 SE 271	29 SE 272	30 SE 273	1 OC 274	2 OC 275	3 OC 276
1552	4 OC 277	5 OC 278	6 OC 279	7 OC 280	8 OC 281	9 OC 282	10 OC 283
1553	11 OC 284	12 OC 285	13 OC 286	14 OC 287	15 OC 288	16 OC 289	17 OC 290
1554	18 OC 291	19 OC 292	20 OC 293	21 OC 294	22 OC 295	23 OC 296	24 OC 297
1555	25 OC 298	26 OC 299	27 OC 300	28 OC 301	29 OC 302	30 OC 303	31 OC 304
1556	1 NO 305	2 NO 306	3 NO 307	4 NO 308	5 NO 309	6 NO 310	7 NO 311
1557	8 NO 312	9 NO 313	10 NO 314	11 NO 315	12 NO 316	13 NO 317	14 NO 318
1558	15 NO 319	16 NO 320	17 NO 321	18 NO 322	19 NO 323	20 NO 324	21 NO 325
1559	22 NO 326	23 NO 327	24 NO 328	25 NO 329	26 NO 330	27 NO 331	28 NO 332
1560	29 NO 333	30 NO 334	1 DE 335	2 DE 336	3 DE 337	4 DE 338	5 DE 339
1561	6 DE 340	7 DE 341	8 DE 342	9 DE 343	10 DE 344	11 DE 345	12 DE 346
1562	13 DE 347	14 DE 348	15 DE 349	16 DE 350	17 DE 351	18 DE 352	19 DE 353
1563	20 DE 354	21 DE 355	22 DE 356	23 DE 357	24 DE 358	25 DE 359	26 DE 360
1564	27 DE 361	28 DE 362	29 DE 363	30 DE 364	31 DE 365		

فصل چهارم

حرکت مداری ماهواره ها

موقعیت لحظه‌ای دقیق ماهواره‌ها در فضا تقریباً در تمام مسائل ژئودزی ماهواره‌ای مورد نیاز است. این موضوع بویژه در تعیین موقعیت دقیق نقاط زمینی بسیار مورد توجه است و دقت موقعیت ماهواره‌ها نقش اساسی در دستیابی به موقعیت دقیق نقاط زمینی دارند. عامل اصلی حرکت مداری ماهواره‌ها نیروی جاذبه مرکزی زمین تحت قوانین کپلر است. اما حرکت واقعی ماهواره‌ها علاوه بر نیروی جاذبه مرکزی زمین متأثر از نیروهای دیگری مانند نیروی جاذبه غیر مرکزی زمین، جاذبه خورشید و ماه، جزر و مد زمین و فشار وارد بر ماهواره‌ها به دلیل تشعشعات خورشیدی به عنوان نیروهای اغتشاشی می‌باشد. البته نیروی اصطکاک اتمسفری را نیز نباید فراموش کرد ولی اثر این نیرو برای ماهواره‌های با ارتفاع مداری زیاد قابل چشم پوشی است. نیروهای اغتشاشی به دو بخش نیروهای جاذبی و نیروهای غیرجاذبی تقسیم می‌شوند. نیروهای جاذبی شامل: جاذبه غیرکروی زمین، جاذبه ماه، خورشید و سایر سیارات منظومه شمسی، جاذبه جزرومد پوسته‌ای و اقیانوسی و نیروهای غیرجاذبی شامل: اصطکاک اتمسفر، تشعشعات خورشیدی و اثر غیرمستقیم تشعشعات خورشیدی می‌باشند.

از دیدگاه ریاضی، معادلات حرکت مداری ماهواره‌ها بصورت معادلات دیفرانسیل نوشته می‌شوند که بوسیله انتگرال گیری عددی نسبت به زمان حل می‌شوند. انتگرال گیری با مقادیر شرطی اولیه، مانند موقعیت و سرعت ماهواره‌ها در زمان‌های اولیه، انجام می‌پذیرد. موقعیت‌های محاسبه شده حاصل از انتگرال گیری برای ماهواره‌ها می‌توانند با مشاهدات واقعی مقایسه شوند و اختلاف‌های حاصل برای بهبود تابع نیرو، مقادیر شرطی اولیه، یا موقعیت ایستگاه‌های زمینی مورد استفاده قرار گیرند.

عناصر کپلری

اغلب برای بیان موقعیت ماهواره‌ها در فضا از ۶ عنصر یا پارامتر کپلری استفاده می‌شود. از آنجا که نیروی جاذبه مرکزی زمین بیشترین نقش را در حرکت مداری ماهواره‌ها دارد، لذا برای بررسی حرکت ماهواره‌ها از این واقعیت استفاده کرده و به جای مدارات واقعی از مدارهای ساده تری موسوم به مدارهای نرمال استفاده می‌کنیم. در مدارهای نرمال، ماهواره‌ها در یک صفحه مداری حرکت می‌کنند که در فضا ثابت می‌باشد. با این

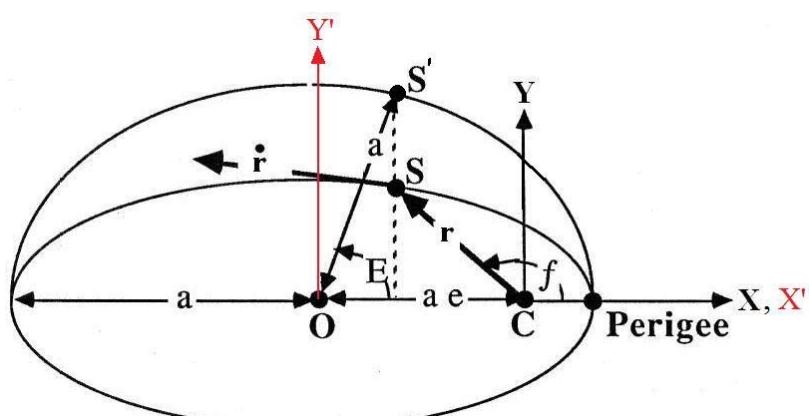
فرض بر اساس قوانین کپلر از نقطه نظر ریاضی، مسیر ماهواره در صفحه مداری یک بیضی است و یکی از کانون های بیضی مداری در مرکز زمین واقع می شود. فرضیات مربوط به مدارهای نرمال که منجر به چنین حرکت مداری ساده ای موسوم به حرکت کپلری می شوند، عبارتند از [leick]:

- زمین یک نقطه مادی یا بعبارت دیگر یک کره با توزیع چگالی ثابت است. میدان جاذبه چنین جسمی بصورت شعاعی متقارن می باشد و تمام خطوط شاقولی بصورت مستقیم به مرکز کره منتهی می شوند.

- از جرم ماهواره ها در مقایسه با جرم زمین چشم پوشی می شود.
- حرکت ماهواره ها در خلاء کامل انجام می شود. در چنین فضایی هیچ اصطکاک اتمسفری و فشار تشعشع خورشیدی وجود ندارد که بر ماهواره ها عمل کند.
- هیچ نیروی جاذبه ای از طرف خورشید، ماه و دیگر اجرام سماوی بر ماهواره ها وارد نمی شود.

با در نظر داشتن فرضیات فوق و قانون جاذبه نیوتون، قوانین سه گانه کپلر که بر اساس آنها حرکت مداری ماهواره ها به دور زمین توصیف می شود به شرح زیر می باشند.

قانون اول: مسیر حرکت هر ماهواره به دور زمین یک بیضی است که زمین در یکی از کانون های آن قرار دارد. قانون اول نیوتون بیانگر هندسه حاکم بر حرکت مداری ماهواره است و بر اساس نگاره (۱) بردار موقعیت و بردار سرعت ماهواره در دستگاه مختصات مداری هر ماهواره قابل ارائه است.



نگاره ۱ - هندسه بیضی مداری و دستگاه مختصات مداری ماهواره [2]

همانطور که اشاره شد مسیر حرکت ماهواره به دور زمین یک بیضی است که شکل و اندازه آن با نصف قطر بزرگ a و نصف قطر کوچک b یا خروج از مرکزی اول e تعیین می‌شود. مطابق نگاره (۱) برای نمایش مختصات کارتزین ماهواره در مدار بیضی شکل خود از محورهای قطر بزرگ و قطر کوچک به ترتیب برای X و Y استفاده می‌شود که مبدأ آن بر نقطه کانونی بیضی و منطبق بر مرکز جرم زمین قرار می‌گیرد. در نگاره فوق پارامتر e بیانگر خروج از مرکزی اول بیضی، f زاویه بین محور X (بطرف نقطه پریجی) و بردار واصل مرکز زمین به ماهواره در جهت خلاف عقربه‌های ساعت موسوم به آنومالی حقیقی، E زاویه بین محور X (بطرف نقطه پریجی) و بردار واصل مرکز زمین به تصویر S' ماهواره (موازی با محور Y بر روی دایره محیطی به شعاع a) در جهت خلاف عقربه‌های ساعت موسوم به آنومالی خارج از مرکزی، r بردار موقعیت لحظه‌ای ماهواره و \dot{r} بردار سرعت یا نرخ لحظه‌ای موقعیت ماهواره در دستگاه مختصات مداری ماهواره است.

معادله بیضی مداری با توضیحات بالا و در نظر گرفتن محور Y موازی با محور Y' و محور X' موازی با محور X گذرنده از مرکز بیضی بصورت زیر نوشته می‌شود.

$$\frac{x'^2}{a^2} + \frac{y'^2}{b^2} = 1 \quad (1)$$

که در آن

$$x' = ae + r \cos f \quad (2)$$

$$y' = r \sin f \quad (3)$$

$$b^2 = a^2(1 - e^2) \quad (4)$$

با جایگذاری معادلات (۲)، (۳) و (۴) در (۱) و حل معادله درجه دوم برای r به رابطه دیگری برای معادله بیضی خواهیم رسید.

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{a(1 - e^2)} + \frac{e}{a(1 - e^2)} \cos f \quad (5)$$

حال با در نظر گرفتن ثابت های $h = \sqrt{GM.a.(1-e^2)}$ و $c = \frac{e}{a(1-e^2)}$ به رابطه ساده تری برای معادله بیضی مسیر ماهواره خواهیم رسید.

$$\frac{1}{r} = c \cdot \cos f + \frac{GM}{h^2} \quad (6)$$

با توجه به نگاره (۱) و توضیحات بالا و معادلات قبلی، بردار موقعیت لحظه ای ماهواره (r) و بردار سرعت لحظه ای ماهواره (\dot{r}) در دستگاه مختصات مداری به صورت زیر قابل نمایش است. لازم به ذکر است محور Z عمود بر صفحه مداری است و یک دستگاه مختصات دست راستی فراهم می کند.

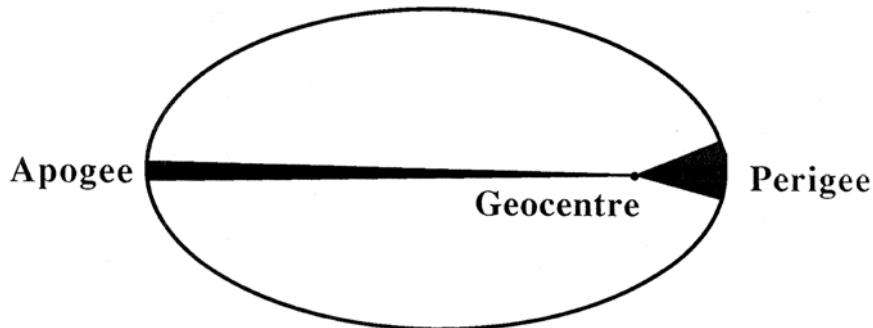
$$r = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x' - ae \\ y' \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a \cos E - ae \\ a\sqrt{1-e^2} \sin E \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r \cos f \\ r \sin f \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{a(1-e^2)}{(1+e \cos f)} \begin{bmatrix} \cos f \\ \sin f \\ 0 \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$\dot{r} = \frac{na}{(1-e \cos E)} \begin{bmatrix} -\sin E \\ \sqrt{1-e^2} \cos E \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{na}{\sqrt{1-e^2}} \begin{bmatrix} -\sin f \\ e + \cos f \\ 0 \end{bmatrix} \quad (8)$$

که در آن n سرعت زاویه ای متوسط ماهواره در مدار است و با داشتن دوره تناوب گردش ماهواره به دور زمین (T) به صورت زیر بدست می آید.

$$n = \frac{2\pi}{T} \quad (9)$$

قانون دوم: در طی حرکت ماهواره به دور زمین، بردار موقعیت ماهواره در زمان های مساوی، مساحت های مساوی جاروب می کند. بنابراین هرگاه اندازه بردار موقعیت ماهواره کوتاه تر شود، سرعت ماهواره بیشتر و هرگاه اندازه بردار موقعیت ماهواره بلند تر شود، سرعت ماهواره کمتر می شود. این قانون به این معنی است که حداکثر سرعت ماهواره در نزدیکترین نقطه بیضی مدار به مرکز زمین یعنی پریجی و حداقل سرعت ماهواره در دورترین نقطه بیضی مدار به مرکز زمین یعنی آپوجی رخ می دهد (نگاره ۲).



نگاره ۲- تعبیر هندسی قانون دوم کپلر [2]

مطابق نگاره (۳) برای یک کمان بسیار کوچک از بیضی مسیر می توان از تقریب دایره به جای بیضی استفاده کرد و مساحت پیموده شده توسط بردار موقعیت ماهواره r را بین دو لحظه t_1 و t_2 بدست آورد.

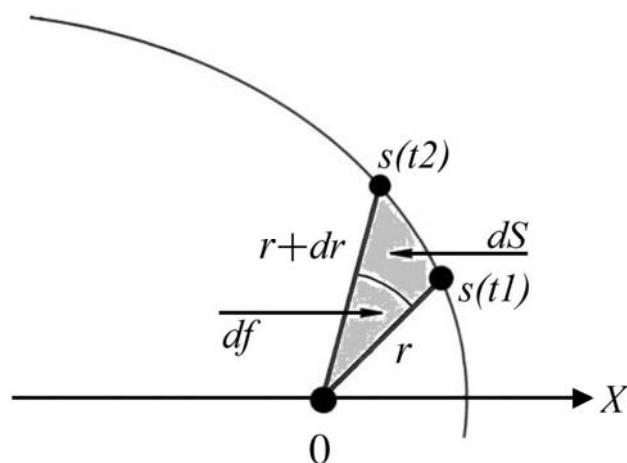
$$dS \approx \frac{1}{2} r^2 df \quad (10)$$

که در آن df زاویه پیموده شده توسط بردار موقعیت ماهواره r می باشد. از قانون دوم کپلر می توان رابطه زیر را نتیجه گرفت.

$$r^2 df \approx c dt \quad (11)$$

که c ضریب ثابت و dt فاصله زمانی بین دو موقعیت $s(t_1)$ و $s(t_2)$ ماهواره می باشد. نهایتاً معادله ریاضی قانون دوم کپلر را می توان به صورت زیر نمایش داد.

$$r^2 \frac{df}{dt} = c \quad (12)$$



نگاره ۳- حرکت ماهواره تحت قانون دوم کپلر

قانون سوم: مکعب نیم قطر بزرگ مدار بیضی ماهواره (a) متناسب با مربع دوره تناوب حرکت ماهواره به دور زمین (T) است.

$$a^3 \propto T^2 \quad (13)$$

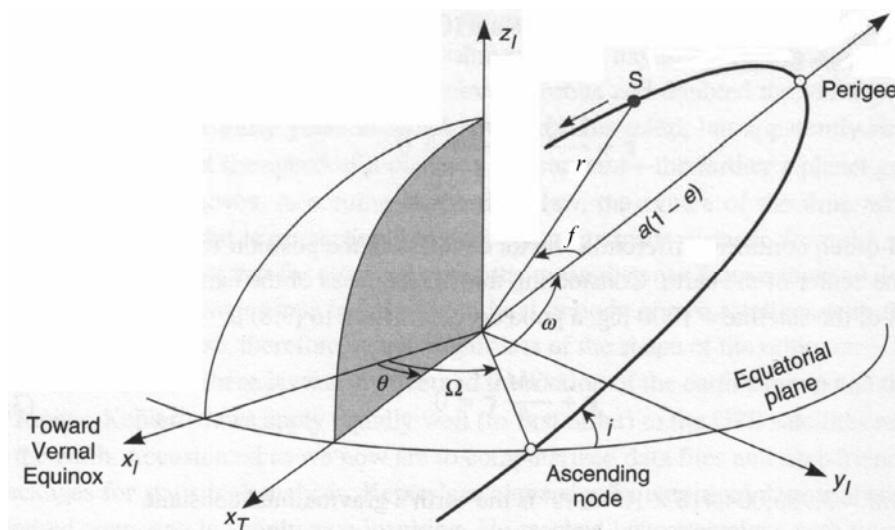
بر اساس مطالعات و تحقیقات به عمل آمده رابطه فوق به صورت زیر تعیین شده است.

$$\frac{a^3}{T^2} = \frac{GM}{4\pi^2} \quad (14)$$

که در آن G ثابت جاذبه زمین و M جرم زمین است. همچنین با استفاده از قانون سوم کپلر، سرعت زاویه ای متوسط ماهواره (n) را می‌توان به صورت زیر بدست آورد.

$$n = \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{GM}{a^3}} \quad (15)$$

حال پس از آشنایی با قوانین کپلر به بیان مختصات هر ماهواره در مدار بیضی با استفاده از شش عنصر کپلری می‌پردازیم. مطابق نگاره (۴) موقعیت لحظه‌ای هر ماهواره در حال گردش به دور زمین با شش پارامتر زیر موسوم به عناصر یا پارامترهای مداری کپلری قابل بیان است.

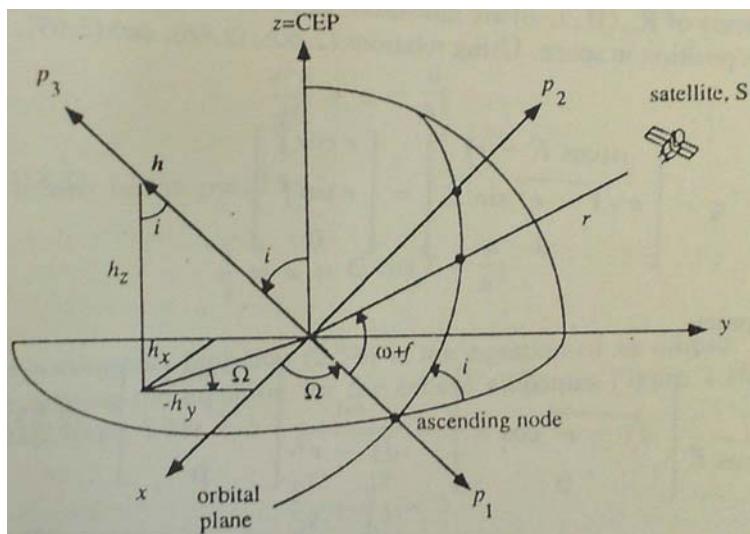


نگاره ۴- پارامترهای مداری کپلری ($\Omega, i, \omega, a, e, f$) در دستگاه مختصات مرجع اینرشیال

- بعد نقطه گرهی صعودی، Ω ، که زاویه بین نقطه گرهی صعودی و نقطه اعتدال بهاری (ورنال) در جهت خلاف عقربه‌های ساعت است. صفحه حرکت مداری ماهواره و استوای زمین یکدیگر را در یک خط موسوم به خط نووال با دو نقطه تلاقی بنام نقاط گرهی قطع می‌کنند. نقطه گرهی که از آن به بعد ماهواره وارد فضای نیمکره شمالی می‌شود، نقطه گرهی صعودی و نقطه گرهی که از آن به بعد ماهواره وارد فضای نیمکره جنوبی می‌شود را نقطه گرهی صعودی می‌نامند.
 - زاویه میل، i ، که زاویه بین صفحه حرکت مداری و صفحه استوای خلاف عقربه‌های ساعت است.
 - آرگومان پریجی، ω ، که زاویه بین نقطه گرهی صعودی و نقطه پریجی در صفحه حرکت مداری در جهت خلاف عقربه‌های ساعت است.
 - نیم قطر بزرگ بیضی مدار ماهواره، a ، که قطعاً بزرگ‌تر از نیم قطر بزرگ بیضوی مرجع زمین است.
 - خروج از مرکزی اول بیضی مدار ماهواره، e ، که عددی بسیار کوچک است و بیانگر انحراف جزیی بیضی مدار ماهواره از یک دایره است.
 - یک پارامتر دیگر به صورت تابعی از زمان مانند آنومالی حقیقی (f)، آنومالی خارج از مرکزی (E) یا آنومالی متوسط (M) که نشاندهنده موقعیت لحظه‌ای ماهواره در مدار بیضی شکل خود باشد.
- از بین پارامترهای فوق بعد نقطه گرهی صعودی و زاویه میل (Ω, i) نشاندهنده موقعیت صفحه حرکت مداری در یک فضای اینرسیال یا دستگاه مرجع سماوی، آرگومان پریجی (ω) بیانگر توجیه بیضی مدار ماهواره در صفحه حرکت مداری، نیم قطر بزرگ و خروج از مرکزی اول بیضی مدار ماهواره و آنومالی حقیقی (f) نشاندهنده موقعیت لحظه‌ای ماهواره در بیضی مدار است. پنج پارامتر اول در فضای اینرسیال ثابت هستند ولی پارامتر ششم یعنی آنومالی حقیقی (f)، آنومالی خارج از مرکزی (E) یا آنومالی متوسط (M) تنها پارامتر کپلری است که به عنوان تابعی از حرکت ماهواره یا به عبارت دیگر تابعی از زمان مطرح است. البته یادآوری می‌شود در بررسی مسیر واقعی ماهواره‌ها، شرایط حرکت کپلری و مدارهای نرمال برقرار نیست و تمام پارامترهای کپلری بصورت تابعی از زمان در نظر گرفته می‌شوند. به حال بنابر آنچه دیدیم با فرض

حرکت کپلری، برای دانستن مختصات ماهواره در یک دستگاه مختصات مرجع سماوی هر شش پارامتر یاد شده ضروری می باشند.

هر چند می توان موقعیت هر ماهواره را با دسته های مختلفی از عناصر کپلری مانند $(\Omega, i, \omega, a, e, f)$ ، $(\Omega, i, \omega, a, e, M)$ یا $(\Omega, i, \omega, a, e, E)$ مشخص نمود، لیکن اغلب اوقات موقعیت ماهواره با عناصر کپلری مشخص نمی شود و به جای آن از بردار موقعیت $r_{RA} = (x, y, z)_{RA}$ و بردار سرعت $\dot{r}_{RA} = (\dot{x}, \dot{y}, \dot{z})_{RA}$ در دستگاه مختصات سماوی، استفاده می شود (نگاره های ۴ و ۵).



نگاره ۵- عناصر کپلری و بردار گشتاور زاویه ای در دستگاه مختصات سماوی (leick)

برای تبدیل بردار مختصات و سرعت ماهواره از دستگاه مختصات مداری (r_{OR}, \dot{r}_{OR}) به دستگاه مختصات سماوی بعدی (r_{RA}, \dot{r}_{RA}) به عنوان یک دستگاه مختصات اینرسیال از سه پارامتر مداری کپلری (Ω, i, ω) که دارای مقادیر ثابت هستند و ماتریس های دوران R_Z و R_X حول محور های Z و X استفاده می شود.

$$r_{RA} = R_Z(-\Omega)R_X(-i)R_Z(-\omega)r_{OR} \quad (16)$$

$$\dot{r}_{RA} = R_Z(-\Omega)R_X(-i)R_Z(-\omega)\dot{r}_{OR}$$

که در آن R_Z و R_X معرف دوران حول محور های Z و X می باشند.

همچنین در صورت نیاز به محاسبه پارامترهای کپلری به کمک بردار مختصات سماوی، بایستی ابتدا مقدار وجهت بردار گشتاور زاویه ای را که عمود بر صفحه حرکت مداری است بدست آوریم.

$$h = r_{RA} \times \dot{r}_{RA} = \begin{bmatrix} h_x \\ h_y \\ h_z \end{bmatrix} \quad (17)$$

حال بر اساس نگاره (۵) با روابط زیر می توان دو پارامتر بعد نقطه گرهی صعودی و زاویه میل (Ω, i) را بدست آورد.

$$\Omega = \tan^{-1} \left(\frac{h_x}{-h_y} \right) \quad (18)$$

$$i = \tan^{-1} \left(\frac{\sqrt{h_x^2 + h_y^2}}{h_z} \right) \quad (19)$$

با تعریف یک دستگاه مختصات کمکی مانند p ، که محور $p1$ آن منطبق بر خط نodal، محور $p3$ آن در راستای بردار گشتاور زاویه ای و محور $p2$ آن برای ما یک دستگاه مختصات دست راستی فراهم نماید، به تبدیل بین دستگاه مختصات سماوی و کمکی به صورت زیر می رسیم.

$$p = R_x(i)R_z(\Omega)r_{RA} \quad (20)$$

حال امکان محاسبه مجموع آرگومان پریجی و آنومالی حقیقی از رابطه زیر فراهم شده است.

$$\omega + f = \tan^{-1} \left(\frac{p2}{p1} \right) \quad (21)$$

مقادیر سرعت ماهواره، فاصله ماهواره از مرکز جرم زمین و گشتاور زاویه ای در دستگاه مختصات سماوی به ترتیب از روابط زیر تعیین می شوند.

$$\dot{r} = \sqrt{\dot{r}_{RA} \cdot \dot{r}_{RA}} = \|\dot{r}_{RA}\| \quad (22)$$

$$r = \sqrt{r_{RA} \cdot r_{RA}} = \|r_{RA}\| \quad (23)$$

$$h = \sqrt{h \cdot h} = \|h\| \quad (24)$$

مقدار سرعت همچنین در دستگاه مختصات مداری قائم الزاویه به صورت زیر نیز قابل تعیین است.

$$\begin{aligned}
 \dot{r}^2 &= x^2 + y^2 \\
 &= \frac{n^2 a^2}{1-e^2} (\sin^2 f + e^2 + 2e \cos f + \cos^2 f) \\
 &= \frac{GM}{a(1-e^2)} (2 + 2e \cos f - (1-e^2)) \\
 &= GM \left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a} \right)
 \end{aligned} \tag{۲۵}$$

به کمک معادله فوق می توان مقدار نیم قطر بزرگ بیضی مدار ماهواره را بدست آورد.

$$a = \frac{r}{2 - r(\dot{r}^2/GM)} \tag{۲۶}$$

از رابطه h نیز که قبلا در معادله (۶) بکار رفته است، می توان مقدار خروج از مرکزی اول بیضی مسیر ماهواره را به صورت زیر محاسبه نمود.

$$e = \sqrt{\left(1 - \frac{h^2}{a.GM}\right)} \tag{۲۷}$$

همچنین بر اساس روابط (۷) و (۸) می توان آنومالی خارج از مرکزی E را نیز بدست آورد.

$$\begin{aligned}
 \cos E &= \frac{a-r}{ae} \\
 \sin E &= \frac{r\dot{r}}{e\sqrt{a.GM}}
 \end{aligned} \tag{۲۸}$$

با داشتن آنومالی خارج از مرکزی E می توان به محاسبه آنومالی حقیقی f پرداخت.

$$f = \tan^{-1} \left(\frac{\sqrt{1-e^2} \sin E}{\cos E - e} \right) \tag{۲۹}$$

نهایتا بر اساس معادله کپلر که برای اثبات قانون سوم کپلر بدست آمده است به رابطه تعیین مقدار آنومالی متوسط M می رسیم.

$$M = E - e \sin E \tag{۳۰}$$

از آنجا که در نهایت باید مختصات لحظه‌ای ماهواره‌ها را در دستگاه مختصات زمینی بدانیم، لذا تبدیل بین دستگاه‌های مختصات سماوی و زمینی ضروری است. برای تبدیل بردار مختصات و سرعت از دستگاه مختصات سماوی بعدی (r_{RA}, \dot{r}_{RA}) به دستگاه مختصات زمینی قراردادی (r_{CT}, \dot{r}_{CT}) از پارامترهای توجیه زمین ($x_p, y_p, GAST = \theta$) و ماتریس‌های دوران R_X, R_Y و R_Z حول محورهای X, Y و Z استفاده می‌شود.

$$\begin{aligned} r_{CT} &= R_Y(-x_p)R_X(-y_p)R_Z(\theta)r_{RA} \\ \dot{r}_{CT} &= R_Y(-x_p)R_X(-y_p)R_Z(\theta)\dot{r}_{RA} \end{aligned} \quad (31)$$

تئوری مدارهای نرمال

مدارهای نرمال بطور مشخص برای درک و تصور حرکت‌های فضایی ماهواره‌ها بسیار مفید هستند و در آنها جواب‌های معادلات حرکت ماهواره‌ها بطور ساده بصورت معادلات تحلیلی ارائه می‌شوند. از آنجایی که مدارهای نرمال تنها بصورت تابعی از بخش مرکزی میدان جاذبه زمین (مهمنترین نیروی اثر گذار بر روی حرکت ماهواره‌ها) در نظر گرفته می‌شوند، فقط برای پیش‌بینی‌های مداری کوتاه مدت با دقت‌های پایین قابل استفاده می‌باشند. به عنوان مثال استفاده از مدارهای نرمال برای تشخیص ماهواره‌های موجود در افق محلی و برنامه‌ریزی برای اجرای یک عملیات اندازه‌گیری با GPS بسیار مناسب می‌باشد. بر اساس فرضیاتی که در بخش قبل به آنها اشاره شد، حرکت نرمال یا همان حرکت کپلری ماهواره‌ها بطور کامل با قانون جاذبه عمومی نیوتون تعریف می‌شود.

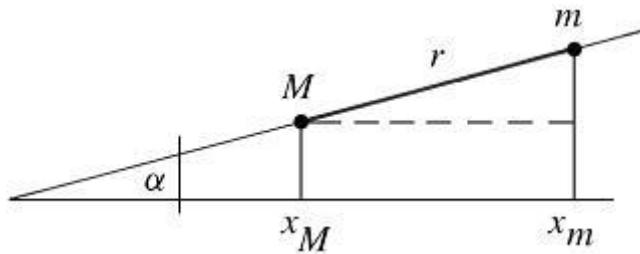
$$F = G \frac{Mm}{r^2} \quad (32)$$

که در آن F نیروی جاذبه بین زمین و ماهواره، G ثابت جهانی جاذبه، M جرم زمین و اتمسفر آن، m جرم ماهواره و r فاصله بین مرکز جرم زمین و مرکز جرم ماهواره است. این نیرو همچنین می‌تواند بر اساس قانون دوم نیوتون بصورت زیر بر اساس شتاب ماهواره (\ddot{r}) نیز نوشته شود.

$$F = m\ddot{r} \quad (33)$$

با توجه به فرض نیروی جاذبه مرکزی برای زمین، بردارهای شتاب و موقعیت هم راستا هستند و خطوط شاقولی کاملاً مستقیم و به سمت مرکز زمین می باشند. با فرض وجود زوایای α ، β و γ بین راستای نیرو و محور های مختصات X ، Y و Z در یک دستگاه مختصات کارتزین سه بعدی، می توان تصویر بردار نیروی بین ماهواره و زمین را بر روی هر محور بدست آورد. در حالتی که حرکت زمین (M) را نسبت به ماهواره (m) در نظر بگیریم، تصویر نیروی مذکور بر روی محور X به صورت زیر خواهد بود (نگاره ۶).

$$M \ddot{x}_M = F_x = F \cos \alpha = -G \frac{Mm}{r^2} \cos \alpha = G \frac{Mm}{r^3} (x_m - x_M) \quad (34)$$



نگاره ۶- تصویر معادله حرکت نیوتون بر روی محور X

به همین ترتیب تصویر نیرو بر روی محورهای Y و Z هم به صورت زیر بدست می آیند.

$$M \ddot{y}_M = G \frac{Mm}{r^3} (y_m - y_M) \quad (35)$$

$$M \ddot{z}_M = G \frac{Mm}{r^3} (z_m - z_M) \quad (36)$$

حال چنانچه حرکت ماهواره (m) نسبت به زمین (M) مدنظر باشد، در آن صورت سه معادله فوق به صورت زیر بدست خواهند آمد.

$$m \ddot{x}_n = -G \frac{Mm}{r^3} (x_m - x_M) \quad (37)$$

$$m \ddot{y}_m = -G \frac{Mm}{r^3} (y_m - y_M) \quad (38)$$

$$m \ddot{z}_m = -G \frac{Mm}{r^3} (z_m - z_M) \quad (39)$$

با انتقال مبدا مختصات به مرکز جرم زمین می توانیم از ساده سازی های زیر استفاده نماییم.

$$x_m - x_M = x; \quad y_m - y_M = y; \quad z_m - z_M = z$$

با تقسیم معادلات (۳۶) تا (۳۹) بر M و معادلات (۳۷) تا (۴۰) بر m و کم کردن آنها از یکدیگر به معادلات زیر می رسیم.

$$\ddot{x} = -G(M+m)\frac{x}{r^3}, \quad \ddot{y} = -G(M+m)\frac{y}{r^3}, \quad \ddot{z} = -G(M+m)\frac{z}{r^3} \quad (40)$$

که در آن $r^2 = x^2 + y^2 + z^2$. فرم برداری دسته معادلات (۴۰) بصورت زیر خواهد بود

$$\ddot{r} = \frac{d^2 r}{dt^2} = -G\frac{M+m}{r^3}r \quad (41)$$

از آنجا که جرم ماهواره (m) در مقابل جرم زمین (M) بسیار ناچیز است، می توان از آن چشم پوشی کرد و معادله (۴۱) را به شکل زیر بازنویسی نمود.

$$\ddot{r} = \frac{d^2 r}{dt^2} = -\frac{GM}{r^3}r \quad (42)$$

از دیدگاه ریاضی معادله اخیر یک معادله دیفرانسیل مرتبه دوم با شش ثابت انتگرال گیری است (دو ثابت برای هر مولفه). به عبارت دیگر معادله حرکت هر ماهواره به دور زمین دارای شش پارامتر مستقل است که همان پارامترهای کپلری هستند.

با ضرب دسته معادلات (۴۰) در x ، y و z و کم کردن دو به دوی آنها از یکدیگر به معادلات دیفرانسیل مرتبه دوم زیر خواهیم رسید.

$$xy\ddot{y} - y\ddot{x} = 0, \quad y\ddot{z} - z\ddot{y} = 0, \quad z\ddot{x} - x\ddot{z} = 0 \quad (43)$$

با انتگرال گیری از معادلات فوق به معادلات دیفرانسیل مرتبه اول زیر خواهیم رسید.

$$x\dot{y} - y\dot{x} = C_1, \quad y\dot{z} - z\dot{y} = C_2, \quad z\dot{x} - x\dot{z} = C_3 \quad (44)$$

که در آنها C_1 ، C_2 و C_3 ثابت های دلخواه هستند. با ضرب معادلات فوق به ترتیب در x ، z و y و جمع کردن آنها به معادله ساده زیر خواهیم رسید.

$$C_1z + C_2x + C_3y = 0 \quad (45)$$

همانطور که پیداست معادله فوق بیانگر معادله یک صفحه شامل مبدا مختصات است. این موضوع بدین معنی است که حرکت ماهواره به دور زمین در یک صفحه گذرنده از مرکز جرم زمین صورت می‌گیرد. توجیه هر صفحه مداری در فضا با دو پارامتر مانند بعد نقطه گرهی صعودی و زاویه میل (Ω, i) تعیین می‌گردد. ارتباط بین ثابت‌های C_1, C_2 و C_3 و دو پارامتر بعد نقطه گرهی صعودی و زاویه میل (Ω, i) به صورت زیر بدست آمده است [3].

$$\frac{C_1}{N} = \cos i, \quad \frac{C_2}{N} = \sin \Omega \sin i, \quad \frac{C_3}{N} = -\cos \Omega \sin i \quad (46)$$

که در آن $N = \sqrt{C_1^2 + C_2^2 + C_3^2}$ و قائم بر صفحه مداری ماهواره است.

برای اثبات بیضی بودن مسیر ماهواره، مجدداً معادلات (۴۰) را در نظر بگیرید و آنها را به ترتیب در \ddot{x} و \ddot{y} ضرب نمایید. نتیجه اینکار به صورت زیر قابل بیان است.

$$\ddot{x}2\dot{x} = -GM \frac{x}{r^3} 2\dot{x}, \quad \ddot{y}2\dot{y} = -GM \frac{y}{r^3} 2\dot{y} \quad (47)$$

با جمع کردن روابط فوق به رابطه جدید زیر می‌رسیم.

$$\frac{d}{dt}(\dot{x}^2 + \dot{y}^2) = -\frac{2GM}{r^3}(x\dot{x} + y\dot{y}) \quad (48)$$

از آنجا که $\ddot{x}2\dot{x} = -GM \frac{x}{r^3} 2\dot{x}$ ، لذا رابطه بالا را می‌توان به صورت زیر نمایش داد.

$$\frac{d}{dt}(\dot{x}^2 + \dot{y}^2) = -\frac{2GM}{r^2}\dot{r} = 2GM \frac{i}{r} \quad (49)$$

پس از انتگرال گیری از (۴۹) به رابطه زیر می‌رسیم.

$$\dot{x}^2 + \dot{y}^2 = 2\frac{GM}{r} + p_3 \quad (50)$$

با نمایش متغیرها در دستگاه مختصات قطبی مدار حرکت ماهواره به رابطه زیر خواهیم رسید.

$$\dot{r}^2 + r^2 \dot{\theta}^2 = 2\frac{GM}{r} + p_3 \quad (51)$$

جواب چنین معادله دیفرانسیلی می‌تواند به صورت زیر نوشته شود.

$$r = \frac{a(1-e^2)}{1+e\cos f} \quad (52)$$

با مقایسه رابطه (۵۲) با رابطه (۵) در می‌یابیم که همان معادله بیضی مسیر ماهواره است.
روش دیگر برای اثبات قانون اول کپلر به صورت زیر است که در ادامه توضیح داده می‌شود. بر اساس نگاره

(۱) مجدداً بردار موقعیت ماهواره را در سیستم مختصات مداری قائم الزاویه بصورت زیر می‌نویسیم.

$$\begin{aligned} r = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} r \cos f \\ r \sin f \\ 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (53)$$

فاصله زمین مرکز و آنومالی حقیقی ماهواره بصورت توابعی از زمان معرفی می‌شوند. بنابراین مشتق بردار موقعیت ماهواره نسبت به زمان که همان بردار سرعت ماهواره است بصورت زیر بدست می‌آید.

$$\dot{r} = \dot{r} \begin{bmatrix} \cos f \\ \sin f \\ 0 \end{bmatrix} + r \dot{f} \begin{bmatrix} -\sin f \\ \cos f \\ 0 \end{bmatrix} \quad (54)$$

مشتق مرتبه دوم بردار موقعیت ماهواره نسبت به زمان نیز به عنوان بردار شتاب ماهواره بصورت زیر بدست می‌آید.

$$\ddot{r} = \ddot{r} \begin{bmatrix} \cos f \\ \sin f \\ 0 \end{bmatrix} + 2\dot{r}\dot{f} \begin{bmatrix} -\sin f \\ \cos f \\ 0 \end{bmatrix} + r\ddot{f} \begin{bmatrix} -\sin f \\ \cos f \\ 0 \end{bmatrix} - r\dot{f}^2 \begin{bmatrix} \cos f \\ \sin f \\ 0 \end{bmatrix} \quad (55)$$

از طرفی با در نظر گرفتن روابط (۴۲) و (۵۳) مشتق مرتبه دوم دوم بردار موقعیت ماهواره نسبت به زمان بصورت زیر نیز قابل بیان است.

$$\ddot{r} = \frac{-GM}{r^2} \begin{bmatrix} \cos f \\ \sin f \\ 0 \end{bmatrix} \quad (56)$$

با مساوی قراردادن روابط (۵۵) و (۵۶) به ازای $f = 0$ به روابط زیر می‌رسیم.

$$\ddot{r} - r\dot{f}^2 = \frac{-GM}{r^2} \quad (57)$$

$$r\ddot{f} - 2\dot{r}\dot{f} = 0 \quad (58)$$

با ضرب رابطه (۵۸) در r^2 و انتگرال گیری از آن به رابطه جدید زیر خواهیم رسید.

$$\int (r^2 \ddot{f} - 2r\dot{r}\dot{f}) dt = c \quad (59)$$

نتیجه انتگرال گیری بالا بصورت زیر قابل نمایش می باشد.

$$r^2 \dot{f} = r^2 \frac{df}{dt} = h \quad (60)$$

که در آن h یک ثابت جدید است. معادله (۶۰) بعنوان معادله گشتاور زاویه‌ای معروف است و برای حرکت مداری ماهواره دارای مقداری ثابت می باشد. برای انتگرال گیری از رابطه (۵۷)، یک متغیر جدید به صورت زیر تعریف می کنیم.

$$u = \frac{1}{r} \quad (61)$$

با استفاده از معادله (۶۰) رابطه $\frac{dt}{df}$ بر حسب r و h قابل تعیین است و بنابراین براساس قاعده زنجیره ای می توان به معادله زیر رسید.

$$\frac{du}{df} = \frac{du}{dr} \frac{dr}{dt} \frac{dt}{df} = -\frac{\dot{r}}{h} \quad (62)$$

با دیفرانسیل گیری مجدد از رابطه فوق به معادله دیفرانسیل زیر می رسیم.

$$\frac{d^2u}{df^2} = \frac{d}{dr} \left(-\frac{\ddot{r}}{h} \right) \frac{dt}{df} = -\frac{\ddot{r}}{u^2 h^2} \quad (63)$$

به طور هم ارز می توان رابطه زیر را به جای رابطه (۶۳) در نظر گرفت.

$$\ddot{r} = -u^2 h^2 \frac{d^2 u}{df^2} \quad (64)$$

حال با جایگذاری \ddot{r} از (۶۴) و \dot{f} از (۶۰) در رابطه (۵۷) و تعویض r با u بر اساس (۶۱)، معادله (۵۷) بصورت زیر بازنویسی می شود.

$$\frac{d^2u}{df^2} + u = \frac{GM}{h^2} \quad (65)$$

با انتگرال گیری از رابطه فوق می توان به معادله زیر رسید.

$$\frac{1}{r} = u = c \cos f + \frac{GM}{h^2} \quad (66)$$

که c یک مقدار ثابت است. با مقایسه رابطه فوق با رابطه (۶) در می یابیم که معادله یک بیضی است.

بنابراین این معادله بیانگر قانون اول کپلر می باشد که ناظر بر مدار بیضی شکل حرکت ماهواره به دور زمین و

انطباق یکی از کانون های بیضی بر مرکز جرم زمین است.

برای اثبات قانون مساحات با توجه به اینکه حرکت مداری ماهواره در یک صفحه انجام می گیرد، از دستگاه

مختصات دو بعدی مداری که مبدأ آن منطبق بر مرکز جرم زمین است (نگاره ۱) استفاده کرده و معادله (۴۲)

را برای مولفه های x و y مداری به شرح زیر بازنویسی می کنیم [۳].

$$\ddot{x} = -\frac{GM}{r^3}x; \quad \ddot{y} = -\frac{GM}{r^3}y \quad (67)$$

که در آن $r^2 = x^2 + y^2$. با ضرب معادلات فوق به ترتیب در y و x و کم کردن آنها از یکدیگر به معادله

جدید زیر می رسیم.

$$x\ddot{y} - y\ddot{x} = 0 \quad (68)$$

بعد از انتگرال گیری از آن به رابطه زیر می رسیم.

$$x\dot{y} - y\dot{x} = p1 \quad (69)$$

با جایگذاری مختصات قطبی $x = r \cos f$ و $y = r \sin f$ در رابطه فوق به شکل دیگری از معادله

دست می یابیم.

$$r^2 \dot{f} = p1 \quad (70)$$

با در نظر گرفتن این نکته که در طی یک زمان بسیار کوتاه مانند dt بردار موقعیت ماهواره r یک مساحت

بسیار کوچک مانند dS را جاروب می کند، رابطه دیفرانسیلی زیر را برای آن می توانیم بنویسیم.

$$dS = \frac{1}{2} r^2 \dot{f} dt \quad (71)$$

و سپس با در نظر گرفتن (۷۰) می توان آن را به صورت زیر بازنویسی نمود.

$$\frac{dS}{dt} = \frac{1}{2} r^2 \dot{f} = \frac{1}{2} p1 \quad (72)$$

بنابراین با انتگرال گیری از رابطه بالا به رابطه جدیدی برای بیان قانون مساحات خواهیم رسید.

$$S = \frac{1}{2} p1.t + p2 \quad (73)$$

صورت دیگری از اثبات قانون دوم کپلر (قانون مساحات) بکارگیری معادله (۷۲) و جایگذاری $\frac{h}{r^2}$ به جای \dot{f}

می باشد (leick). رابطه زیر نشاندهنده ثابت بودن مساحات طی شده در زمان های مساوی است.

$$\frac{dS}{dt} = \frac{1}{2} r^2 \cdot \frac{h}{r^2} = \frac{1}{2} h = \frac{1}{2} \sqrt{GM.a.(1-e^2)} \quad (74)$$

برای اثبات قانون سوم از مفهوم آنومالی خروج از مرکزی E که در نگاره (۱) مشخص است، استفاده می کنیم.

$$x = x' - ae = a(\cos E - e), \quad x' = a \cos E \quad (75)$$

$$y = y' = \sqrt{\left(1 - \frac{x'}{a^2}\right)b^2} = b \sin E \quad (76)$$

از طرفی فاصله زمین مرکز ماهواره به صورت زیر معرفی می شود.

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} = a(1 - e \cos E) \quad (77)$$

با دیفرانسیل گیری از روابط (۵) و (۷۷) به روابط زیر می رسیم.

$$dr = a.e.\sin E.dE, \quad dr = \frac{r^2 e}{a(1-e^2)} \sin f.df \quad (78)$$

حال با مساوی قرار دادن آنها و توجه به روابط (۳)، (۴)، (۵۶) و (۷۶) و ضرب طرفین در r به رابطه زیر خواهیم رسید.

$$r.b.dE = r^2 df \quad (79)$$

با استفاده از روابط (۴) و (۷۷) و جایگذاری پارامترهای کپلری برای r و b و تعویض df با dt بر اساس معادله (۶۰)، از طرفین رابطه فوق انتگرال گیری می کنیم.

$$\int_{E=0}^E (1 - e \cos E) dE = \int_{t_0}^t \sqrt{\frac{GM}{a^3}} dt \quad (80)$$

نتیجه انتگرال گیری از طرفین معادله فوق به صورت زیر خواهد بود.

$$E - e \sin E = M \quad (81)$$

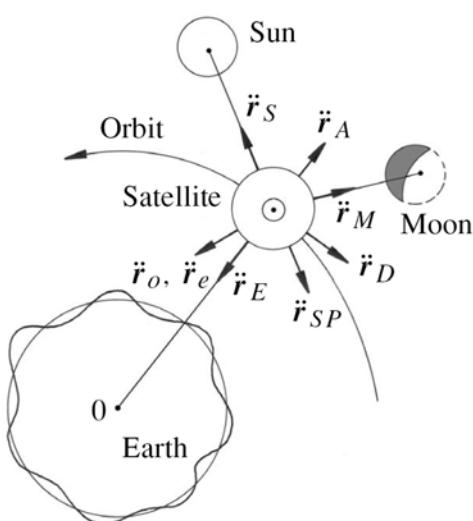
$$M = n(t - t_0), \quad n = \sqrt{\frac{GM}{a^3}} \quad (82)$$

که در آن $n = \sqrt{\frac{GM}{a^3}}$ بیانگر قانون سوم کپلر و $M = E - e \sin E$ معروف به معادله کپلر می باشد. نماد

n معرف حرکت متوسط یا همان سرعت زاویه ای متوسط، M آنومالی متوسط و t_0 زمان عبور ماهواره از نقطه پریجی است. باید توجه نمود که آنومالی متوسط M با نماد جرم زمین اشتباه نشود. از آنجا که ضریب GM برای زمین ثابت است، لذا در می یابیم که فقط نیم قطر بزرگ بیضی مدار ماهواره در حرکت متوسط ماهواره (n) و بنابراین در دوره تناوب مداری ماهواره (T) تعیین کننده است.

حرکت اغتشاشی ماهواره

همانطور که قبلاً نیز اشاره شد به دلیل وجود سایر نیروهای اثر گذار بر حرکت مداری ماهواره هیچیک از پارامتر های کپلری ماهواره ثابت نیستند و در محاسبه دقیق موقعیت های آن بایستی نیروهای اعوجاج دهنده درنظر گرفته شوند. نیروهای اعوجاج دهنده یا همان نیروهای اغتشاشی، نیروهایی هستند که باعث انحراف ماهواره از مسیر ساده نرمال خود می شوند. انحراف در مدار نرمال توسط غیرکروی بودن میدان جاذبه زمین، وجود جاذبه خورشید و ماه و سایر اجرام، فشار تشعشعات خورشیدی، نیروهای جزو مدی و کشش اصطکاک اتمسفری بوجود می آید. هر چه ارتفاع مداری ماهواره ها پایین تر باشد اثر نیروهای اغتشاشی بر حرکت مداری آنها بیشتر مشاهده می شود (نگاره ۷).



نگاره ۷- نیروهای اغتشاشی وارد بر ماهواره

معادلات حرکت مداری ماهواره در یک دستگاه مختصات اینرشنیال برای یک مبدأ زمانی معین که شرط های اولیه داده شده اند، نوشته می شوند. شرط های اولیه در یک مبدأ زمانی معین، یا (r, \dot{r}) یا عناصر کپلری هستند. بخاطر وجود نیروهای اغتشاشی تمام عناصر کپلری به صورت تابعی از زمان در نظر گرفته می شوند. در صورت نیاز تبدیل از شروط اولیه (r, \dot{r}) به عناصر کپلری و بر عکس مطابق روابط داده شده در بخش قبلی امکان پذیر است. معادلات حرکت در دستگاه مختصات کارتزین بصورت زیر نوشته می شوند.

$$\frac{dr}{dt} = \dot{r} \quad (83)$$

$$\frac{d\dot{r}}{dt} = -\frac{GM.r}{r^3} + \ddot{r}_g + \ddot{r}_s + \ddot{r}_m + \ddot{r}_{SRP} \quad (84)$$

دو معادله برداری فوق در واقع شش معادله دیفرانسیل مرتبه اول هستند. عبارت اول در معادله (۸۴) بیانگر شتاب حاصل از میدان جاذبه مرکزی زمین است که مدارهای نرمال را تولید می کند و در بخش قبلی مورد بحث قرار گرفت. در مقایسه با (۴۲) در می یابیم که عبارت های جدید در (۸۴) بیانگر شتاب های حاصل از نیروهای اغتشاشی هستند. ساده ترین روش برای حل معادلات (۸۳) و (۸۴) انتگرال گیری عددی که در اغلب بسته های نرم افزارهای تخصصی مهندسی یا ریاضیات یافت می شود.

میدان جاذبه زمین

شتاب جاذبی مربوط به بخش غیرمرکزی میدان ثقل زمین به صورت زیر قابل ارائه است.

$$\ddot{r}_g = \begin{bmatrix} \partial R / \partial x \\ \partial R / \partial y \\ \partial R / \partial z \end{bmatrix} \quad (85)$$

که در آن R پتانسیل اغتشاشی است و با بسط هارمونیک کروی نمایش داده می شود.

$$R = \sum_{n=2}^{\infty} \sum_{m=0}^n \frac{GM.a_e^n}{r^{n+1}} \bar{P}_{nm}(\cos \theta) (\bar{C}_{nm} \cos m\lambda + \bar{S}_{nm} \sin m\lambda) \quad (86)$$

$$P_{nm}(\cos \theta) = \frac{(1 - \cos^2 \theta)^{m/2}}{2^n n!} \cdot \frac{d^{(n+m)}}{d(\cos \theta)^{(n+m)}} (\cos^2 \theta - 1)^n \quad (87)$$

$$\bar{P}_n = \sqrt{2n+1} P_n \quad (88)$$

$$\bar{P}_{nm} = \frac{1}{\sqrt{\frac{(n+m)!}{2(2n+1)(n-m)!}}} P_{nm} \quad (89)$$

$$r = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = R_z(-GAST) \begin{bmatrix} r \sin \theta \cos \lambda \\ r \sin \theta \sin \lambda \\ r \cos \theta \end{bmatrix} \quad (90)$$

در روابط فوق a_e شاعع متوسط زمین، r بردار موقعیت زمین مرکز ماهواره، θ و λ به ترتیب عرض زمین مرکز و طول ژئودتیک ماهواره در دستگاه مختصات زمینی هستند. همچنین \bar{P}_{nm} توابع واپسیه لزاند، \bar{C}_{nm} و \bar{S}_{nm} ضرایب هارمونیک های کروی نرمال از درجه n و مرتبه m هستند. باید توجه نمود که n از 2 شروع می شود و $n=0$ معادل پتانسیل برای مولفه مرکزی میدان جاذبه زمین است.

می توان نشان داد که پتانسیل در حالت $n=1$ برای دستگاه مختصاتی که مبدأ آن منطبق بر مرکز زمین است، مساوی صفر است. معادله (۸۷) نشان می دهد که پتانسیل اغتشاشی به صورت نمایی با توان n کاهش می یابد. بزرگترین ضریب در معادله (۸۷) \bar{C}_{20} است که بیانگر فشردگی دینامیکی زمین ناشی از انباشت جرم در استوا است. مقدار این ضریب حدود هزار برابر بزرگتر از سایر ضرایب هارمونیک کروی است. امروزه جواب های قابل دسترس برای ضرایب هارمونیک های کروی برای مدل های جاذبه زمین مانند EGM2008 تا درجه (n) و مرتبه (m) ۲۱۵۹ منتشر شده اند، اما فقط درجات و مراتب پایین دارای اهمیت هستند و برای محاسبات مداری ماهواره ها مورد استفاده قرار می گیرند. به عنوان مثال جدول (۱) ضرایب هارمونیک کروی مرتبه و درجه پایین مورد استفاده برای حرکت مداری ماهواره های GPS را نشان می دهد.

جدول ۱- ضرایب هارمونیک کروی درجه و مرتبه پایین برای ماهواره های GPS

Degree and order	Normalized gravitational coefficients		Degree and order	Normalized gravitational coefficients	
$n \ m$	$\bar{C}_{n,m}$	$\bar{S}_{n,m}$	$n \ m$	$\bar{C}_{n,m}$	$\bar{S}_{n,m}$
2 0	-0.48416685E-03		6 3	0.51370577E-07	0.61334720E-08
2 1			6 4	0.88694856E-07	-0.47260945E-06
2 2	0.24395799E-05	-0.13979548E-05	6 5	-0.26818820E-06	-0.3491073E-06
3 0	0.95706390E-06		6 6	0.10237832E-07	-0.23741002E-06
3 1	0.20318729E-05	0.25085759E-06	7 0	0.85819217E-07	
3 2	0.90666113E-06	-0.62102428E-06	7 1	0.27905196E-06	0.94231346E-07
3 3	0.71770352E-06	0.14152388E-05	7 2	0.32873832E-06	0.8881921E-07
4 0	0.53699587E-06		7 3	0.24940240E-06	-0.21223369E-06
4 1	-0.53548044E-06	-0.47420394E-06	7 4	-0.20460314E-06	-0.17362607E-06
4 2	0.34797519E-06	0.65579158E-06	7 5	0.10246020E-06	0.17321672E-07
4 3	0.99172321E-06	-0.19912491E-06	7 6	-0.35894374E-06	0.15202633E-06
4 4	-0.18686124E-06	0.30953114E-06	7 7	-0.20991457E-08	0.22805664E-07
5 0	0.71092048E-07		8 0	0.42979835E-07	
5 1	-0.64185262E-06	-0.92492959E-07	8 1	0.18889342E-07	0.47856967E-07
5 2	0.65184984E-06	-0.32007416E-06	8 2	0.73553952E-07	0.47867693E-07
5 3	-0.44096195E-06	-0.21328272E-06	8 3	-0.12132459E-07	-0.83461853E-07
5 4	0.67190155E-06	0.53213480E-07	8 4	-0.34208264E-06	0.71601924E-07
5 5	0.175299221E-06	-0.67059456E-06	8 5	-0.24966587E-07	0.87751047E-07
6 0	-0.15064821E-06		8 6	-0.65093424E-07	0.30904202E-06
6 1	-0.74180259E-07	0.32780040E-07	8 7	0.66123292E-07	0.74661766E-07
6 2	0.31824409E-07	-0.35866634E-06	8 8	-0.12372281E-06	0.12210258E-06

شتاب ناشی از خورشید و ماه

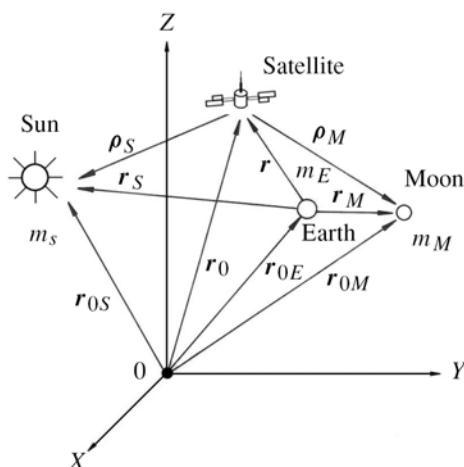
مطابق نگاره (۸) شتاب های ناشی از خورشید و ماه بر روی ماهواره ها به صورت زیر معرفی می شوند.

$$\ddot{r}_m = \frac{GM \cdot m_m}{m_e} \left(\frac{r_m - r}{\|r_m - r\|^3} - \frac{r_m}{\|r_m\|^3} \right) \quad (91)$$

$$\ddot{r}_s = \frac{GM \cdot m_s}{m_e} \left(\frac{r_s - r}{\|r_s - r\|^3} - \frac{r_s}{\|r_s\|^3} \right) \quad (92)$$

که در آن نسبت جرم ها عبارتند از: 2×10^{-6} و $m_m/m_e = 0.0123002$ و r_s و r_m و $m_s/m_e = 332946.0$ به

ترتیب بردارهای موقعیت زمین مرکز ماه و خورشید در دستگاه مختصات سماوی هستند.



نگاره ۸- شتاب جاذبی ماه و خورشید بر روی ماهواره

فشار تشعشعات خورشیدی (Solar Radiation Pressure)

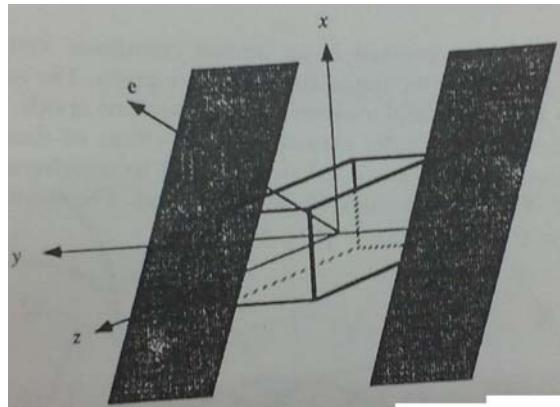
فشار تشعشعات خورشیدی ناشی از برخورد فوتون های نوری خورشید روی بدنه ماهواره است. پارامترهای اصلی در محاسبه اثر این شتاب، سطح موثر ماهواره (سطح عمود بر امتداد تابش خورشید)، قابلیت انعکاس سطح، درخشش خورشید و فاصله ماهواره تا خورشید است. محاسبه سطح موثر ماهواره ها به دلیل پیچیدگی شکل آنها کار دشواری است. با این وجود مدل های مختلفی برای برآورد آن و نهایتاً محاسبه فشار تشعشعات خورشیدی ارائه شده است. برای ماهواره هایی که در مناطق سایه قرار می گیرند، فشار تشعشعات خورشیدی صفر می شود. بنابراین در محاسبات دقیق با در نظر گرفتن موقعیت های نسبی خورشید، زمین و ماهواره لازم است منطقه سایه به دقت تعیین شود.

مطابق نگاره (۹)، دستگاه مختصات مورد استفاده برای محاسبه فشار تشعشعات خورشیدی یک دستگاه مختصات محلی بوده که در آن محور z آن در امتداد آتن ماهواره و به سمت زمین است. محور y آن در راستای محور صفحات خورشیدی ماهواره و محور x آن یک دستگاه دست راستی را کامل می کند. ماهواره ها معمولاً به گونه ای در مسیر مداری خود هدایت می شوند که محور z عمود بر صفحه حاصل از زمین، خورشید و ماهواره باشد. صفحات خورشیدی نیز به منظور عمود بودن بر امتداد تابش خورشید حول محور y دوران می کنند. امتداد تابش خورشید در نگاره (۹) با محور e نمایش داده شده است.

یکی از ساده ترین مدل ها برای تخمین فشار تشعشعات خورشیدی به صورت زیر ارائه شده است.

$$r_{SRP} = -p \frac{r_s - r}{\|r_s - r\|} + Y \frac{r_s \times r}{\|r_s \times r\|} \quad (93)$$

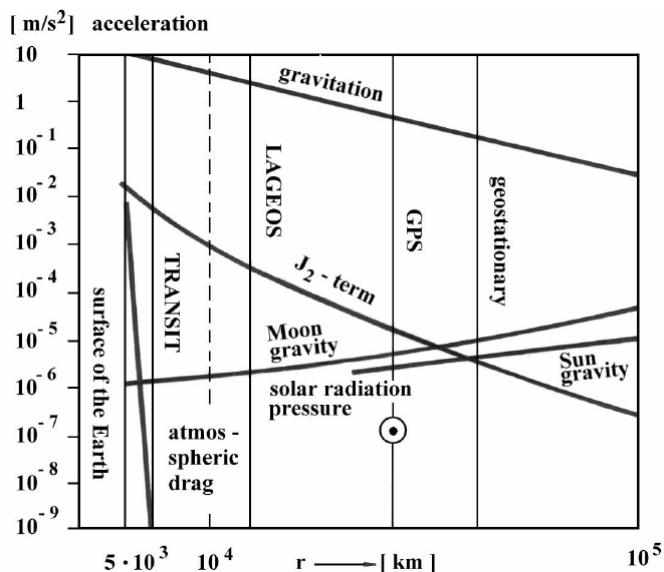
که در آن p بیانگر فشار تابش خورشید در امتداد خورشید و Y پارامتر اربیبی نامیده می شود. دلیل حضور پارامتر اربیبی به ناهنجاری های ساختاری ماهواره و پدیده حرارتی می باشد. وجود چنین پارامتری بیانگر پیچیدگی مدلسازی دقیق فشار تشعشعات خورشیدی است. به هر حال چنانچه نیاز به مدارات خیلی دقیق و به تبع آن تعیین موقعیت های خیلی دقیق باشد، باید تا حد امکان فشار تشعشعات خورشیدی را مدلسازی نمود.



نگاره ۹- دستگاه مختصات محلی برای فشار تابش خورشیدی

اثرات نیروهای اغتشاشی بر روی مدارات ماهواره ها

اثر نیروهای اغتشاشی مورد بحث در بخش های قبلی بر روی حرکات مداری ماهواره های مورد استفاده در ژئودزی ماهواره ای برای برخی از سامانه ها در نگاره (۱۰) نمایش داده شده است. همانطور که در نگاره پیداست، اثر نیروهای اغتشاشی مختلف بر حسب ارتفاع مداری متغیر است.



نگاره ۱۰- ارتباط نیروهای اغتشاشی و ارتفاع مداری ماهواره های مورد استفاده در ژئودزی ماهواره ای

به عنوان مثال، ماهواره های TRANSIT، ماهواره های سنجش از راه دور مانند SPOT و LANDSAT و ماهواره های ارتفاع سنجی ماهواره ای نظیر GEOS-3، SEASAT-1 و ERS-1/2 در ارتفاع مداری ۱۰۰۰ کیلومتری بالای سطح زمین قرار گرفته اند. ماهواره های فاصله یابی لیزری ماهواره ای مانند LAGEOS-1 و LAGEOS-2 در ارتفاع مداری ۶۰۰۰ کیلومتر از سطح زمین و ماهواره های GPS و GLONASS نیز در ارتفاع مداری ۲۰۰۰۰ کیلومتری از سطح زمین قرار دارند. بنابراین اثر نیروهای اغتشاشی مختلف بر روی این دسته ماهواره ها متفاوت می باشد و باید برای هر کدام به صورت جداگانه این اثرات محاسبه و اعمال شوند.

برای درک بهتر موضوع در جدول (۲) اثر نیروهای اغتشاشی بر روی مدار ماهواره های GPS و در جدول (۳) اثر نیروهای اغتشاشی بر روی پارامترهای مداری ماهواره های GPS برای یک مدار کپلری و مدار واقعی پس از گذشت ۴ ساعت فهرست شده است.

جدول ۲- اثر نیروهای اغتشاشی بر روی مدار ماهواره های GPS (King et al., 1987)

Perturbation	Acceleration m/s ²	Effect on the orbit 2 ^h -orbit	3-days orbit
Central force (for comparison)	0.56		
C_{20}	$5 \cdot 10^{-5}$	2 km	14 km
Further harmonics	$3 \cdot 10^{-7}$	50–80 m	100–1500 m
Solar & Lunar gravitation	$5 \cdot 10^{-6}$	5–150 m	1000–3000 m
Body tides	$1 \cdot 10^{-9}$	–	0.5–1.0 m
Ocean Tides	$1 \cdot 10^{-9}$	–	0.0–2.0 m
Solar radiation pressure	$1 \cdot 10^{-7}$	5–10 m	100–800 m
Albedo	$1 \cdot 10^{-9}$	–	1.0–1.5 m

جدول ۳- اثر نیروهای اغتشاشی بر روی عناصر کپلری ماهواره های GPS پس از ۴ ساعت (Nakiboglu et al., 1985)

Element	C_{20}	Higher order geopotential	Sun	Solar radiation pressure
a	2600 m	20 m	220 m	5 m
e	1600 m	5 m	140 m	5 m
i	800 m	5 m	80 m	2 m
Ω	4800 m	3 m	80 m	5 m
$\omega + \bar{M}$	1200 m	4 m	500 m	10 m

فصل پنجم

ساختار سیگنال ها و مشاهدات ماهواره ای

در سامانه های تعیین موقعیت ماهواره ای که عموما سامانه های یک طرفه هستند، هر ماهواره از طریق نوسان ساز های دقیقی تعدادی موج الکترومغناطیسی تولید و پس از عملیات مدولاسیون به منظور ترکیب امواج حامل، امواج کد و پیام های ناوبری (دربافتی از ایستگاه کنترل زمینی)، آنها را به سوی زمین گسیل می کنند. پس از دریافت سیگنال های ترکیبی در گیرنده های تعیین موقعیت ماهواره ای، امواج حامل، امواج کد و پیام های ناوبری جداسازی می شوند و بر اساس اطلاعات موجود در پیام های ناوبری می توان به کمک امواج حامل و امواج کد، فاصله بین گیرنده زمینی و ماهواره را در هر لحظه محاسبه و نهایتا به تعیین موقعیت ایستگاه های زمینی پرداخت. فاصله بین گیرنده زمینی و ماهواره بر پایه روش های سنجش همبستگی بین سیگنال های همسان تولیدی در گیرنده با سیگنال های دربافتی از ماهواره بدست می آید. چنانچه فاصله بین گیرنده زمینی و ماهواره از طریق اندازه گیری زمان بین ارسال و دریافت امواج کد بدست آید، در این صورت به آن فاصله کدی گویند و اگر از طریق اندازه گیری اختلاف فاز امواج حامل بدست آید، در این صورت به آن فاصله فازی گویند.

مفاهیم امواج الکترومغناطیسی

یک موج الکترومغناطیسی از دیدگاه ریاضی به سادگی با یک معادله سینوسی یا کسینوسی بر حسب زمان به صورت زیر قابل بیان است.

$$S(t) = A \cos(\varphi(t) + \varphi(t_0)) = A \cos(\omega t + \varphi(t_0)) = A \cos(2\pi f t + \varphi(t_0)) \quad (1)$$

که در آن A دامنه، $\varphi(t)$ فاز لحظه ای، $(t_0)\varphi$ فاز اولیه، ω سرعت زاویه ای، f فرکانس و t زمان است. بنابر تعریف می توان روابط زیر را بین فرکانس (f)، دوره تناوب (T)، سرعت انتشار امواج

الکترومغناطیسی ($c = 299792458 \text{ ms}^{-1}$)، طول موج (λ)، سرعت زاویه ای (ω) و فاز لحظه ای ($\varphi(t)$ نوشته.

$$f = \frac{1}{T} = \frac{c}{\lambda} \quad (2)$$

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T} \quad (3)$$

$$\varphi(t) = \omega t \quad (4)$$

چنانچه فاز لحظه ای را برابر حسب دور بنویسیم، رابطه (4) به صورت زیر بازنویسی خواهد شد.

$$\varphi(t) = ft \quad (5)$$

با توجه به رابطه (5) می توان فرکانس لحظه ای به صورت مشتق فاز نسبت به زمان بدست آورد.

$$f = \frac{d\varphi}{dt} \quad (6)$$

حال با انتگرال گیری از رابطه (6) بین زمان های t_0 و t به رابطه زیر می رسیم.

$$\varphi(t) - \varphi(t_0) = \int_0^t f dt \quad (7)$$

با فرض ثابت بودن فرکانس و صفر قرار دادن فاز اولیه ($\varphi(0) = 0$) و با در نظر گرفتن مدت زمانی که سیگнал از ماهواره تا گیرنده طی می کند (t)، معادله فاز برای امواج الکترومغناطیسی در گیرنده زمینی به صورت زیر خواهد بود.

$$\varphi(t) = f(t - t_\rho) = f\left(t - \frac{\rho}{c}\right) = ft - \frac{\rho}{\lambda} \quad (8)$$

به عنوان مثال در حالت $f = 1.5GHz$ و $\rho = 20000km$ و $c = 3 \times 10^5 km s^{-1}$ برای سرعت انتشار امواج الکترومغناطیسی، فاز لحظه ای در ایستگاه زمینی 10^8 دور بدست می آید. در صورتیکه گیرنده زمینی یا ماهواره در حال حرکت باشند یا به عبارت دیگر یک حرکت نسبی بین گیرنده زمینی و ماهواره با سرعت شعاعی v یا تغییر فاصله بین ماهواره و گیرنده ($\dot{\rho}$) وجود داشته باشد، در این صورت بنا بر اصل دابلر فرکانس ارسالی در ماهواره (f^s) با فرکانس دریافتی در گیرنده (f_r) به اندازه Δf اختلاف دارد.

$$\Delta f = f_r - f^s = -\frac{1}{c} v_\rho f^s = -\frac{1}{c} \dot{\rho} f^s \quad (9)$$

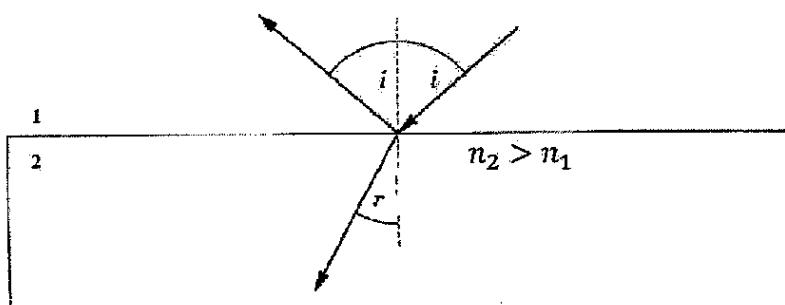
این اختلاف موسوم به "دابلر شیفت" می باشد که تابعی از سرعت و جهت حرکت ماهواره نسبت به گیرنده است.

برای مثال می توان با فرض سرعت مداری متوسط $3.9km s^{-1}$ برای ماهواره های GPS، ثابت بودن گیرنده و چشم پوشی از چرخش زمین، دابلر شیفت در نزدیکترین موقعیت ماهواره به دلیل صفر بودن سرعت شعاعی برابر صفر است. حداقل سرعت شعاعی ماهواره های GPS در زمان عبور از افق است که به حدود $0.9km s^{-1}$ می رسد. در این حالت با در نظر گرفتن $f^s = 1.5GHz$ ، دابلر شیفت به حدود $4.5KHz$ می رسد که معادل 4.5 دور در یک میلی ثانیه یا عبارت بهتر 90 سانتی متر در فاصله می باشد.

بر اساس تقسیم بندی انجام شده توسط اتحادیه بین المللی ارتباطات دور (ITU) امواج الکترومغناطیسی مورد استفاده در تعیین موقعیت ماهواره ای در باند های C، S و L در محدوده فرکانس UHF قرار دارند. باند های C، S و L در برگیرنده فرکانس های $1GHz$ تا $8GHz$ می باشد. نوع دیگری از دسته بندی امواج الکترومغناطیسی به سه صورت امواج زمینی، امواج آسمانی و امواج مستقیم است. امواج زمینی به امواجی با فرکانس کمتر از $1.6MHz$ اطلاق می شود که مسیر انتشار آنها از انحنای زمین تبعیت می کند. امواج آسمانی به امواجی با فرکانس در محدوده $1.6MHz$ تا $30MHz$ اطلاق می شود که در برخورد با لایه یونسفر منعکس می شوند. امواج مستقیم به امواجی با فرکانس بیشتر از $30MHz$ اطلاق می شود که مسیر انتشار آنها تقریباً مستقیم می باشد و از لایه یونسفر نیز عبور می کنند.

انتشار امواج الکترومغناطیسی

امواج الکترومغناطیسی پس از انتشار در محیط اول در صورت برخورد با یک سطح قسمتی از آن به صورت متقارن نسبت به عمود بر سطح منعکس و بخشی نیز، بسته به خریب شکست محیط دوم، با راستایی متفاوت مسیر خود را ادامه می دهد (نگاره ۱). بر همین اساس هنگام برخورد امواج الکترومغناطیسی به سطوح منعکس کننده در نزدیکی گیرنده ها با پدیده چندمسیری مواجه می شویم.



نگاره ۱ - انعکاس و شکست امواج در برخورد با محیط دوم

امواج الکترومغناطیسی در گذر از اتمسفر زمین با محیط های مختلفی با ضریب شکست های متفاوت برخورد می کند. همانطور که از قبیل می دانیم برای هر دو محیط با ضریب شکست های n_1 و n_2 رابطه زیر برقرار است که بیانگر ثابت بودن نسبت ضریب شکست دو محیط می باشد.

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{n_2}{n_1} = cte \quad (10)$$

که در آن i زاویه تابش و r زاویه شکست است. چنانچه سرعت موج را در هر محیط دلخواهی با v_i نمایش دهیم، نسبت سرعت موج در خلاء (c) به سرعت v_i را ضریب شکست محیط (n_i) می نامیم.

$$n_i = \frac{c}{v_i} \quad (11)$$

رابطه فوق به روشنی نشان می دهد که ضریب شکست خلاء برابر با یک است. ضریب شکست تابعی از دما، فشار، بخار آب، فرکانس موج و تعداد الکترون های آزاد محیط انتشار است. محیط های پاشنده به محیط هایی اطلاق می گردد که سرعت فاز و در نتیجه ضریب شکست تابعی از فرکانس موج است. به طور مثال لایه یونسفر برای فرکانس $1.5GHz$ یک محیط پاشنده می باشد در حالیکه لایه تروپوسفر برای همین فرکانس اینگونه نیست.

توان امواج الکترومغناطیسی از زمان انتشار تا زمان دریافت بسته به فرکانس، فاصله بین فرستنده و گیرنده و خصوصیات محیط انتشار دچار افت می شود. چنانچه توان موج ارسالی در ماهواره را با P^o و توان موج دریافتنی در گیرنده را با P_r نمایش دهیم، نسبت P^o / P_r بیانگر تضعیف یا بهره موج است. اگر این نسبت کمتر از یک باشد با افت یا تضعیف مواجه هستیم و چنانچه بیشتر از یک باشد با بهره که در مقابل تضعیف بکار برده می شود، مواجه می باشیم. معمولاً نسبت فوق را بر حسب واحد دسی بل (dB) با رابطه زیر تعریف می کنند.

$$n = 10 \log_{10} \frac{P_r}{P_s} \quad (12)$$

مطلوب رابطه فوق اگر $n < 0$ افت و اگر $n > 0$ بهره رخ داده است. به عنوان مثال اگر $n = -3$ بسته آید، توان موج دریافتی نصف توان موج ارسالی می باشد. از آنجا که به طور متناول توان بر حسب وات (W) بیان می شود، رابطه تبدیل توان بر حسب وات (W) به توان بر حسب دسی بل وات (dBW) به صورت زیر معرفی می گردد.

$$n = 10 \log_{10} (P/1) \quad (13)$$

برای مثال اگر توان موج ارسالی $10^{-16} W \cong -160 dBW \cong 25 W$ باشد و توان موج دریافتی $174 dB - 14 dBW$ باشد، در این صورت با یک افت توان $174 dB - 160 dB = 14 dB$ مواجه خواهیم بود.

ساختار سیگنال های ناوبری

در سامانه های تعیین موقعیت ماهواره ای، سیگنال های ارسالی از ماهواره ها باید قابلیت تعیین موقعیت آنی برای تعداد نامحدودی از کاربران مختلف را داشته باشد. پایه این نوع تعیین موقعیت، اندازه گیری فاصله لحظه ای گیرنده تا ماهواره از طریق همبستگی یابی بین سیگنال دریافتی از ماهواره و سیگنال مشابه تولیدی در گیرنده می باشد. درجه پایداری و ثبات فرکانس سیگنال های تولیدی مهمترین نقش را در دقت تعیین موقعیت ماهواره ای دارد. این موضوع از طریق ساعت های اتمی (یا نوسان سازهای اتمی) که مبتنی بر استانداردهای فرکانس اتمی می باشد در نظر گرفته می شود. امروزه با استفاده از ساعت های سزیمی و هیدروژنی درجه پایداری فرکانس ها تا 10^{-15} در طول یک شبکه روز امکان پذیر شده است. به طور کلی ساختار سیگنال های ناوبری که به صورت یک طرفه از ماهواره ها به سوی گیرنده ها گسیل می شوند، از سه بخش موج حامل، کد و داده های ناوبری تشکیل شده است. موج حامل در واقع یک موج

الکترومغناطیسی با فرکانس f در باند L است که می‌توان آن را به صورت یک تابع کسینوسی با دامنه a نمایش داد. البته ممکن است در آینده از فرکانس‌های باند C نیز استفاده شود.

$$L_i(t) = a_i \cos(2\pi f_i t) \quad (14)$$

کد نیز یک سیگنال عددی است که امکان اندازه‌گیری مدت زمان طی شده از لحظه ارسال تا دریافت را برای کابران فراهم می‌سازد. کد را می‌توان به صورت زنجیره‌ای به هم پیوسته از دو حالت $+1$ و -1 یا به طور متناظر 0 و 1 در نظر گرفت که با الگوریتم‌های شناخته شده ای تولید و در کنار هم قرار می‌گیرند. طول هر کدام از دو حالت فوق طول چیپ نامیده می‌شود که معادل طول موج است. بنابراین با در نظر گرفتن طول چیپ‌های مختلف با فرکانس‌های متفاوتی رو برو خواهیم شد. داده‌ها یا پیام‌های ناویبری نیز مجموعه‌ای پیوسته از اعداد دو دویی 0 و 1 هستند که حاوی پارامترهای مداری و برخی اطلاعات مورد نیاز در ناویبری ماهواره‌ای می‌باشد.

به طور متدائل با استفاده از روش‌های مدولاسیون این سه سیگنال با یکدیگر ترکیب و به صورت یک سیگنال پیچیده تر منتشر می‌شود. مدولاسیون امواج الکترومغناطیسی به سه صورت کلی دامنه، فرکانس و فاز قابل انجام می‌باشد. در مدولاسیون دامنه (AM) بدون هیچ تغییری در فرکانس و فاز موج الکترومغناطیسی دامنه تغییر داده می‌شود. مدولاسیون فرکانس (FM) بدون هیچ تغییری در دامنه و فاز موج الکترومغناطیسی، فرکانس را تغییر می‌دهد و نهایتاً در مدولاسیون فاز (PM) با ثابت نگهداشت دامنه و فرکانس موج الکترومغناطیسی، فاز تغییر می‌یابد. به طور معمول در تولید سیگنال‌های ناویبری ماهواره‌ای پس از جمع زدن کد و پیام ناویبری حاصل آن با مدولاسیون فاز بر روی موج اصلی یا موج حامل قرار می‌گیرد. با در نظر گرفتن موج حامل به صورت معادله (۱۴) و مدولاسیون آن با کد $(C(t))$ و پیام‌های ناویبری $(N(t))$ به معادله جدید زیر خواهیم رسید.

$$L_i(t) = a_i C(t) N(t) \cos(2\pi f_i t) \quad (15)$$

کدهای تولیدی در سامانه های ناوبری ماهواره ای علیرغم اینکه از یک الگوریتم مشخص ریاضی پیروی می کنند، در عین حال رفتار آن دارای ویژگی های نویز تصادفی می باشد. لذا به آنها کدهای نویز شبه تصادفی (PRN) گفته می شود. تولید کدهای نویز شبه تصادفی (PRN) بر مبنای استفاده از یک وسیله سخت افزاری موسوم به ثبات های انتقال بازخوردی (FSR) می باشد. مطابق نگاره (۲) چنین وسیله ای شامل تعدادی خانه است که هر خانه بیانگر یک حافظه یک بیتی می باشد. متناظر با هر پالس ساعت تمام بیت ها یک خانه به سمت راست جابجا می شوند و محتوای خانه آخر (در سمت راست) به عنوان خروجی یادداشت می شود. مقدار جدید خانه اول (در سمت چپ) با جمع دو دویی دو خانه دیگر بر اساس یک چند جمله ای تعیین می شود. انتخاب این دو خانه با توجه ویژگی کد خروجی مورد نظر، آزادانه و آگاهانه انجام می گیرد.

Number of cell	1	2	3	4	5
Initial state	1	0	1	1	0
Successive state	1	1	0	1	1

نگاره ۲- اساس عملکرد یک ثبات انتقال بازخوردی (FSR) پنج خانه ای

برای روشن تر شدن موضوع، خانه های ۲ و ۳ را در نظر بگیرید. پس از یک پالس ساعت، خروجی ثبات انتقال بازخوردی (FSR) عدد دو دویی ۰ (محتوای خانه پنجم به عنوان خانه آخر) است و برای خانه اول عدد دو دویی ۱ (جمع محتوای خانه های ۲ و ۳) قرار می گیرد. حاصل ده بار تکرار مراحل فوق زنجیره اعداد دو دویی ۱۱۰۱۱۱۰۰۱۰ می باشد. معمولاً کدهای تولیدی در سامانه های تعیین موقعیت ماهواره ای از ترکیب دو زنجیره اعداد دو دویی حاصل از دو ثبات انتقال بازخوردی (FSR) بدست می آیند. افزایش تعداد خانه ها منجر به طولانی تر شدن کدها می شود و حداقل طول یک کد نویز شبه تصادفی برای یک ثبات انتقال بازخوردی n خانه ای از رابطه -2^n تعیین می شود. از آنجا که فردی بنام Gold نشان داد که با انتخاب تعداد خانه های ثبات انتقال بازخوردی (n) زوج، کد نویز شبه تصادفی حاصل دارای خاصیت همبستگی خیلی خوبی است. از این رو کدهای حاصل از چنین فرآیندی به کدهای Gold معروف هستند.

چنانچه در تولید سیگنال های ناوبری ماهواره ای از دو کد استفاده شود، پس از جمع زدن هر کد با پیام ناوبری و مدوله کردن آنها با یک موج حامل به روش مدل اسیون فاز و در نظر داشتن یک اختلاف فاز نود درجه ای بین دو کد (معروف به تربیع فاز) به سیگنال پیچیده تر زیر خواهیم رسید.

$$L_i(t) = a_{1i}C_1(t)\cos(2\pi f_i t) + a_{2i}C_2(t)\sin(2\pi f_i t) \quad (16)$$

که در آن (i) و $C_1(i)$ و $C_2(i)$ کدها، a_{1i} و a_{2i} دامنه های کدها و سایر عبارات مانند رابطه (۱۵) می باشد.

کمیت های مشاهده (سنجه های) ماهواره ای

اساسا سه نوع مشاهده توسط گیرنده های GNSS ثبت می شوند. یکی شبه فاصله، دیگری فاز موج حامل و بعدی دابلر یا نرخ فاز موج حامل است. در زیر به بیان مدل ریاضی هریک از این مشاهدات پرداخته می شود.

شبه فاصله یا کد

سنجه شبه فاصله در واقع از سنجش اختلاف زمانی بین لحظه ارسال و لحظه دریافت سیگنالهای GNSS بدست می آید. هرچند مراد از سنجش زمان، در یک مرجع زمانی پایدار و یکسان در ماهواره و گیرنده می باشد، لیکن رفتار ساعت های موجود در ماهواره ها و گیرنده ها بگونه ای است که در هر لحظه نسبت به دستگاه مرجع زمانی سامانه های تعیین موقعیت ماهواره ای دارای یک اختلاف می باشند.

$$\begin{aligned} \Delta t &= t_r - t^s = (t^{GNSS}(r) - \alpha_r) - (t^{GNSS}(s) - \alpha^s) \\ &= \Delta t^{GNSS} + \Delta t^s \end{aligned} \quad (17)$$

با ضرب اختلاف زمان (Δt) در سرعت امواج الکترومغناطیسی (c)، فاصله بین ماهواره و گیرنده بر حسب واحد طول (متر) بدست می آید. با توجه به اینکه اختلاف زمان Δt آلوده به خطاهای ساعت ماهواره و گیرنده می باشد و نیز حضور سایر متتابع خطاهای نظیر اثرات جوی، فاصله بدست آمده نیز آلوده به خطاهای قابل

ملاحظه است. به همین دلیل به چنین فاصله ای شبیه فاصله اطلاق می شود و معادله مشاهده آن با در نظر

گرفتن سایر منابع خطاهای به صورت زیر نوشته می شود [Abouslame, 1996]

$$\begin{aligned} P &= c\Delta t + d\rho + d_{ion} + d_{trop} + \varepsilon(P_{multi}) + \varepsilon(P_n) \\ &= c\Delta t^{GNSS} + d\rho + c\Delta t^s + d_{ion} + d_{trop} + \varepsilon(P_{multi}) + \varepsilon(P_n) \\ &= \rho + d\rho + c(\delta_t - \delta_t^s) + d_{ion} + d_{trop} + \varepsilon(P_{multi}) + \varepsilon(P_n) \end{aligned} \quad (18)$$

که در آن

P : شبیه فاصله اندازه گیری شده (m)

ρ : فاصله هندسی بین ماهواره و گیرنده (m)

$d\rho$: خطای مداری (اسمی و ناشی از SA)

c : سرعت امواج الکترومغناطیسی در خلاء (m/sec)

δ_t^s : خطای ساعت ماهواره (sec)

δ_t^r : خطای ساعت گیرنده (sec)

d_{ion} : خطای یونسفریک (m)

d_{trop} : خطای تروپوسفریک (m)

$\varepsilon(P_{multi})$: خطای چند مسیری شبیه فاصله (m) و

$\varepsilon(P_n)$: نویز اندازه گیری شبیه فاصله است.

یادآوری می شود از آنجا که فاصله هندسی ρ در معادله (18) تابع دو زمان متفاوت t^{GNSS} در دو لحظه ارسال و دریافت سیگнал می باشد، لذا با توجه به سرعت زیاد ماهواره در مدار خود عبارت تصحیحی Δt فر که بیانگر سرعت شعاعی ماهواره در اختلاف زمان Δt است نیز باید در نظر گرفته شود. لیکن با توجه به طول چیپ های نسبتاً بزرگ کدها و در نظر داشتن حداکثر سرعت شعاعی $0.9 km s^{-1}$ و اختلاف زمان $\Delta t = 0.07s$ ، اثر آن در حدود $60 cm$ خواهد بود که می توان از آن چشم پوشی کرد. فاصله هندسی بین

ماهواره و گيرنده (ρ) معمولا در دستگاه مختصات کارترین WGS-84 بر حسب بردارهای موقعیت ماهواره
و گيرنده (X_s, Y_s, Z_s) و (X_r, Y_r, Z_r) بيان می شود.

$$\rho = \sqrt{(X_s - X_r)^2 + (Y_s - Y_r)^2 + (Z_s - Z_r)^2} \quad (19)$$

همانطورکه معادله (18) نشان می دهد، مشاهده شبه فاصله شامل تعدادی خطای اندازه گیری است. خطاهای مداری و ساعت ماهواره شامل هر دو اثر SA (Selective Availability) و خطاهای دیگر می باشد. خطاهای پونسفریک و تروپسفریک باعث اثرات تأخیر اتمسفریک روی شبه فاصله می شوند. خطای چند مسیری ناشی از انعکاس امواج ماهواره بواسطه محیط اطراف گيرنده است. نویز گيرنده اساساً به ویژگی های رדיابی سیگنال گيرنده و وضعیت دینامیکی گيرنده بستگی دارد. در مورد خطاهای اندازه گیری بطور مفصل تر در بخش بعدی بحث خواهد شد.

فاز موج حامل

سنجه فاز موج حامل بعنوان دقیقترین مشاهده GNSS، عبارتست از اختلاف بین فاز موج حامل دریافت شده از ماهواره و فاز موج حامل تولید شده در گيرنده. چنانچه فاز حامل دریافتی از ماهواره را با $(t)^s \phi$ و فاز حامل تولیدی در گيرنده را با $(t)_r \phi$ ، که به ترتیب دارای فرکانس های f^s و f_r هستند، نمایش دهیم، با توجه به روابط (7) و (8) و خطاهای ساعت ماهواره و گيرنده می توان روابط زیر نوشت.

$$\begin{aligned} \phi^s(t) &= f^s t - f^s \frac{\rho}{c} + f^s \dot{\alpha}^s \\ \phi_r(t) &= f_r t + f_r \dot{\alpha}_r \end{aligned} \quad (20)$$

حال با توجه تعریفی که از سنجه فاز موج حامل ارائه شد می توان معادله مشاهده آن را به صورت زیر نوشت.

$$\varphi_r^s(t) = \varphi_r(t) - \varphi^s(t) \quad (21)$$

$$\begin{aligned} &= f_r t + f_r \dot{\alpha}_r - f^s t + f^s \frac{\rho}{c} - f^s \dot{\alpha}^s \\ &= f^s \frac{\rho}{c} + (f_r - f^s)t + f_r \dot{\alpha}_r - f^s \dot{\alpha}^s \end{aligned}$$

بدلیل پایداری بالای فرکانس ها در طول یک شبانه روز (10^{-12})، اختلاف بین هریک از فرکانس های f^s و f_r با فرکانس اسمی شان بسیار کم است. به عنوان مثال برای حالتیکه $f = 1.5\text{GHz}$ در نظر گرفته شود، این اختلاف حدود $df = 1.5 \times 10^{-3}\text{Hz}$ است. با توجه به موضوع فوق و کوتاه بودن زمان سیر سیگнал از ماهواره تا گیرنده (0.07s) حداقل خطا فرکانس روی سنجه فاز حدود 10^{-4} دور خواهد بود که بسیار کمتر از نویز اندازه گیری فاز است و می توان فرکانس های f^s و f_r را یکسان فرض نمود. بنابراین رابطه (21) را می توان به صورت زیر بازنویسی کرد.

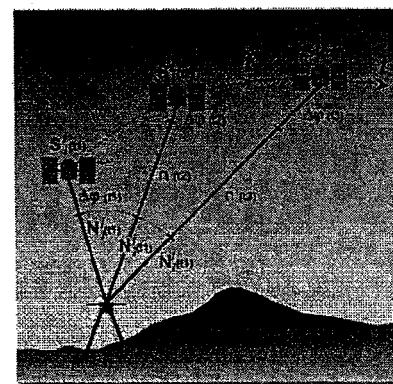
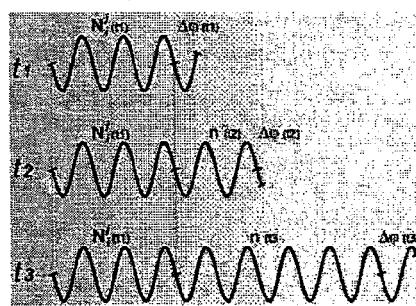
$$\varphi_r^s(t) = f \frac{\rho}{c} + f(\dot{\alpha}_r - \dot{\alpha}^s) = f \frac{\rho}{c} + f \dot{\alpha}_r^s \quad (22)$$

حال بر می گردیم به لحظه شروع اندازه گیری فاز یا به عبارت صحیح تر اندازه گیری اختلاف فاز ($\varphi_r^s(t)$) که با خرده ای از فاز موافق هستیم، در واقع در لحظه شروع اندازه گیری فقط بخشی از یک دور کامل ($\Delta\varphi_r^s$) مورد اندازه گیری قرار می گیرد و تعداد دورهای صحیح بین ماهواره و گیرنده، که معمولاً با N نمایش داده می شود و معروف به ابهام فاز اولیه است، مجھول باقی می ماند.

$$\varphi_r^s(t) = \Delta\varphi_r^s + N \quad (23)$$

بطور طبیعی با گذشت زمان از لحظه شروع اندازه گیری و فرض برقراری ارتباط پیوسته بین گیرنده و ماهواره به ازای هر اختلاف فاز $2\pi \pm$ معادل آن $1 \pm$ دور کامل ثبت می شود. برای مثال نگاره () را با یک گیرنده i و یک ماهواره j در سه لحظه t_1 , t_2 و t_3 در نظر بگیرید. اگر در اولین لحظه اندازه گیری (t_1) خرده فاز اندازه گیری شده را با $\Delta\varphi(t_1)$ نشان دهیم، معادله کامل سنجه فاز حامل به صورت ترکیبی از $\Delta\varphi(t_1)$ و

تعداد دورهای صحیح بین گیرنده i و یک ماهواره j یعنی (t_1) N_i^j نمایش داده می شود در زمان های t_2 و t_3 با توجه به فاصله گرفتن ماهواره از گیرنده، علاوه بر تعداد دورهای صحیح بین گیرنده i و یک ماهواره j در لحظه t_1 ($N_i^j(t_1)$) و خرده فاز های جدید ($\Delta\varphi(t_2)$ و $\Delta\varphi(t_3)$ ، تعدادی دور کامل نیز مانند ($n(t_2)$ و $n(t_3)$ ثبت شده اند که در نگاره (۳) به ترتیب ۲ و ۵ می باشند. آنچه که به عنوان اندازه گیری های فاز حامل شناخته می شود در واقع یک عدد حقیقی است که بخش صحیح آن بیانگر تعداد دورهای صحیح از لحظه شروع اندازه گیری تا زمان مورد نظر و بخش اعشاری آن بیانگر خرده فاز در زمان مورد نظر است. یادآوری می شود چنانچه فاصله بین ماهواره و گیرنده در حال کم شدن باشد، علامت خرده فاز و تعداد دورهای صحیح مورد اندازه گیری منفی خواهد بود.



نگاره ۳- مفهوم ابهام فاز اولیه با کمک یک گیرنده i و یک ماهواره j در سه لحظه t_1 , t_2 و t_3

با توضیحات فوق و تبدیل واحد دور به متر با ضرب در طول موج فاز حامل (λ) و نیز در نظر گرفتن سایر منابع خطاهای معادله مشاهده فاز حامل به صورت زیر بیان می گردد [Abousalem, 1996]

$$\Phi = \rho + d\rho + c(\delta t_r - \delta t^s) + \lambda N - d_{ion} + d_{trap} + \varepsilon(\Phi_{mult}) + \varepsilon(\Phi_{rx}) \quad (۲۴)$$

که در آن Φ مشاهده فاز موج حامل (m), N ابهام فاز صحیح (*cycle*), λ طول موج حامل (m), $\epsilon(\Phi_{mult})$ خطای چند مسیری فاز موج حامل و $\epsilon(\Phi_{\pi})$ نویز اندازه گیری فاز موج حامل بر حسب متر هستند. سایر عبارات مشابه معادله (۱۸) می باشند.

با مقایسه معادلات (۱۸) و (۲۴) در می یابیم که هر دو مشاهده فاز موج حامل و شبه فاصله بجز عبارت λN و علامت عبارت d_{ion} , که بر خلاف سنجه کد بیانگر تقدم در سنجه فاز است، مشابه می باشند. این دو مشاهده از حدود مختلف دقت برخوردارند زیرا معمولا طول موج شبه فاصله از طول موج فاز حامل خیلی بزرگتر است. همچنین مشاهده فاز موج حامل نویز گیرنده و خطای چند مسیری خیلی کمتری از مشاهده شبه فاصله دارد و در نتیجه دارای دقت بالاتری است. اما مشاهده فاز موج حامل دارای ابهام است، زیرا مقدار صحیح ابهام فاز موج حامل N نمی تواند از قبیل معلوم گردد و تعیین آن کار خیلی ساده ای نیست. ابهام فاز N در واقع تعداد دورهای صحیح طول موج حامل است که در لحظه شروع برقراری ارتباط ماهواره با گیرنده وجود دارد و مادامیکه این ارتباط قطع نشود مقدار آن ثابت باقی می ماند.

دابلر

بر خلاف سنجه های کد و فاز، سنجه دابلر یا نرخ فاز موج حامل نتیجه مستقیم یک سیگنال ارسالی از ماهواره نیست. این سنجه از مشتق زمانی مشاهده فاز موج حامل در معادله (۲۴) بدست می آید که در کاربردهای کینماتیک است بسیار مفید است [Abousalem, 1996].

$$\dot{\Phi} = \dot{\rho} + d\dot{\rho} + c(\dot{\alpha}_r - \dot{\alpha}^{sc}) + d_{ion} + d_{rop} + \epsilon(\Phi_{mult}) + \epsilon(\Phi_{\pi}) \quad (25)$$

همانطور که از معادله فوق پیداست، مشاهده دابلر قادر ابهام فاز است. بنابراین مشاهده دابلر مستقل از قطعی فاز است و علاوه بر برآورد سرعت لحظه ای گیرنده برای تعیین جهش های فاز یا همان قطعی های فاز در طول زمان اندازه گیری فاز بسیار مناسب می باشد.

سنجه های ترکیبی

معمولاً به دلایل مختلفی هر ماهواره ناوبری چندین موج تولید و ارسال می کند. بنابراین امکان استخراج انواع سنجه های ترکیبی وجود دارد از این گذشته با حضور همزمان چندین ماهواره و چندین گیرنده در لحظات مختلف امکان ترکیب های تفاضلی مختلف نیز وجود دارد. بنابراین در ادامه سنجه های ترکیبی را در دو دسته "ترکیب غیر تفاضلی سنجه های مختلف" و "ترکیب تفاضلی سنجه های یکسان" به طور جداگانه مورد بررسی قرار می دهیم.

ترکیب های غیر تفاضلی سنجه های مختلف

در بخش قبلی دیده شد با دو سنجه اساسی کد و فاز در تعیین موقعیت ماهواره ای آشنا شدیم. همانطور که اشاره شد به دلیل طول چیپ بزرگ کد نسبت به طول موج فاز، از دقت پایین تری در تعیین موقعیت برخوردار است. بر همین اساس یکی از راه های افزایش دقت و کارایی سنجه کد، هموارسازی آن با سنجه فاز بوسیله ترکیب خطی سنجه کد با سنجه فاز است. علاوه بر آن انواع سنجه های جدید ترکیبی دیگر بین فازها و کدها مطرح هستند که شرح برخی از آنها در زیر آمده است.

ترکیب خطی شبیه فاصله فازی

با فرض وجود حداقل دو فاز حامل L_1 و L_2 به ترتیب با دو فرکانس متفاوت f_1 و f_2 ، دو سنجه Φ_1 و Φ_2 خواهیم داشت که با در نظر گرفتن دو عدد حقیقی n_1 و n_2 ترکیب خطی حاصل از آنها به صورت زیر نوشته می شود.

$$\Phi = n_1\Phi_1 + n_2\Phi_2 = n_1f_1t + n_2f_2t = ft \quad (26)$$

همانگونه که دیده می شود حاصل ترکیب خطی فوق یک سنجه فاز است که فرکانس و طول موج آن به شرح زیر است.

$$f = n_1 f_1 + n_2 f_2 \quad (27)$$

$$\lambda = \frac{c}{f} \quad (28)$$

بر اساس قانون انتشار خطاهای باید توجه نمود که اگر نویز سنجه های فاز Φ_1 و Φ_2 به ترتیب ε_1 و ε_2 باشد، در آن صورت نویز سنجه ترکیبی برابر با $\sqrt{n_1^2 \varepsilon_1^2 + n_2^2 \varepsilon_2^2}$ خواهد بود.

در حالت قبلی ابهام فاز اولیه سنجه ترکیبی دیگر عددی صحیح نیست، در صورتی که اگر n_1 و n_2 دو عدد صحیح در نظر گرفته شوند، ماهیت صحیح بودن ابهام فاز اولیه برای سنجه ترکیبی نیز حفظ می شود. بر همین اساس دو حالت بسیار ساده از ترکیب خطی شبیه فاصله فازی با در نظر گرفتن ($n_1 = 1$ و $n_2 = 1$) و ($n_1 = -1$ و $n_2 = -1$) بدست می آیند.

$$\Phi_N = \Phi_1 + \Phi_2 = (f_1 + f_2)t \quad (29)$$

$$\Phi_W = \Phi_1 - \Phi_2 = (f_1 - f_2)t \quad (30)$$

سنجه ترکیبی Φ_N دارای فرکانس بیشتر و در نتیجه طول موج کوتاهتر است و به همین دلیل ترکیب نوار باریک نامیده می شود. سنجه ترکیبی Φ_W دارای فرکانس کمتر و در نتیجه طول موج بلندتر است و به همین دلیل ترکیب نوار پهن نامیده می شود. پادآوری می شود از این دو نوع ترکیب خطی در فرآیند رفع ابهام فاز اولیه استفاده می شود.

$$f = n_1 f_1 + n_2 f_2 \quad (27)$$

$$\lambda = \frac{c}{f} \quad (28)$$

بر اساس قانون انتشار خطاهای، باید توجه نمود که اگر نویز سنجه های فاز Φ_1 و Φ_2 به ترتیب ε_1 و ε_2

باشد، در آن صورت نویز سنجه ترکیبی برابر با $\sqrt{n_1^2 \varepsilon_1^2 + n_2^2 \varepsilon_2^2}$ خواهد بود.

در حالت قبلی ابهام فاز اولیه سنجه ترکیبی دیگر عددی صحیح نیست، در صورتی که اگر n_1 و n_2 دو عدد صحیح در نظر گرفته شوند، ماهیت صحیح بودن ابهام فاز اولیه برای سنجه ترکیبی نیز حفظ می شود. بر همین اساس دو حالت بسیار ساده از ترکیب خطی شبیه فاصله فازی با در نظر گرفتن ($n_1 = 1$ و $n_2 = 1$) و ($n_2 = -1$ و $n_1 = 1$) بدست می آیند.

$$\Phi_N = \Phi_1 + \Phi_2 = (f_1 + f_2) t \quad (29)$$

$$\Phi_{\pi} = \Phi_1 - \Phi_2 = (f_1 - f_2) t \quad (30)$$

سنجه ترکیبی Φ_N دارای فرکانس بیشتر و در نتیجه طول موج کوتاهتر است و به همین دلیل ترکیب نوار باریک نامیده می شود. سنجه ترکیبی Φ_{π} دارای فرکانس کمتر و در نتیجه طول موج بلندتر است و به همین دلیل ترکیب نوار پهن نامیده می شود. یادآوری می شود از این دو نوع ترکیب خطی در فرآیند رفع ابهام فاز اولیه استفاده می شود.

دو نوع ترکیب خطی دیگر ناشی از اعداد حقیقی که در آنها $(n_1 = 1)$ و $n_2 = -\frac{f_2}{f_1}$ و

$n_2 = \frac{f_1}{f_2}$) در نظر گرفته می شوند، به ترتیب به صورت زیر هستند.

$$\Phi_G = \Phi_1 - \frac{f_2}{f_1} \Phi_2 = \left(f_1 - \frac{f_2^2}{f_1} \right) t \quad (31)$$

$$\Phi_I = \Phi_1 - \frac{f_1}{f_2} \Phi_2 = (f_1 - f_2) t \quad (32)$$

رابطه Φ معروف به باقیمانده هندسی است که برای کاهش اثرات یونسفر مورد استفاده قرار می گیرد. سنجه ترکیبی Φ_I نیز معروف به باقیمانده یونسفری است که برای آشکارسازی جهش فاز مورد استفاده قرار می گیرد. یادآوری می شود که در دو ترکیب اخیر ماهیت صحیح بودن ابهام فاز از بین رفته است.

هموار سازی شبه فاصله کدی

دستیابی به دقت های بالاتر در تعیین موقعیت های آنی با سنجه های کد همواره مورد نظر بوده است. تحقق این امر از طریق هموار سازی سنجه های فاز به انجام رسیده است که در ادامه به آن می پردازیم. دو شبه فاصله کدی P_1 و P_2 و دو شبه فاصله فازی Φ_1 و Φ_2 در یک مقطع زمانی اولیه t_1 را در نظر بگیرید. قبل از ترکیب سنجه های فاز و کد به منظور هموار سازی شبه فاصله کدی، ابتدا با تقسیم سنجه های کد بر طول موج فاز حامل مربوط، آنها را به واحد دور تبدیل می کنیم.

$$P_i = \frac{P_i}{\lambda_i} = P_i \frac{f_i}{c} \quad (33)$$

حال با ارائه رابطه زیر به یک سنجه ترکیبی جدید در لحظه t_1 بر اساس کدهای P_1 و P_2 در لحظه t_1 می

رسیم.

$$P(t_1) = \frac{f_1 P_1(t_1) - f_2 P_2(t_1)}{f_1 + f_2} \quad (34)$$

سنجه فوق بر حسب دور می باشد و فرکانس آن $f_2 - f_1$ می باشد. با توجه به رابطه فوق و قانون انتشار خطاهای، چنانچه فرکانس های f_1 و f_2 به یکدیگر نزدیک باشند، نویز سنجه ترکیبی از نویز تک تک کدها کمتر خواهد بود. حال سنجه ترکیبی نوار پهن با استفاده از فازهای Φ_1 و Φ_2 را برای لحظه t_1 در نظر می

گیریم.

$$\Phi_W(t_1) = \Phi_1(t_1) - \Phi_2(t_1) \quad (35)$$

نویز سنجه نوار پهن در شرایط نویز یکسان برای سنجه های فاز Φ_1 و Φ_2 ، $\sqrt{2}$ برابر خواهد بود که با توجه به دقت ذاتی بالای سنجه های فاز در مقابل سنجه های کد قابل چشم پوشی است. همچنین یادآوری می شود با توجه به اینکه فرکانس ترکیب نوار پهن نیز $f_2 - f_1$ است، لذا دارای طول موج یکسانی با سنجه ترکیبی کدها است. حال به منظور هموار سازی شبیه فاصله کدی، الگوریتم زیر را بکار می بریم. ابتدا یک شبیه فاصله کدی بروان یابی شده برای هر لحظه بعد از t_1 مانند t_i با استفاده از دو سنجه ترکیبی فوق را به صورت زیر بدست می آوریم.

$$P(t_i)_{ex} = P(t_1) + (\Phi_W(t_i) - \Phi_W(t_1)) \quad (36)$$

اکنون مقدار هموار شده شبیه فاصله کدی را برای لحظه t_i با میانگین گیری مقادیر $P(t_i)_{ex}$ و $P(t_i)$ بدست می آید.

$$P(t_i)_{sm} = \frac{1}{2}(P(t_i) + P(t_i)_{ex}) \quad (37)$$

حال با در نظر گرفتن هر زمان اختیاری t_i و t_{i-1} ، می توان روابط فوق را تعمیم داد و به یک الگوریتم بازگشتی به صورت زیر رسید. این الگوریتم با شرط اولیه $P(t_i) = P(t_i)_{sm} = P(t_i)_{ex}$ برای تمام مقادیر $i > 1$ قابل استفاده است.

$$P(t_i) = \frac{f_1 P_1(t_i) - f_2 P_2(t_i)}{f_1 + f_2} \quad (38)$$

$$\Phi_W(t_i) = \Phi_1(t_i) - \Phi_2(t_i) \quad (39)$$

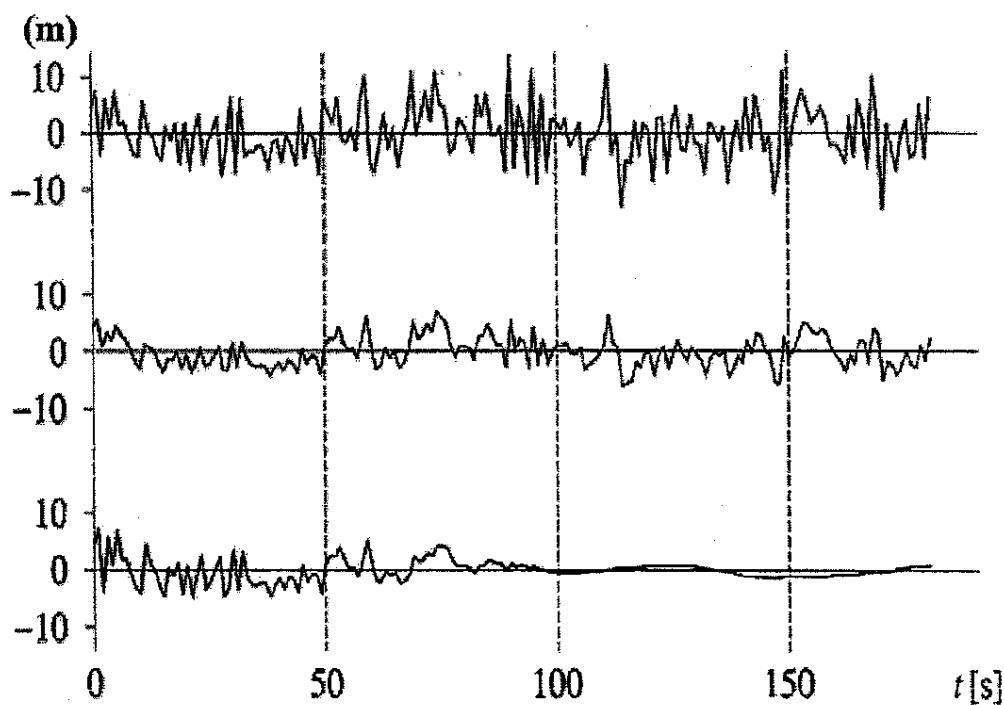
$$P(t_i)_{ex} = P(t_{i-1})_{sm} + (\Phi_W(t_i) - \Phi_W(t_{i-1})) \quad (40)$$

$$P(t_i)_{sm} = \frac{1}{2}(P(t_i) + P(t_i)_{ex}) \quad (41)$$

همانطور که می دانیم سنجه فاز دارای ابهام فاز اولیه است و در صورت هر نوع قطعی فاز در طول اندازه گیری مقدار آن دچار تغییر می شود. این تغییر فاز در طول اندازه گیری به جهش فاز معروف است و در صورت بروز آن الگوریتم فوق نیز درست عمل نخواهد کرد. بر همین اساس با اندکی اصلاح در الگوریتم قبلی به یک الگوریتم جدید می رسیم که برای حل مشکل جهش فاز مناسب است. در واقع به جای میانگین حسابی در الگوریتم قبلی، در این الگوریتم از میانگین وزنی استفاده می شود.

$$\begin{aligned} P(t_i)_{sm} &= wP(t_i) + (1-w)P(t_i)_{ex} \\ &= wP(t_i) + (1-w)(P(t_{i-1})_{sm} + \Phi_W(t_i) - \Phi_W(t_{i-1})) \end{aligned} \quad (42)$$

۷) یک ضریب وزنی وابسته به زمان است که در شروع فرآیند هموار سازی ($i = 1$) برابر یک ($w = 1$) قرار داده می شود. به این ترتیب تمام وزن به سنجه های کدی داده می شود و سنجه های فازی هیچ نقشی در میانگین گیری وزن دار ندارد. به تدریج در تکرارهای بعدی با یک نرخ مشخص از وزن سنجه های کدی کاسته و به وزن سنجه های فازی اضافه می گردد. نگاره (۴) رفتار شبه فاصله ترکیبی هموار نشده، هموار شده با میانگین حسابی و هموار شده با میانگین وزندار را با در نظر گرفتن گام ۰.۰۱ نمایش می دهد که پس از ۱۰۰ ثانیه به طور ثابت به سنجه کد وزن ۰.۰۱ و به سنجه فاز وزن ۰.۹۹ تخصیص داده شده است. در صورت بروز جهش فاز، بدون نیاز به ترمیم جهش فاز و فقط با آشکارسازی آن، این الگوریتم مجدداً از سر گرفته می شود.



نگاره ۴ - مقایسه شبه فاصله ترکیبی هموار نشده، هموار شده با میانگین حسابی و هموار شده با میانگین وزندار

یک الگوریتم دیگر برای هموار سازی شبه فاصله کدی، استفاده از اختلاف فازهای بین دو لحظه شروع و
دلخواه t_1 و t_i بر اساس انتگرال دایلر شیفت است. همانطور که از معادله مشاهده دایلر پیداست، این اختلاف
فازها عاری از هرگونه چهش فاز است. از هر شبه فاصله کدی در لحظه t_i ($P(t_i)$ ، می توان با رابطه زیر
شبه فاصله کدی در لحظه t_1 ($P(t_1)$) را تخمین زد.

$$P(t_1)_i = P(t_i) + \Delta\Phi(t_i, t_1) \quad (43)$$

چنانچه n سنجه کد و فاز مربوط به زمان های مختلف در اختیار داشته باشیم، در این صورت میانگین
حسابی شبه فاصله های حاصل از رابطه (43) به صورت زیر قابل تعیین است.

$$P(t_1)_m = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n P(t_1)_i \quad (44)$$

سپس با استفاده از رابطه زیر شبه فاصله هموار شده برای مقطع زمانی t_i به دست می آید.

$$P(t_1)_{sm} = P(t_1)_m + \Delta\Phi(t_i, t_1) \quad (45)$$

روابط (43) تا (45) را می توان به صورت متوالی طی یک الگوریتم بکار برد که در آن ضمن بر طرف شدن
مشکل چهش فاز، سنجه کد $P(t_1)$ نیز به دلیل میانگین گیری از سطح نویز کمتری برخوردار است.
ترکیبات دیگری نیز وجود دارند که از پرداختن به آنها در این بخش خودداری می شود، ولی برخی از آنها که
کاربردهای خاص در حذف یا کاهش برخی خطاهای نظیر خطای یونسfer دارند مجدداً در بخش مربوط به
بررسی منابع خطاهای مورد بررسی قرار خواهند گرفت.

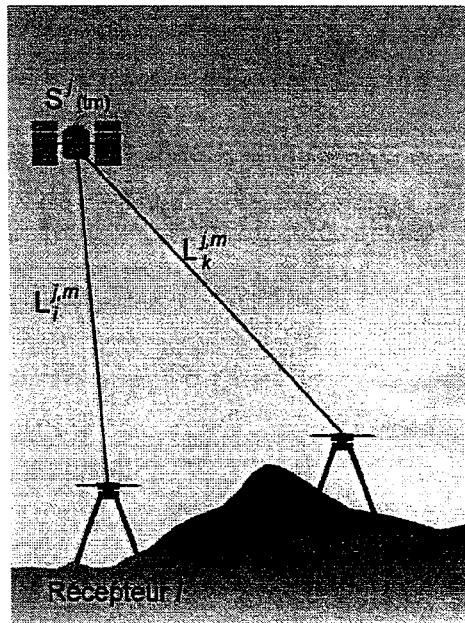
ترکیب های تفاضلی سنجه های مشابه

ترکیب تفاضلی یگانه

سه نوع اختلاف گیری یگانه برای سنجه های GNSS (کد یا فاز) می توان در نظر گرفت. علیرغم مزایای سنجه تفاضلی یگانه، نویز آن تقریبا $\sqrt{2}$ برابر از نویز سنجه ساده بزرگتر است. مطابق نگاره (۵) اولین نوع، اختلاف گیری بین دو گیرنده و یک ماهواره در یک مقطع زمانی مانند t است که با نماد Δ معرفی می شود. این نوع اختلاف گیری باعث حذف خطای ساعت ماهواره و به تناسب کوتاه بودن فاصله بین دو گیرنده باعث کاهش خطاهای مسیر ماهواره، یونسfer و تروپسfer نیز می شود. معادله تفاضلی یگانه بین دو گیرنده برای سنجه های شبه فاصله و فاز موج حامل به ترتیب بصورت زیر می باشد (Liu, 1993).

$$\Delta P = \Delta\rho + \Delta d\rho + c\delta t_r + \Delta d_{ion} + \Delta d_{trop} + \varepsilon(\Delta P_{mult}) + \varepsilon(\Delta P_{nx}) \quad (46)$$

$$\Delta\Phi = \Delta\rho + \Delta d\rho + c\delta t_r + \lambda\Delta N - \Delta d_{ion} + \Delta d_{trop} + \varepsilon(\Delta\Phi_{mult}) + \varepsilon(\Delta\Phi_{nx}) \quad (47)$$



نگاره ۵- تفاضل یگانه بین دو گیرنده و یک ماهواره

نوع دوم، اختلاف گیری بین دو ماهواره و یک گیرنده است که با نماد ∇ معرفی می شود. در این نوع اختلاف گیری خطای ساعت گیرنده حذف و در صورتیکه ماهواره ها به اندازه کافی بهم نزدیک باشند، خطاهای دیگر نیز کاهش می یابند. معادله تفاضلی این نوع اختلاف گیری برای سنجه های شبه فاصله و فاز موج حامل بصورت زیر می باشد.

$$\nabla P = \nabla \rho + \nabla d\rho - c \nabla \delta t^s + \nabla d_{ion} + \nabla d_{trop} + \varepsilon(\nabla P_{mult}) + \varepsilon(\nabla P_{rx}) \quad (48)$$

$$\nabla \Phi = \nabla \rho + \nabla d\rho - c \nabla \delta t^s + \lambda \nabla N - \nabla d_{ion} + \nabla d_{trop} + \varepsilon(\nabla \Phi_{mult}) + \varepsilon(\nabla \Phi_{rx}) \quad (49)$$

نوع سوم، عبارتست از اختلاف گیری بین دو مقطع زمانی (اپک) برای یک گیرنده و یک ماهواره است که با نماد δ معرفی می شود. مزیت عمدۀ این نوع اختلاف گیری حذف کامل ابهام فاز اولیه و نیز کشف جهش های فاز برای سنجه فاز موج حامل است. هرچه فاصله زمانی بین اپک ها کمتر باشد سایر خطاهای نیز به میزان قابل ملاحظه ای کاهش می یابند. معادله این نوع اختلاف گیری برای سنجه های شبه فاصله و فاز به ترتیب بصورت زیر بیان می گردد.

$$\delta P = \delta \rho + \delta d\rho + c \delta(\delta t_r - \delta t^s) + \delta d_{ion} + \delta d_{trop} + \varepsilon(\delta P_{mult}) + \varepsilon(\delta P_{rx}) \quad (50)$$

$$\delta \Phi = \delta \rho + \delta d\rho + c \delta(\delta t_r - \delta t^s) - \delta d_{ion} + \delta d_{trop} + \varepsilon(\delta \Phi_{mult}) + \varepsilon(\delta \Phi_{rx}) \quad (51)$$

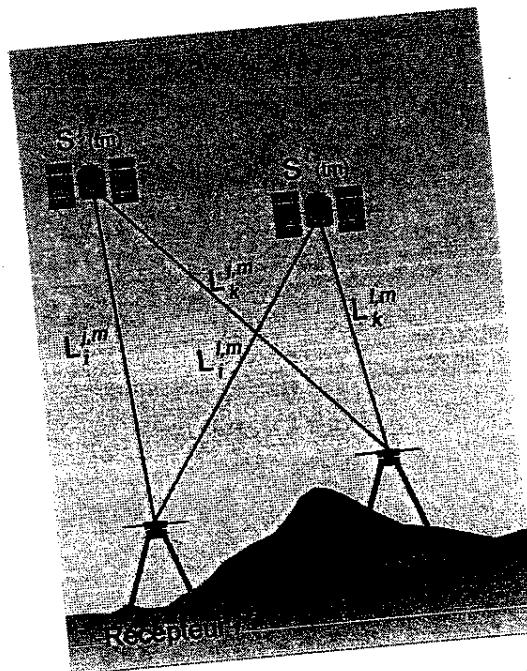
ترکیب تفاضلی دوگانه

در این نوع ترکیب تفاضلی هم سه نوع اختلاف گیری دوگانه برای سنجه های GNSS (کد یا فاز) می توان در نظر گرفت. مجددا تاکید می شود، متساقنه علیرغم مزایای آن، نویز آن تقریبا $\sqrt{2}$ برابر از نویز ترکیب

تفاضلی یگانه بزرگتر است. مطابق نگاره (۶) اولین نوع، اختلاف گیری بین دو گیرنده و دو ماهواره مختلف در یک مقطع زمانی با نماد $\Delta\Delta$ است. این نوع اختلاف گیری در واقع ترکیبی از اختلاف گیری های نوع اول و دوم در ترکیب تفاضلی یگانه می باشد. این نوع اختلاف گیری متنالول ترین اختلاف گیری جهت پردازش مشاهدات GNSS است. از جمله مزایای استفاده از این نوع اختلاف گیری حذف کامل خطاهای ساعت گیرنده و ماهواره و کاهش خطاهای مداری، یونسفر و تروپوسفر می باشد. معادله مربوط به این نوع اختلاف گیری برای هر دو سنجه شبه فاصله و فاز موج حامل بصورت زیر می باشد (Liu, 1993)

$$\nabla\Delta P = \nabla\Delta\rho + \nabla\Delta d\rho + \nabla\Delta d_{ion} + \nabla\Delta d_{trop} + \varepsilon(\nabla\Delta P_{mult}) + \varepsilon(\nabla\Delta P_{rx}) \quad (52)$$

$$\begin{aligned} \nabla\Delta\Phi &= \nabla\Delta\rho + \nabla\Delta d\rho + \lambda\nabla\Delta N - \nabla\Delta d_{ion} + \nabla\Delta d_{trop} + \varepsilon(\nabla\Delta\Phi_{mult}) + \varepsilon(\nabla\Delta\Phi_{rx}) \\ \nabla\Delta\Phi &= \nabla\Delta\rho + \nabla\Delta d\rho + \lambda\nabla\Delta N - \nabla\Delta d_{ion} + \nabla\Delta d_{trop} + \varepsilon(\nabla\Delta\Phi_{mult}) + \varepsilon(\nabla\Delta\Phi_{rx}) \end{aligned} \quad (53)$$



نگاره ۶- تفاضل دو گانه بین دو گیرنده و دو ماهواره

نوع دوم اختلاف گیری دو گانه، اختلاف گیری بین دو گیرنده، یک ماهواره و دو مقطع زمانی با نماد $\delta\Delta$ است. این نوع اختلاف گیری از ترکیب اختلاف گیری های نوع اول و سوم در ترکیب تفاضلی یگانه بدست می آید که دارای ویژگی های آنها در حذف خطای ساعت ماهواره و ابهام فاز اولیه نیز می باشد.

$$\delta\Delta P = \delta\Delta\rho + \delta\Delta d\rho + c\delta\Delta\delta t_r + \delta\Delta d_{ion} + \delta\Delta d_{trop} + \varepsilon(\delta\Delta P_{mult}) + \varepsilon(\delta\Delta P_{rx}) \quad (54)$$

$$\delta\Delta\Phi = \delta\Delta\rho + \delta\Delta d\rho + c\delta\Delta\delta t_r - \delta\Delta d_{ion} + \delta\Delta d_{trop} + \varepsilon(\delta\Delta\Phi_{mult}) + \varepsilon(\delta\Delta\Phi_{rx}) \quad (55)$$

نوع سوم اختلاف گیری دو گانه، اختلاف گیری بین یک گیرنده، دو ماهواره و دو مقطع زمانی با نماد $\delta\nabla$ است. این نوع اختلاف گیری از ترکیب اختلاف گیری های نوع دوم و سوم در ترکیب تفاضلی یگانه بدست می آید که دارای ویژگی های آنها در حذف خطای ساعت گیرنده و ابهام فاز اولیه نیز می باشد.

$$\delta\nabla P = \delta\nabla\rho + \delta\nabla d\rho - c\delta\nabla\delta t^s + \delta\nabla d_{ion} + \delta\nabla d_{trop} + \varepsilon(\delta\nabla P_{mult}) + \varepsilon(\delta\nabla P_{rx}) \quad (56)$$

$$\delta\nabla\Phi = \delta\nabla\rho + \delta\nabla d\rho - c\delta\nabla\delta t^s - \delta\nabla d_{ion} + \delta\nabla d_{trop} + \varepsilon(\delta\nabla\Phi_{mult}) + \varepsilon(\delta\nabla\Phi_{rx}) \quad (57)$$

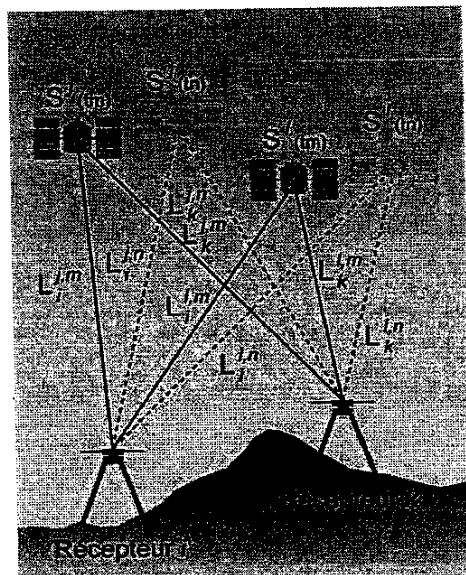
ترکیب تفاضلی سه گانه

مطابق نگاره (7)، این نوع ترکیب تفاضلی عبارتست از اختلاف گیری سه گانه بین دو گیرنده و دو ماهواره در دو مقطع زمانی متوالی با نماد $\delta\nabla\Delta$ است. مزیت این نوع ترکیب تفاضلی، حذف کامل خطاهای ساعت گیرنده، ساعت ماهواره و ابهام فاز اولیه حذف و نیز کاهش خطاهای مداری و جوی می باشد. اما خطاهای چند مسیری و نویز گیرنده نسبت به ترکیب های تفاضلی قبلی تشدید می شود. از این نوع ترکیب تفاضلی عمدها برای کشف جهش فازها و برآورد بهترین مختصات اولیه ایستگاه های زمینی استفاده می شود. معادله

مربوط به ترکیب تفاضلی سه گانه برای سنجه های شبه فاصله و فاز موج حامل به صورت زیر می باشد
(Wells, 1986)

$$\delta\nabla\Delta P = \delta\nabla\Delta\rho + \delta\nabla\Delta d\rho + \delta\nabla\Delta d_{ion} + \delta\nabla\Delta d_{trop} + \varepsilon(\delta\nabla\Delta P_{multi}) + \varepsilon(\delta\nabla\Delta P_{nx}) \quad (58)$$

$$\delta\nabla\Delta\Phi = \delta\nabla\Delta\rho + \delta\nabla\Delta d\rho - \delta\nabla\Delta d_{ion} + \delta\nabla\Delta d_{trop} + \varepsilon(\delta\nabla\Delta\Phi_{multi}) + \varepsilon(\delta\nabla\Delta\Phi_{nx}) \quad (59)$$



نگاره ۷- تفاضل سه گانه بین دو گیرنده و دو ماهواره در دو مقطع زمانی

فصل ششم

منابع خطا در GNSS و روش‌های مقابله با آنها

همانگونه که در معادلات مشاهدات سنجه‌های مختلف نشان داده شد، هریک از سه مشاهده اساسی GNSS شامل خطاهای مختلفی است که در برآورد دقیق موقعیت گیرنده یا سرعت آن می‌بایستی حذف یا به حداقل ممکن برسند. عوامل مختلفی از زمان انتشار سیگنال در ماهواره (مانند باقیمانده نیروهای اغتشاشی و ساعت ماهواره) تا زمان دریافت آن در گیرنده (مانند تغییرات مرکز فاز آتن) بر روی سیگنال‌های ناوبری ماهواره‌ای اثر می‌گذارند که هر یک به عنوان یک منبع خطا شناخته می‌شود. به همین منظور در این فصل به تشریح خطاهای موثر در تعیین موقعیت ماهواره‌ای و نحوه مقابله با آنها پرداخته می‌شود.

اثرهای جوی

سرعت‌های فاز و گروه گروه دار

چنانچه یک موج الکترومغناطیسی در حال انتشار در فضا را با طول موج λ و فرکانس f در نظر بگیریم، در آن صورت رابطه زیر بیانگر "سرعت فاز" می‌باشد.

$$v_{ph} = \lambda f \quad (1)$$

موج‌های حامل در سامانه‌های GNSS با سرعت فاز انتشار می‌یابند. از طرف دیگر برای یک گروه از امواج که دارای فرکانس متفاوتی هستند، سرعت انتشار آنها با "سرعت گروه" تعریف می‌شود

$$v_g = -\frac{df}{d\lambda} \lambda^2 \quad (2)$$

"سرعت گروه" در سامانه‌های GNSS برای امواج کد صادق می‌باشد. رابطه بین سرعت‌های فاز و گروه

با تشکیل یک دیفرانسیل کامل از (1) به صورت زیر به دست می‌آید.

$$dv_{ph} = fd\lambda + \lambda df \quad (3)$$

با تقسيم طرفين رابطه (3) بر $\lambda d\lambda$ ، رابطه مذكور مجددا به صورت زير قابل بازنويسي هست.

$$\frac{df}{d\lambda} = \frac{1}{\lambda} \frac{dv_{ph}}{d\lambda} - \frac{f}{\lambda} \quad (4)$$

با جايگزاري (4) در (2) به رابطه جديد زير مى رسيم.

$$v_{gr} = -\lambda \frac{dv_{ph}}{d\lambda} + f\lambda \quad (5)$$

و سرانجام رابطه زير به دست مى آيد.

$$v_{gr} = v_{ph} - \lambda \frac{dv_{ph}}{d\lambda} \quad (6)$$

سرعت های فاز و گروه در محیط های ناپاشنده (nondispersive) با يكديگر يكسان و برابر با سرعت امواج الکترومغناطيسی (c) می باشند. سرعت انتشار يك موج در يك محیط به ضرائب شکست (n) بستگی دارد و مطابق رابطه زير تعریف مى شود.

$$v = \frac{c}{n} \quad (7)$$

بر همين اساس سرعت های فاز و گروه با توجه به ضرائب شکست n_{ph} و n_{gr} به صورت زير بدست مى آيند.

$$v_{ph} = \frac{c}{n_{ph}} \quad (8)$$

$$v_{gr} = \frac{c}{n_{gr}} \quad (9)$$

از آنجا که طبق رابطه (1) سرعت فاز تابعی از فرکانس و طول موج می باشد، لذا با دیفرانسیل گیری از رابطه (8) نسبت به λ به رابطه زیر می رسیم.

$$\frac{dv_{ph}}{d\lambda} = -\frac{c}{n_{ph}^2} \frac{dn_{ph}}{d\lambda} \quad (10)$$

با جایگذاری (8)، (9) و (10) در رابطه (6) به روابط زیر خواهیم رسید.

$$\frac{c}{n_{gr}} = \frac{c}{n_{ph}} + \lambda \frac{c}{n_{ph}^2} \frac{dn_{ph}}{d\lambda} \quad (11)$$

$$\frac{1}{n_{gr}} = \frac{1}{n_{ph}} \left(1 + \lambda \frac{1}{n_{ph}} \frac{dn_{ph}}{d\lambda} \right) \quad (12)$$

رابطه (12) را با توجه به $(1+\varepsilon)^{-1} \equiv 1 - \varepsilon$ می توان به رابطه زیر تبدیل نمود.

$$n_{gr} = n_{ph} \left(1 - \lambda \frac{1}{n_{ph}} \frac{dn_{ph}}{d\lambda} \right) \quad (13)$$

بنابراین در نهایت به رابطه زیر خواهیم رسید.

$$n_{gr} = n_{ph} - \lambda \frac{dn_{ph}}{d\lambda} \quad (14)$$

با دیفرانسیل گیری از $\lambda f = c$ نسبت به λ و f به رابطه زیر خواهیم رسید.

$$\frac{d\lambda}{\lambda} = -\frac{df}{f} \quad (15)$$

حال با جایگذاری (15) در (14) به یک رابطه جدید بر حسب فرکانس خواهیم رسید.

$$n_{gr} = n_{ph} + f \frac{dn_{ph}}{df} \quad (16)$$

انكسار یونسفری (Ionospheric refraction)

یونسفر، شامل لایه های مختلف جو از حدود ۵۰ کیلومتر بالای سطح زمین است که یک محیط پاشنده (dispersive) برای سیگنال های سامانه های ناوبری ماهواره ای می باشد. بنابراین سیگنال های GNSS در حین عبور از این لایه دچار تاخیر یا تقدم می شوند. از آنجا که مقدار این خطأ بعد از خطای عمدی SA بزرگترین سهم را در برآیند کل خطاهای دارد، مطالعات بسیار وسیعی برای مقابله با آن انجام شده است. میزان خطای یونسفری متناسب با تعداد الکترون های آزاد موجود در واحد سطح مسیر عبور سیگنال است. تعداد الکترون های آزاد موجود در واحد سطح مسیر عبور سیگنال نیز به عواملی همچون فعالیت های خورشیدی، فعالیت های مغناطیسی، زمان، موقعیت گیرنده زمینی و زاویه ارتقای ماهواره بستگی دارد و به همین دلیل مقدار خطای یونسفری متغیر می باشد. برای محاسبه میزان انكسار یونسفری به ترتیب زیر عمل می کنیم.

مطابق (Seeber, 1989) سری زیر را می توان برای ضریب شکست فاز نوشت.

$$n_{ph} = 1 + \frac{C_2}{f^2} + \frac{C_3}{f^3} + \frac{C_4}{f^4} + \dots \cong 1 + \frac{C_2}{f^2} \quad (17)$$

فرکانس خازن گروه

ضرایب C_2 , C_3 و C_4 مستقل از فرکانس می باشند ولی تابعی از چگالی الکترون های آزاد در امتداد مسیر انتشار سیگنال هستند. در اینجا از کمیت N به عنوان تعداد الکترون ها در واحد متر مکعب استفاده می شود. با دیفرانسیل گیری از (17) به رابطه زیر می رسیم.

$$dn_{ph} = -\frac{2C_2}{f^3} df \quad (18)$$

با جایگذاری (17) و (18) در (16) به یک رابطه جدید برای ضریب انكسار گروه می رسیم.

$$n_{gr} = 1 - \frac{C_2}{f^2} \quad (19)$$

از روابط (17) و (19) به سادگی پیداست که ضرایب انكسار گروه و فاز نسبت به واحد به یک اندازه با علامت مخالف انحراف دارند. با درنظرگرفتن مقدار ثابت $C_2 = -40.3N$ (Seeber, 1989) برآورد شده است، می توان نتیجه گرفت که ضریب انكسار گروه بزرگتر از ضریب انكسار فاز است ($n_{gr} > n_{ph}$) و در نتیجه سرعت فاز بیشتر از سرعت گروه است ($v_{ph} < v_{gr}$). به روشنی در می یابیم که سرعت های مختلف فاز و گروه باعث تاخیر موج گروه (کد) و تقدم موج حامل (فاز) می شوند. بنابراین شبه فاصله های کدی و شبه فاصله های فازی به عنوان تابعی از فرکانس و چگالی الکترون های آزاد نسبت به فاصله هندسی بین ماهواره و گیرنده به ترتیب به یک اندازه بلندتر و کوتاهتر اندازه گیری می شوند.

برای تعیین مقدار انکسار یونسفری به صورت زیر عمل می کنیم. طبق اصل فرمت فاصله واقعی طی شده توسط یک موج به صورت زیر بدست می آید.

$$s = \int n ds \quad (20)$$

چنانچه ضریب انکسار در طول مسیر سیگنال برابر واحد باشد ($n = 1$)، واقعی طی شده توسط موج همان مسیر مستقیم است که در مورد ماهواره ها و گیرنده ها موسوم به فاصله هندسی می باشد و از رابطه زیر بدست می آید.

$$s_0 = \int ds_0 \quad (21)$$

حال اختلاف بین فاصله منحنی و فاصله هندسی را به عنوان انکسار یونسفری برای فاز و گروه بدست می آوریم.

$$d_{ph}^{lon} = s_{ph} - s_0 \quad (22)$$

$$\begin{aligned} &= \int n_{ph} ds - \int ds_0 \\ &= \int \left(1 + \frac{C_2}{f^2}\right) ds - \int ds_0 \\ &\approx \int \frac{C_2}{f^2} ds_0 \\ &= -\frac{40.3}{f^2} \int N_e ds_0 \end{aligned}$$

حدداد الکتروندیگی آزاد

$$\begin{aligned}
 d_{gr}^{ion} &= s_{gr} - s_0 \\
 &= \int n_{gr} ds - \int ds_0 \\
 &= \int \left(1 - \frac{C_2}{f^2}\right) ds - \int ds_0 \\
 &\approx - \int \frac{C_2}{f^2} ds_0 \\
 &= \frac{40.3}{f^2} \int N_e ds_0
 \end{aligned} \tag{۲۳}$$

برای ارائه رابطه نهایی انکسار یونسفری "حجم کل الکترون (TEC)" به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$TEC = \int N_e ds_0 \tag{۲۴}$$

حال با جایگذاری در روابط (۲۲) و (۲۳) به شکل جدیدتری برای انکسارهای یونسفری فاز و گروه می‌رسیم.

$$d_{ph}^{ion} = -\frac{40.3}{f^2} TEC \tag{۲۵}$$

$$d_{gr}^{ion} = \frac{40.3}{f^2} TEC \tag{۲۶}$$

از آنجا که معمولاً مقدار TEC (انتگرال (۲۴)) در طول امتداد قائم تعیین می‌شود، روابط (۲۵) و (۲۶) برای یک ماهواره در راستای قائم اعتبار دارد و برای سایر راستاهای به صورت تابعی از زاویه زنیتی ماهواره بایستی در نظر گرفته شده و به صورت زیر محاسبه شوند.

$$d_{ph}^{ion} = -\frac{1}{\cos z'} \frac{40.3}{f^2} TEC \tag{۲۷}$$

$$d_{gr}^{Ion} = \frac{1}{\cos z'} \frac{40.3}{f^2} TEC \quad (28)$$

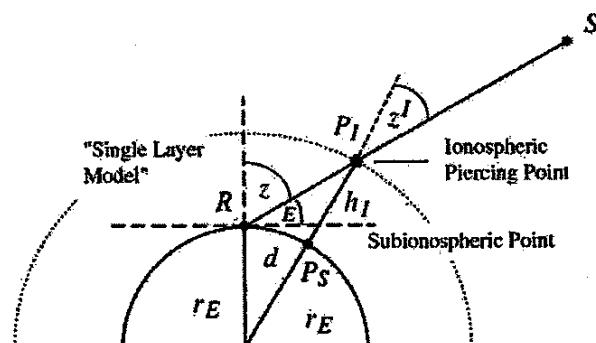
که در آن z' زاویه زنیتی در نقطه یونسفر با توجه به نگاره (۱) و داشتن شعاع متوسط زمین (R_E)، ارتفاع

متوسط یونسفر (h_m) و زاویه زنیتی مکان مشاهده (z) به صورت زیر تعریف می شود.

$$\sin z' = \frac{R_E}{R_E + h_m} \sin z \quad (29)$$

زاویه زنیتی z می تواند برای یک موقعیت معلوم ماهواره و مختصات تقریبی ایستگاه مشاهداتی محاسبه شود.

برای h_m نیز معمولاً یک مقدار در دامنه ۳۰۰ تا ۴۰۰ کیلومتری در نظر گرفته می شود.



نگاره ۱ - هندسه مربوط به انکسار یونسفری

همانطور که نشان داده شد، انکسار یونسفری وابسته به تعیین حجم کل الکترون (TEC) است که تعیین آن خیلی پیچیده است و بستگی به فعالیت های لکه های خورشیدی (sunspot) با دوره تناوب تقریبی ۱۱ سال، تغییرات فصلی و روزانه، خط دید که شامل ارتفاع و آزمیوت ماهواره و موقعیت ایستگاه مشاهداتی دارد. با در نظر گرفتن این موارد شبه فاصله حاصل از سنجه های ماهواره ای می تواند تا بیش از 50m نیز ناشی از انکسار یونسفری دارای خطأ باشد.

روش های مختلفی برای کاهش یا حذف انکسار یونسفری ارائه شده است. اندازه گیری مقدار TEC در رصدخانه های ویژه، برآورده TEC در حین پردازش داده های ماهواره ای بصورت تابعی از عرض ایستگاه مشاهداتی و زمان خورشیدی محلی، استفاده از مدل های استاندارد از طریق پیام های ناوبری مانند مدل کلوبوچار (klobuchar) TEC با استفاده از سیگنال های با فرکانس های متفاوت و بکارگیری روش های تفاضلی پردازش داده ها در طول های کوتاه از جمله این روش ها می باشد. در این میان مهمترین و کارآمدترین روش بویژه در کارهای دقیق و فواصل نسبتا بلند، حذف اثر TEC با ترکیب خطی دو سیگنال با فرکانس های متفاوت می باشد که در ادامه به آن می پردازیم.

حذف اثر TEC

بدلیل وابستگی زمانی، پیدا کردن یک مدل مناسب برای TEC مشکل است. بنابراین خنثی سازی انکسار یونسفری بوسیله دو سیگنال با فرکانس های مختلف کارآترین روش است. در واقع دلیل اصلی تولید بیش از یک سیگنال در سامانه های تعیین موقعیت ماهواره ای همین موضوع است. برای شروع معادله شبه فاصله کدی را با عبارت انکسار یونسفری برای دو موج L_1 و L_2 در نظر می گیریم.

$$P_1 = \rho + d\rho + c\delta t_r^s + d_{ion}(f_1) \quad (30)$$

$$P_2 = \rho + d\rho + c\delta t_r^s + d_{ion}(f_2)$$

اکنون یک ترکیب خطی با ضرایب اختیاری n_1 و n_2 بصورت زیر بین معادلات مشاهدات کد P_1 و P_2 تشکیل می دهیم.

$$P_{12} = n_1 P_1 + n_2 P_2 \quad (31)$$

هدف اصلی از معادله فوق پیدا کردن یک مشاهده ترکیبی جدید به گونه‌ای است که انکسار یونسفری در آن حذف شود. بنابراین مطابق رابطه زیر باید عبارت انکسار یونسفری در معادله ترکیبی (۳۱) برابر صفر شود.

$$n_1 d_{ion}(f_1) + n_2 d_{ion}(f_2) = 0 \quad (32)$$

معادله (۳۲) دو مجهول n_1 و n_2 دارد چنانچه به طور دلخواه $n_1 = 1$ انتخاب شود، n_2 به صورت زیر به دست می‌آید.

$$n_2 = -\frac{d_{ion}(f_1)}{d_{ion}(f_2)} \quad (33)$$

با استفاده از (۲۶) رابطه اخیر بصورت زیر در می‌آید.

$$n_2 = -\frac{f_2^2}{f_1^2} \quad (34)$$

حال با جایگذاری مقادیر n_1 و n_2 در معادله (۳۱) به رابطه جدید زیر می‌رسیم.

$$P_{12} = P_1 - \frac{f_2^2}{f_1^2} P_2 \quad (35)$$

این معادله ترکیب خطی همان معادله جدید عاری از انکسار یونسفری برای شبه فواصل کدی است. به طور مشابه یک ترکیب خطی عاری از انکسار یونسفری نیز برای فازهای حامل می‌توان بدست آورد. بنابراین معادله شبه فاصله فازی را با عبارت انکسار یونسفری برای دو موج L_1 و L_2 بر حسب دور در نظر می‌گیریم.

$$\Phi_1 = \frac{1}{\lambda_1} \rho + f_1 \delta r^s + N_1 - \frac{1}{\lambda_1} d_{ion}(f_1) \quad (36)$$

$$\Phi_2 = \frac{1}{\lambda_2} \rho + f_2 \delta r^s + N_2 - \frac{1}{\lambda_2} d_{ion}(f_2)$$

یک ترکیب خطی با ضرایب اختیاری n_1 و n_2 بصورت زیر بین معادلات مشاهدات فاز Φ_1 و Φ_2 تشکیل می‌دهیم.

$$\Phi_{12} = n_1 \Phi_1 + n_2 \Phi_2 \quad (37)$$

با استفاده از روابط (36)، معادله ترکیبی (37) به صورت زیر بازنویسی می‌شود.

$$\begin{aligned} \Phi_{12} = & \rho \left(\frac{n_1}{\lambda_1} + \frac{n_2}{\lambda_2} \right) + \delta r^s (n_1 f_1 + n_2 f_2) + n_1 N_1 + n_2 N_2 \\ & + \frac{n_1}{\lambda_1} d_{ion}(f_1) + \frac{n_2}{\lambda_2} d_{ion}(f_2) \end{aligned} \quad (38)$$

برای رسیدن به یک ترکیب خطی فاز عاری از خطای یونسفری، باید رابطه زیر برقرار باشد.

$$\frac{n_1}{\lambda_1} d_{ion}(f_1) + \frac{n_2}{\lambda_2} d_{ion}(f_2) = 0 \quad (39)$$

در اینجا نیز چنانچه به طور دلخواه $n_1 = 1$ انتخاب شود، n_2 به صورت زیر به دست می‌آید.

$$n_2 = -\frac{\lambda_2}{\lambda_1} \frac{d_{ion}(f_1)}{d_{ion}(f_2)} \quad (40)$$

مجدداً با جایگذاری (۲۶) و استفاده از رابطه $f_2 = c$ می‌توان رابطه (۴۰) را بازنویسی نمود

$$n_2 = -\frac{f_2}{f_1} \quad (41)$$

در پایان ترکیب خطی فاز عاری از انکسار یونسفری، که همان باقیمانده هندسی مورد بحث در فصل قبل است، بصورت زیر به دست می‌آید.

$$\Phi_{12} = \Phi_1 - \frac{f_2}{f_1} \Phi_2 \quad (42)$$

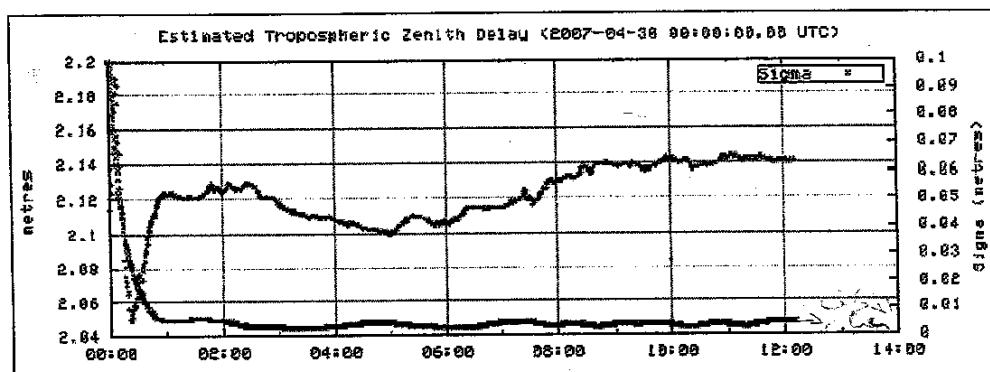
باید توجه نمود که نویز ترکیب عاری از خطای یونسفری در مقایسه با فاز خام افزایش پیدا می‌کند و بنابراین در انتخاب دو مجهول n_1 و n_2 محدودیت ایجاد می‌شود.

همچنین یادآوری می‌شود که ترکیب عاری از خطای یونسفری بطور کامل صحیح نیست، زیرا یکسری تقریب‌هایی ناشی از برش سری تیلور رابطه ضریب انکسار بکار رفته است. علاوه بر این در ترکیب فازهای حامل، یک ایراد مهم نیز به وجود می‌آید که ماهیت صحیح بودن ابهام فاز مشاهده ترکیبی از بین می‌رود زیرا ضرایب n_1 و n_2 هر دو صحیح نیستند. در واقع ترکیب خطی $N_{12} = n_1 N_1 + n_2 N_2$ به صورت

$$N_{12} = N_1 - \frac{f_2}{f_1} N_2$$

انکسار تروپسفری
در این صحنه ناپاشنده نمی‌نماییم
لایه تروپسفر به بخشی از جو اطلاق می‌گردد که از بالای سطح زمین تا ارتفاع تقریبی ۱۰ کیلومتری قرار دارد. لایه تروپسفر یک محیط ناپاشنده نسبت به امواج رادیویی تا فرکانس‌های ۱۵GHz می‌باشد و بنابراین سرعت انتشار سیگنال‌های GNSS در این لایه مستقل از فرکانس است و حذف انکسار ترپسفری با داشتن

دو فرکانس امکان پذیر نیست. میزان خطای تروپوسفری از 30° متر تا کمتر از ۵ متر می باشد که بستگی به عواملی چون دما، رطوبت، فشار، ارتفاع گیرنده، جنس زمین در زیر مسیر سیگنال GNSS دارد. در نگاره (۲) تأخیر تروپوسفری در راستای قائم، که کمترین اثر را دارد برای ایستگاه GPS دائم تهران نمایش داده شده است.



نگاره -۲- تأخیر تروپوسفری زئیتی برای ایستگاه تهران (غلامعلی، ۱۳۸۸)

سر توجه داشته باشید که مدل انکسار را و باید از آن استفاده نمایند

برای به دست آوردن مدل انکسار تروپوسفری، مشابه انکسار یونسферی، تأخیر مسیر تروپوسفری بصورت زیر به دست می آید.

$$d^{Trop} = \int (n-1) ds \quad (۴۳)$$

با تقریب انتگرال گیری فوق را در طول مسیر هندسی سیگنال در نظر گرفته و بجای خسrib اندکسار n از قابلیت انکسار $N^{Trop} = 10^6(n-1)$ بصورت زیر استفاده می کنیم.

$$d^{Trop} = 10^{-6} \int N^{Trop} ds \quad (۴۴)$$

معمولًا قابلیت انکسار N^{Trop} به دو مولفه خشک (N_d^{Trop}) ناشی از جو خشک و تر (N_w^{Trop}) ناشی از بخار آب موجود در جو، به صورت زیر قابل تجزیه است (Hopfield, 1969)

$$N^{Trop} = N_d^{Trop} + N_w^{Trop} \quad (45)$$

بنابراین متناظر با دو مولفه خشک و تر قابلیت انکسار، انکسار تروپسفری خشک (d_d^{Trop}) و تر (d_w^{Trop}) به صورت زیر به دست می آیند

$$d_d^{Trop} = 10^{-6} \int N_d^{Trop} ds \quad (46)$$

$$d_w^{Trop} = 10^{-6} \int N_w^{Trop} ds \quad (47)$$

در واقع مجموع انکسار تروپسفری خشک (d_d^{Trop}) و تر (d_w^{Trop}) همان انکسار تروپسفری است.

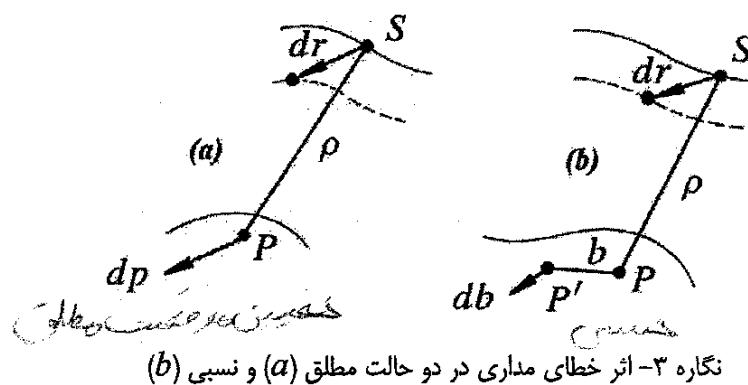
$$d^{Trop} = d_d^{Trop} + d_w^{Trop} \quad (48)$$

Janes et al., 1989) حدود ۹۰٪ انکسار تروپسفری ناشی از مولفه خشک و حدود ۱۰٪ به دلیل مولفه تر است (۱۹۸۹). نحوه برخورد با این منبع خطا متفاوت است و می تواند از طریق اندازه گیری پارامترهای جوی، برآورد انکسار تروپسفری در حین پردازش داده ها، استفاده از مدل های استاندارد مانند Hopfield و Saastamoinen و استفاده از روش های تفاضلی پردازش داده ها در طول های کوتاه صورت گیرد در کارهای دقیق و طول های نسبتا بلند، معمولًا انکسار تروپسفری برای هر ایستگاه در فواصل زمانی مشخص در راستای قائم برآورد می شود و سپس برای هر زاویه ارتفاعی متناظر با سیگنال ورودی از ماهواره ها به کمک توابع نگاشت مختلف به دست می آید. لازم به ذکر است یکی از دلایل اصلی ردیابی سیگنال های

ماهواره ای با زاویه ارتفاعی بزرگتر از 15° ، کاهش خطای تروپوسفری و اجتناب از پیچیده شدن مدل های موجود می باشد.

خطای مداری

خطای مداری ماهواره مجموع خطاهای ناشی از مدلسازی ناقص دینامیک ماهواره در فضا یا اثر باقیمانده نیروهای اغتشاشی (خطای اسمی $d\rho$) و اعمال پدیده قابلیت انتخابی $d\rho_{SA}$ (SA) در صورت فعال بودن، می باشد. دقت مداری حاصل از اطلاعات مداری استاندارد (Broadcast Ephemeris) در حالت غیر فعال بودن SA، حدود چند متر می باشد و برای اطلاعات مداری دقیق (Precise Ephemeris) این دقت به حدود چند سانتی متر می رسد (Liu, 1993).



خطای مداری ماهواره می تواند بطور قابل ملاحظه ای با استفاده از اطلاعات مداری دقیق یا تعیین موقعیت های تفاضلی در فواصل کوتاه یابد. ارتباط خطای مداری و فاصله بین ایستگاه های زمینی در تعیین موقعیت تفاضلی را می توان با توجه به نگاره (۳) از معادله تجربی زیر پیدا کرد [Wells, 1986].

$$\frac{db}{b} = \frac{dr}{\rho} \quad (39)$$

ارتفاع ماهواره

که در آن:

db : خطای طول پایه،

dr : خطای موقعیت ماهواره (خطای مداری)،

b : فاصله بین دو ایستگاه مورد نظر، و

r : فاصله گیرنده تا ماهواره است.

چنانچه خطای موقعیت ماهواره را $20 \pm$ متر و فاصله گیرنده تا ماهواره را 20000 کیلومتر فرض نمائیم، اثر خطای مداری در تعیین موقعیت تفاضلی $1 ppm$ خواهد بود همچنین به راحتی می‌توان فهمید که برای یک خطای ثابت در طول پایه، هر چه اندازه آن بلندتر می‌شود خطای مداری باید کمتر شود. برای مثال در جدول (۱) با فرض خطای ثابت $1 cm$ ، مقادیر متناظر با آن برای خطای مداری و اندازه طول پایه آمده است.

جدول ۱- رابطه بین خطای مداری و اندازه طول پایه با خطای $1 cm$

Baseline length	Admissible orbit error
0.1 km	2500 m
1.0 km	250 m
10 km	25 m
100 km	2.5 m
1000 km	0.25 m

علاوه بر بکارگیری سنجه‌های تفاضلی و روش‌های تعیین موقعیت تفاضلی که در کاهش اثر خطای مداری مفید هستند، استفاده از پارامترهای مداری مناسب، که از سطوح دقت‌های مختلف برخوردارند، نیز سهم بسزایی در کاهش اثر خطای مداری در تعیین موقعیت ایستگاه‌های زمینی دارد در جدول (۲) چهار دسته از پارامترهای مداری از دقت چند متر تا بهتر از پنج سانتی متر، که با اسمی و طرق مختلف منتشر می‌شوند، برای کاربردهای گوناگون مهندسی و مطالعاتی معرفی شده‌اند. بنابراین کاربران سامانه‌های تعیین موقعیت ماهواره‌ای علاوه بر بکارگیری روش‌های تعیین موقعیت تفاضلی برای مقابله با خطای مداری، بسته به هدف مورد نظر از پارامترهای مداری مناسب نیز استفاده می‌کنند.

جدول ۲- چهار دسته پارامتر مداری با دقت های مختلف

Orbits	Accuracy	Latency	Updates	Sample Interval
Broadcast	~ 260 cm/ ~ 7 ns	real time	-	daily
Ultra-Rapid	~ 25 cm/ ~ 5 ns	real time	twice daily	15 min/15 min
Rapid	5 cm/0.2 ns	17 hours	daily	15 min/5 min
Final	< 5 cm/0.1 ns	~ 13 days	weekly	15 min/5 min

خطای ساعت ماهواره

خطای ساعت ماهواره ناشی از اختلاف زمان ساعت ماهواره نسبت به زمان GNSS است. ارتباط بین زمان

ساعت ماهواره و زمان GNSS توسط بخش کنترل زمینی سامانه GNSS از طریق ارسال ضرایب یک

مدل چند جمله‌ای در اطلاعات ناوبری معین می‌گردد [Liu, 1993]

$$\Delta t_{sv} = a_0 + a_1(t - t_0) + a_2(t - t_0)^2 \quad (50)$$

نحوه محاسبه

که در آن

Δt_{sv} : اختلاف بین زمان ساعت ماهواره و زمان GNSS

t : زمان GNSS در لحظه اندازه گیری،

t_0 : زمان مرجع پیام های ناوبری،

a_0 : جدایی زمان ساعت ماهواره،

a_1 : نرخ جدایی و

a_2 : دریفت فرکانس است.

همانطور که قبلاً اشاره شد ماهواره ای GNSS حامل ساعتهای اتمی بسیار دقیقی هستند که باعث حفظ

زمان GNSS در یک حد دقت خوب می‌شوند. درحالیکه که پدیده SA فعال نباشد میزان خطای ساعت

ماهواره در حد زیر یک میکرو ثانیه یا معادل آن ۳۰۰ متر می‌باشد

برای مقابله با این خطأ می توان با استفاده از ضرایب ارسالی، دقت همزمانی ساعت ماهواره و زمان GNSS را به حد ۲۰ ns رساند (Wells, 1986). همچنین از آنجا که خطای ساعت ماهواره ها برای تمام گیرنده ها یکسان است، در تعیین موقعیت تفاضلی بین گیرنده ها این خطأ بطور کامل حذف می شود.

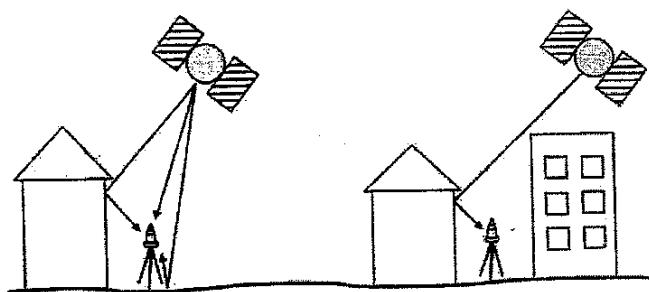
خطای ساعت گیرنده

همانند خطای ساعت ماهواره، خطای ساعت گیرنده نیز اختلاف زمانی بین ساعت گیرنده و زمان GNSS است و می توان آنرا به شکل یک مدل ساده چند جمله ای نمایش داد. البته می دانیم که قبل از شروع هر پروژه نقشه برداری با GNSS، گیرنده های ژئودتیک با زمان GNSS همزمان می شوند. اما این همزمان سازی تنها تا کسری از یک میلی ثانیه اعتبار دارد و همان مقدار باقیمانده خطای ساعت گیرنده را تشکیل می دهد. این نوع خطأ در گیرنده های مختلف دارای مقادیر متفاوتی می باشد که به سخت افزار داخلی و نوسانساز بکار رفته در گیرنده بستگی دارد. بعنوان مثال دامنه این خطأ از ۲۰۰ نانو ثانیه تا چند میلی ثانیه گزارش شده است که عامل تعیین کننده ای در قیمت گیرنده ها می باشد (Abousalem, 1996).

در تعیین موقعیت نقطه ای (مطلق) این خطأ بعنوان یکی از پارامترهای مجهول باید برآورد شود، در حالیکه در تعیین موقعیت نسبی سعی بر حذف آن می شود. می دانیم که خطای ساعت گیرنده برای همه مشاهدات انجام گرفته توسط یک گیرنده یکسان است و بنابراین با اعمال روش های تفاضلی مناسب این خطأ بطور کامل حذف می شود.

خطای چند مسیری

خطای چند مسیری ناشی از دریافت سیگنال های GNSS توسط گیرنده از یک مسیر غیر مستقیم است که بواسطه انعکاس سیگنال های GNSS از روی اشیاء و سطوح منعکس کننده اطراف آن را ایجاد می شود (نگاره (۴)). این خطأ بر روی هر دو مشاهده کد و فاز موج حامل اثر می گذارد (Leick, 1995)



نگاره ۴- نمایش خطای چند مسیری

مقدار خطای چند مسیری برای شبه فاصله کدی خیلی بیشتر از شبه فاصله فازی است. مقدار این خطا برای شبه فاصله کدی می‌تواند تا ۱ کم طول موج (chip) برسد در حالیکه برای فاز موج حامل کمتر از ۰.۲۵٪ طول موج است. همچنین خطای چند مسیری با نسبت توان سیگنال مستقیم به توان سیگنال انعکاس یافته متناسب است. این خطا در حالت استاتیک ازتابع گوس تعیت نمی‌کند و دارای نوسانات سینوسی با تناوب های چند دقیقه ای است. درحالیکه در حالت کینماتیک به علت جابجایی و حرکت گیرنده و تغییر محیط اطراف دارای خاصیت تصادفی است (Liu, 1993).

برای مقابله و کاهش این خطا نیز روش های مختلفی وجود دارد. ساده ترین روش انتخاب دقیق و محتاطانه نوع آتن و محل استقرار آتن است. بطور مثال استفاده از آتن های choke-ring بطور قابل ملاحظه ای اثر خطای چند مسیری را کاهش می دهد. روش بعدی که زیاد هم مورد استفاده قرار می گیرد، متوسط گیری زمانی است که بطور موثری اثر چند مسیری را از بین می برد. روش دیگر استفاده از روش ترکیب مشاهده فاز و کد است که میزان خطای چند مسیری شبه فاصله کدی را کاهش می دهد.

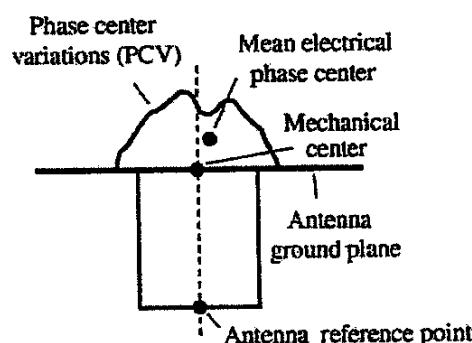
اثرات نسبیتی

چنانچه دو دستگاه چهار بعدی ($S(x, t)$ و $S'(x', t')$) را در نظر بگیریم که دستگاه S ساکن و دستگاه S' نسبت به S بطور یکنواخت با سرعت v در حال حرکت باشد، سه نوع اثر تغییر زمان، داپلر مرتبه دوم و تغییر جرم بین دو دستگاه بوجود می آید که به آنها اثرات نسبیت خاص گفته می شود بنابر اثربخشی خاص فاصله زمانی Δt در S برای یک مشاهده گر در حال حرکت با S' طولانی تر است. در واقع

ساعت های متحرک کنترل از ساعت های ثابت می باشند. از آنجا که فرکانس رابطه معکوس با زمان دارد فرکانس دریافتی در گیرنده های ثابت کمتر از فرکانس ارسالی از یک متحرک است. همچنین جرم یک جسم در دستگاه D کمتر از همان جرم در دستگاه D' می باشد بنابراین اگر در سامانه های تعیین موقعیت ماهواره ای، یک چارچوب مقایسه ساکن در مرکز زمین (بطور نسبی) و یک چارچوب مقایسه شتاب دار منتبه به هر یک از ماهواره ها در نظر گرفته شوند، اثرهای نسبیت مربوط به مدار ماهواره، انتشار سیگنال ماهواره و هر دو ساعت ماهواره و گیرنده می تواند محاسبه شوند.

خطای صفر و تغییرات مرکز فاز آتن

مرکز فاز آتن ها نقطه ای است که اندازه گیری رادیویی به آن نسبت داده می شود و بطور معمول با مرکز فیزیکی آتن یکی نیست و می تواند به دو بخش تقسیم شود (نگاره (۵)). یکی بخش ثابت است که بیانگر یک اختلاف ثابت بین مرکز فاز میانگین و مرکز فیزیکی آتن است که تعیین آن بر اساس مشاهدات آزمایشگاهی با چرخاندن آتن کار نسبتا ساده ای است. بخش دوم متغیر است و بستگی به ارتفاع، آزیمут و شدت سیگنال ماهواره دارد و برای هر موج متفاوت است. معمولا دقت آتن ها بر اساس تغییرات مرکز فاز آتن سنجیده می شود و نه بر اساس جایی ثابت یا خطای صفر. مدلسازی تغییرات مرکز فاز آتن کار نسبتا پیچیده ای است و برای هر آتن این اثر متفاوت است.



نگاره ۵-نمایش خطای صفر و تغییرات مرکز فاز آتن

نویز گیرنده

نویز گیرنده اساساً ناشی از محدودیت های الکترونیکی گیرنده است. این خطا از نویز حرارتی بوجود آمده در آتن نویز نوسانساز گیرنده و سایر قطعات سخت افزاری گیرنده حاصل می شود. نویز گیرنده به عواملی همچون عرض باند رדיابی، نسبت سیگنال به نویز (S/N) و پارامترهای مکانیزاسیون رדיابی کد بستگی دارد. بنابراین بسته به نوع گیرنده مقدار نویز گیرنده از ۰.۱ تا ۱ درصد طول موج یا چیپ سیگنال مورد رדיابی متغیراست. جدول (۳) سطوح مقادیر نویز را برای مشاهدات مختلف GPS نمایش می دهد

(Abousalem, 1996)

جدول ۳- مقادیر مختلف نویز گیرنده برای مشاهدات GPS

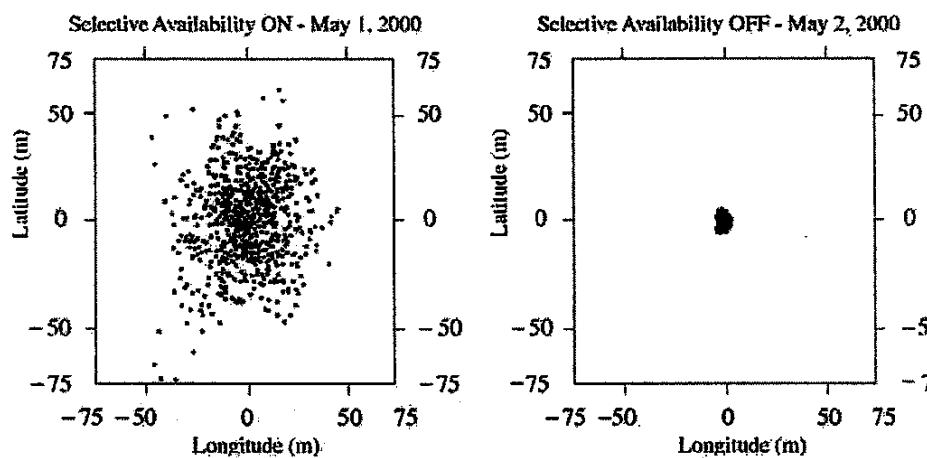
نویز گیرنده	طول موج	سیگنال GNSS
۰.۳-۳ متر	300 متر	شبه فاصله کد C/A
۳-۳۰ سانتی متر	30 متر	شبه فاصله کد P
۰.۲-۲ میلی متر	20 سانتی متر	فاز موج حامل ($L1, L2$)

قابلیت انتخابی (SA)

قابلیت انتخابی در واقع یک خطای عمده است که وزارت دفاع آمریکا از طریق اعمال به ساعت ماهواره ها (نوع δ) و مدار ماهواره های نسل دوم GPS (نوع ϵ) در سامانه GPS ایجاد می کند. این امر باعث می شود که دقتهای مسطحاتی و ارتفاعی به ترتیب تا 100 ± 156 متر در سطح اطمینان ۹۵٪ کاهش یابد (Abousalem, 1996). فعالیت این پدیده از ۲۵ مارس ۱۹۹۰ آغاز شد و ماهواره های نسل دوم را تحت تاثیر قرارداد. البته کابران مجاز مانند ارتش آمریکا و متحدانش از گیرندهای مخصوص که قادرند اثر این پدیده را خنثی نماینده استفاده می کنند.

خطای ناشی از پدیده SA را می توان با پس پردازش های اطلاعات جمع آوری شده و استفاده از اطلاعات مداری دقیق و تصحیحات ساعت ماهواره تا میزان زیادی از بین برد. همچنین به کمک روش های تعیین موقعیت تفاضلی نیز می توان از این خطا تا میزان خوبی اجتناب نمود.

یادآوری می شود این پدیده با دستور مستقیم ریاست جمهوری ایالات متحده از دوم ماه می سال ۲۰۰۰ خاموش شده است و تا کنون نیز فعال نشده است. بر همین اساس دقت های تعیین موقعیت آنی حاصل از مشاهدات کد تا حدود ده برابر بهبود یافته اند (نگاره ۶). البته این امکان وجود دارد که مجدداً فعال شود.



نگاره ۶- خطای عمدی SA روز قبل و بعد از خاموش شدن آن در دوم ماه می ۲۰۰۰

فصل هفتم

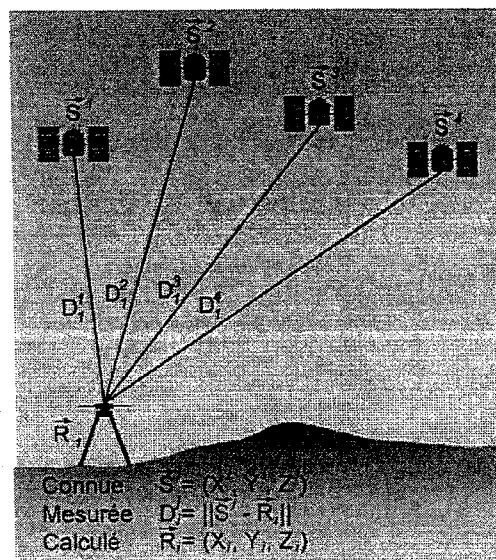
روش ها و مدل های ریاضی تعیین موقعیت در GNSS

روشهای تعیین موقعیت در GNSS

در این بخش به بررسی برخی روشهای تعیین موقعیت در GNSS پرداخته می شود. این بررسی عمدتاً به تعیین موقعیت نقطه‌ای یا مطلق بر اساس مشاهدات داپلر، شبه فاصله کد و فاز موج حامل و تعیین موقعیت تفاضلی یا نسبی براساس مشاهدات ترکیبی اختصاص دارد.

تعیین موقعیت نقطه‌ای (SPP)

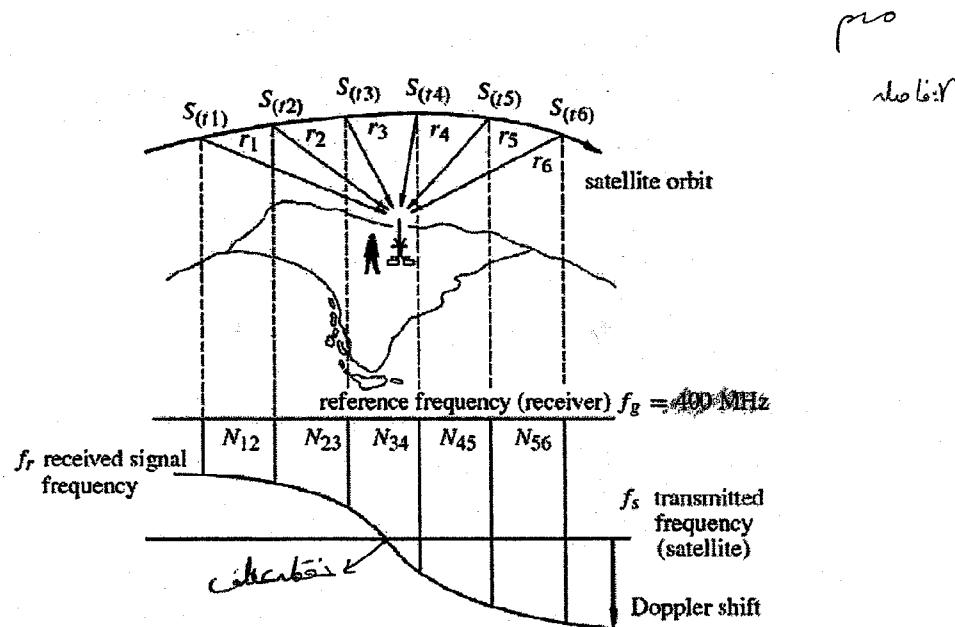
تعیین موقعیت مطلق یا همان نقطه‌ای ساده‌ترین روش تعیین موقعیت GNSS است. مطابق نگاره (۱) در این نوع تعیین موقعیت تنها از یک گیرنده GNSS برای رديابی سیگنال‌های ماهواره‌ای استفاده می‌شود. چنانچه از مجموعه خطاهای ذکر شده تنها خطای ساعت گیرنده را مجھول فرض نمائیم، حداقل چهار ماهواره برای تعیین موقعیت سه بعدی محل استقرار آتن باشد بطور همزمان رديابی شوند. تعیین موقعیت نقطه‌ای برای کاربردهای غیر دقیقی همچون ناوبری اشخاص بصورت تغیری، مسافت‌های برون شهری و هدایت وسایل پرنده همچون چرخ بال‌ها بسیار مفید است و جایگزین خوبی برای نقشه‌های کاغذی می‌باشد. این نوع تعیین موقعیت در واقع یک تعیین موقعیت آنی است که از دقت نسبتاً کمی برخوردار است. بدیهی است برای دستیابی به دقت‌های بالاتر می‌توان از روش پس پردازش با اطلاعات ناوبری دقیق ماهواره بهره جست.



نگاره ۱- تعیین موقعیت نقطه ای در سامانه های GNSS

تعیین موقعیت نقطه ای با روش داپلر

در سامانه های تعیین موقعیت ماهواره ای دو موج همسان در ماهواره ها و در دستگاه های گیرنده تولید می شود و موج تولید شده در ماهواره ارسال و در گیرنده دریافت می شود. همانطور که قبلا نیز اشاره شد به دلیل حرکت نسبی بین ماهواره و گیرنده و تغییر فاصله بین ماهواره و گیرنده در هر لحظه پدیده داپلر اتفاق افتاده و فرکанс موج ماهواره در دو لحظه ارسال و دریافت در گیرنده متغیر است و با یکدیگر اختلاف دارند که به این اختلاف "داپلر شیفت" گفته می شود. میزان داپلر شیفت به سرعت و جهت حرکت ماهواره نسبت به گیرنده بستگی دارد و بنابراین می تواند بیانگر موقعیت گیرنده نسبت به موقعیت ماهواره باشد. از آنجا که فرکانس دریافتی از ماهواره نسبت به زمان متغیر و اندازه گیری آن توام با خطاهای غیر قابل کنترل می باشد، با توجه به اینکه فرکانس آن در لحظه ارسال معلوم بوده، از مقایسه آن با فرکانس همسانش که در گیرنده تولید می شود می توان مدل ریاضی مناسبی برای تعیین موقعیت گیرنده نسبت به ماهواره به دست آورد. اختلاف بین فرکانس تولید شده در گیرنده، که عملاً برای پرهیز از ایجاد داپلر شیفت های یا علامت مخالف، دقیقاً برابر فرکانس ارسالی تولید نمی شود، و فرکانس دریافتی را "فرکانس بیت" می نامند. در نگاره (۲) فرکانس های ارسالی، دریافتی و تولید شده نشان داده شده اند.



نگاره ۲- تعیین موقعیت مطلق به روش دابلر

در نگاره بالا، فرکانس تولید شده در گیرنده (f_g) و فرکانس ارسال شده توسط ماهواره (f_s) بصورت خطوط مستقیم دیده می شوند که بیانگر پایداری و ثبات آنها می باشد. البته در واقعیت این دو فرکانس دارای نوساناتی هستند که بصورت خطاطا در مدل های تعیین موقعیت درنظر گرفته می شوند. فرکانس درافت شده در گیرنده (f_r) نیز با یک منحنی نمایش داده است که بیانگر تغییر در فرکانس ناشی از پدیده دابلر است. مساحت های بین دو خط f_s و f_r در فاصله های زمانی $[t_1, t_2]$, $[t_2, t_3]$, $[t_3, t_4]$ و ... برابر است با انتگرال فرکانس های بیت در محدوده های زمانی ذکر شده، که به ترتیب با N_{12} , N_{23} , N_{34} و ... نشان داده شده اند و به آنها "شمارش دابلر" می گویند.

$$N_{12} = \int_{t_1 + \frac{r_1}{c}}^{t_2 + \frac{r_2}{c}} (f_g - f_r) dt = \int_{t_1 + \frac{r_1}{c}}^{t_2 + \frac{r_2}{c}} f_g dt - \int_{t_1 + \frac{r_1}{c}}^{t_2 + \frac{r_2}{c}} f_r dt \quad (1)$$

↓
 خرفاخس خرفاخس
 دریافت نقلید شده
 شده

در این رابطه c سرعت انتشار امواج الکترومغناطیسی، ri فاصله گیرنده تا ماهواره در لحظه ti است. از طرفی مجموع فرکانس های ارسالی از ماهواره با مجموع فرکانس های دریافتی برای هر فاصله زمانی باید یکسان باشد.

$$\int_{\frac{1+ri}{c}}^{2+ri} f_r dt = \int_1^2 f_s dt \quad (2)$$

با انتخاب ρ_i به جای ri و در نظر گرفتن هر فاصله زمانی دلخواه مانند $[t_{n-1}, t_n]$ و سپس جایگذاری رابطه (2) در رابطه (1) و انتگرال گیری از آن به رابطه زیر خواهیم رسید.

$$N_{n-1,n} = \frac{\Delta \rho_{n-1,n}}{c} f_g + (f_g - f_s) \Delta t_{n-1,n} \quad (3)$$

که در آن $\Delta \rho_{n-1,n} = \rho_n - \rho_{n-1}$ و $\Delta t_{n-1,n} = t_n - t_{n-1}$ است. حال با در نظر گرفتن رابطه هندسی فاصله گیرنده تا ماهواره در هر لحظه، می توان رابطه (3) را بر حسب مختصات گیرنده و ماهواره بازنویسی نمود.

$$N_{n-1,n} = \frac{f_g}{c} \left[\left((X_n - X_r)^2 + (Y_n - Y_r)^2 + (Z_n - Z_r)^2 \right)^{0.5} - \left((X_{n-1} - X_r)^2 + (Y_{n-1} - Y_r)^2 + (Z_{n-1} - Z_r)^2 \right)^{0.5} \right] + (f_g - f_s) \Delta t_{n-1,n}$$

اختلاف ایجاد شده

$$(4)$$

در رابطه فوق (X_r, Y_r, Z_r) مختصات ایستگاه زمینی و $(X_{n-1}, Y_{n-1}, Z_{n-1})$ و (X_n, Y_n, Z_n) مختصات ماهواره در لحظه های t_{n-1} و t_n می باشند. چنانچه مختصات ماهواره از طریق پیام های ناویزی با سایر منابع اطلاعاتی معلوم باشد، با توجه به معلوم بودن شمارش داپلرها که بوسیله گیرنده سنجیده می شود و نیز مقادیر معلوم f_g و f_s می توان رابطه (4) را یک معادله با سه مجهول مختصات ایستگاه زمینی (X_r, Y_r, Z_r) در نظر گرفت. بر پایه رابطه (4) با تشکیل سه معادله در سه فاصله زمانی می توان این

مجھولات را بدست اورد. البته با توجه به خطاهای سیستماتیک مختلف، بایستی مجھولات مربوط به این خطاهای رانیز در معادله وارد شوند و در نتیجه عملاً به بیش از سه معادله برای تعیین موقعیت مطلق یک ایستگاه زمینی نیاز خواهیم داشت. یادآوری می‌شود که یک مزیت عمدی روش‌های ماهواره‌ای امکان تهییه مشاهدات خیلی زیاد در یک زمان کوتاه و در نتیجه رسیدن به درجه آزادی بالا در حل مساله به روش کمترین مربعات است.

۲۷) تعیین موقعیت نقطه‌ای با شبیه فاصله کد

چنانچه بجز خطای ساعت گیرنده (δt)، سایر خطاهای موثر در تعیین موقعیت GNSS را صرفنظر یا معلوم فرض نمائیم، معادله مشاهده شبیه فاصله کد را برای یک مقطع زمانی t می‌توان بصورت زیر نوشت :

(Hofmann, 1994)

$$P_i^j(t) = \rho_i^j(t) + c\delta t_i(t) \quad (5)$$

که در آن

$P_i^j(t)$: مشاهده شبیه فاصله کدی بین ایستگاه زمینی i و ماهواره j ،

$\rho_i^j(t)$: فاصله هندسی بین ایستگاه زمینی i و ماهواره j ،

c : سرعت نور در خلاء و

$\delta t_i(t)$: اختلاف زمان ساعت گیرنده و زمان GNSS است.

اگر تعداد ماهواره‌های مورد رویابی را با n_r و تعداد اپک‌های مشاهداتی را با n_s نمایش دهیم، برای رسیدن به سه مجھول موقعیت ایستگاه زمینی i و یک مجھول خطای ساعت گیرنده باید نا معادله زیر برقرار باشد (Hofmann, 1994).

هزوه درس تعیین موقعیت ماهواره ای

$$n_j, n_i \geq 3 + n_r$$

خدار (خطای)
ا) $n_r = 4$

با در نظر گرفتن تنها یک اپک، یعنی $n_r = 1$ ، براحتی در می‌باییم که حداقل چهار ماهواره باید بطور همزمان رديابي شوند تا مجهولات بدست آیند. بنابراین در کاربردهای كینماتيکي با شرط $n_r \geq 4$ ، گيرنده مورد نظر می‌تواند حرکت نماید و در هر لحظه موقعیت خود را بدست آورد. بدیهی است هرچه تعداد ماهواره‌های قابل رديابي از ۴ بيشتر شود درجه آزادی نيز بيشتر شده و دقت تعیين موقعیت ايستگاه متحرک نيز بالاتر می‌رود در کاربردهای استاتيکي که ايستگاه زميني در طول زمان مشاهده ثابت می‌ماند وضعیت تغيير می‌باشد. در اين حالت ديگر نيازی به مشاهده همزمان چهار ماهواره در هر لحظه نمي‌باشد، زيرا همواره سه مجهول موقعیت ايستگاه زميني ثابت است. براساس نامعادله (۶) تنها با داشتن دو ماهواره ($n_r = 2$) می‌توان با انجام حداقل سه اپک مشاهده ($n_r \geq 3$) به موقعیت گيرنده دست یافت. اما عملاً به علت بوجود آمدن شرایط نامناسب هندسى با دو ماهواره نمي‌توان به تعیين موقعیت پرداخت، مگر اينکه زمان مشاهده طولانی باشد. از آنجا که سامانه‌های GNSS بگونه‌ای طراحی شده اند که در هر زمان تعداد ماهواره‌های قابل رديابي بيش از حداقل مورد نياز هستند، دقت بسيار خوبی در حالت استاتيکي نتيجه می‌شود.

تعیین موقعیت نقطه‌ای با فاز موج حامل

با در نظر گرفتن فرض مشابه در مورد خطاهای موثر در تعیین موقعیت با GNSS معادله مشاهده شبه فاصله فاز را برای یک مقطع زمانی t می‌توان به صورت زير نوشت (Hofmann, 1994) :

$$\Phi_i^j(t) = \rho_i^j(t) + \lambda N_i^j + c \delta t_i(t) \quad (7)$$

كه در آن

جزوه درس تعیین موقعیت ماهواره ای

$\Phi_i(t)$: مشاهده شبه فازی بین ایستگاه زمینی i و ماهواره z ،

$r_i(t)$: فاصله هندسی بین ایستگاه زمینی i و ماهواره z ،

λ : طول موج فاز حامل،

$N_i(t)$: تعداد طول موج های صحیح ابهام فاز اولیه (دور های مبهم در اپک اول)،

c : سرعت نور در خلاء و

$\delta t_n(t)$: اختلاف زمان ساعت گیرنده و زمان GNSS است.

با مقایسه معادلات (۵) و (۷) در می باییم که در تعیین موقعیت نقطه ای با فاز موج حامل علاوه بر چهار مجهول قبلی، یک مجهول جدید بنام ابهام فاز اولیه N_i ظاهر شده است. بنابراین با در نظر گرفتن n_j و n_i به عنوان تعداد ماهواره ای قابل دیابی و تعداد اپک های مشاهداتی، باید نامعادله زیر برقرار باشد

(Hofamann, 1994)

$$n_j \cdot n_i \geq 3 + n_j + n_i \quad (8)$$

+ صدرست انتظاراتی منح زمان اسنثاده / ر

+ اگر در دروازه کلی ۵۰٪ از محدوده منح زمان

$$n_j \cdot n_i \geq 3 + n_j + n_i$$



با مشاهده نامعادله (۸)، براحتی در می باییم که برای تنها یک اپک ($n_i = 1$) هیچگاه نمی توان به مجهولات مورد نظر رسید، زیرا تعداد مجهولات بیشتر از تعداد مشاهدات می شود. اما چنانچه حداقل چهار ماهواره در یک اپک داشته باشیم و از قبل ابهام فاز اولیه را حل کرده باشیم، وضعیت شبیه تعیین موقعیت نقطه ای با شبه فاصله کدی می شود. از آنجا که ابهام فاز اولیه تابع زمان نیست، بنابراین این امر میسر است و می توان با یکی از روش های شناخته شده ابهام فاز اولیه را در ابتدا حل نمود و تنها برای حل چهار مجهول دیگر تلاش نمود. بعنوان مثال در حالتی که چهار ماهواره قابل دیابی می باشد، از لحاظ تئوری لازم است که حداقل سه اپک ($n_i \geq 3$) در حالت استاتیک مشاهده شود تا ابهام فاز اولیه حل شود و بعد از آن می توان هم بطور استاتیکی و هم در کاربردهای کینماتیکی به تعیین موقعیت گیرنده پرداخت.

تعیین موقعیت تفاضلی یا نسبی (DGNSS)

در تعیین موقعیت تفاضلی هدف تعیین مختصات یک نقطه مجهول نسبت به یک نقطه معلوم و ثابت است.

بعارت دیگر هدف از تعیین موقعیت تفاضلی تعیین بردار طول پایه بین دو گیرنده زمینی است.

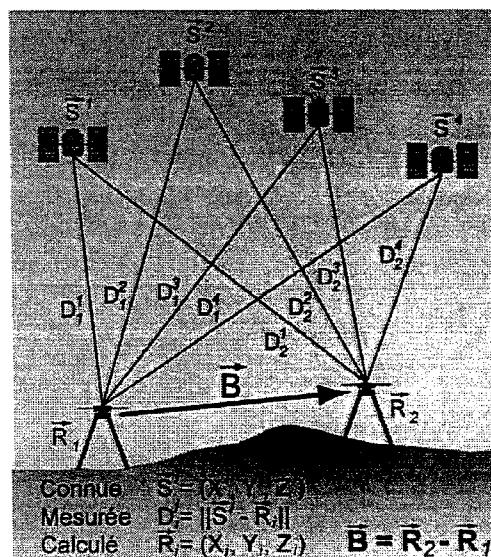
مطابق نگاره (۳) چنانچه ایستگاه مرجع (معلوم) را A و ایستگاه مجهول را B و بردار طول پایه را ΔR_{AB}

بنامیم، بردار موقعیت نقطه B بصورت زیر بدست می آید (Hofmann, 1994).

$$R_B = R_A + \Delta R_{AB} \quad (9)$$

که در آن ΔR_{AB} را می توان بصورت زیر نمایش داد

$$\Delta R_{AB} = \begin{bmatrix} X_B & - & X_A \\ Y_B & - & Y_A \\ Z_B & - & Z_A \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta X_{AB} \\ \Delta Y_{AB} \\ \Delta Z_{AB} \end{bmatrix} \quad (10)$$



نگاره ۳- تعیین موقعیت تفاضلی در سامانه های GNSS

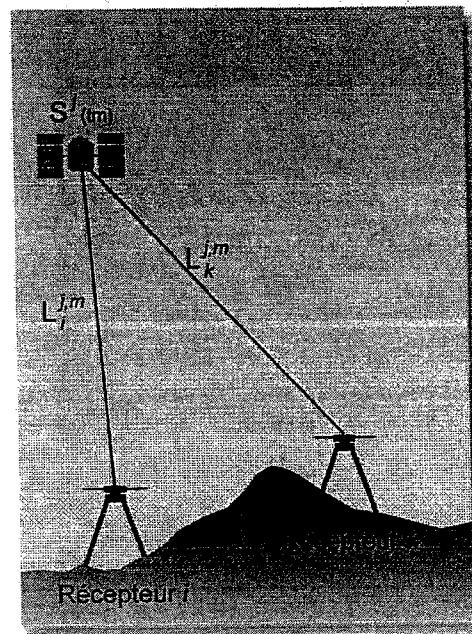
همانگونه که در بخش منابع خطاهای دیده شد، اغلب خطاهای موثر در مشاهدات GNSS با استفاده از روش‌های تفاضلی بطور قابل ملاحظه‌ای کاهش و یا حتی حذف می‌شوند. بنابراین با انجام مشاهدات همزمان در هر دو ایستگاه A و B می‌توان به دقت بالایی برای موقعیت نقطه مجهول رسید. ترکیبات مختلفی از مشاهدات مختلف بین ایستگاه‌های زمینی و ماهواره‌های قابل رویابی می‌توان در نظر گرفت که در زیر به بیان اجمالی آنها پرداخته می‌شود.

تعیین موقعیت تفاضلی یگانه (Liu, 1993)

همانطور که قبلاً دیده شد سه نوع اختلاف گیری یگانه برای مشاهدات GNSS می‌توان در نظر گرفت. مطابق نگاره (۴) اولین نوع آن، اختلاف گیری بین دو گیرنده و یک ماهواره Δ است که باعث حذف خطای ساعت ماهواره و کاهش خطاهای مسیر ماهواره، یونسفری و تروپوسفری می‌شود. هرچه فاصله بین دو گیرنده کم باشد میزان کاهش خطاهای فوق بیشتر است. معادلات تفاضلی یگانه بین دو گیرنده برای مشاهدات شبه فاصله و فاز موج حامل به ترتیب بصورت زیر می‌باشند (Liu, 1993).

$$\Delta P = \Delta\rho + \Delta d\rho + c\delta\alpha_r + \Delta d_{ion} + \Delta d_{trop} + \varepsilon(\Delta P_{multi}) + \varepsilon(\Delta P_{ns}) \quad (11)$$

$$\Delta\Phi = \Delta\rho + \Delta d\rho + c\delta\alpha_r + \lambda\Delta N - \Delta d_{ion} + \Delta d_{trop} + \varepsilon(\Delta\Phi_{multi}) + \varepsilon(\Delta\Phi_{ns}) \quad (12)$$



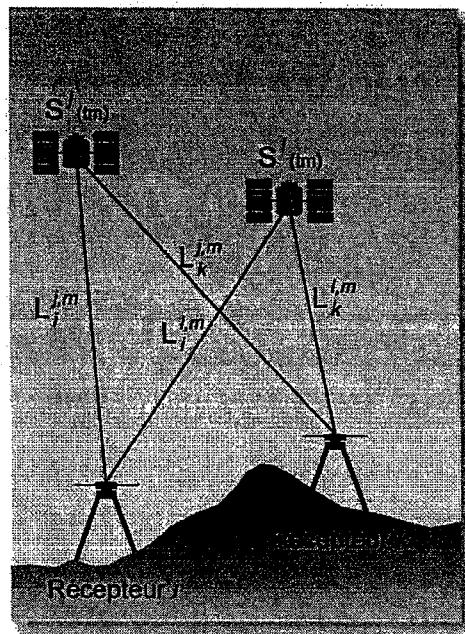
نگاره ۴- تعیین موقعیت تفاضلی یگانه بین دو گیرنده و یک ماهواره

تعیین موقعیت تفاضلی دوگانه

انواع اختلاف گیری های دوگانه نیز قبل از مشاهدات GNSS معرفی شده اند. مطابق نگاره (۵) اولین نوع آن، اختلاف گیری بین دو گیرنده و دو ماهواره مختلف ($\nabla\Delta$) است که در واقع ترکیبی از اختلاف گیری های یگانه نوع اول و دوم می باشد. این نوع اختلاف گیری متداول ترین اختلاف گیری جهت پردازش مشاهدات GNSS است. از جمله مزایای استفاده از این نوع اختلاف گیری حذف کامل خطای ساعت گیرنده و ماهواره و کاهش موثر خطاهای مداری، یونسفری و تروپوسفری می باشد. معادلات مربوط به این نوع اختلاف گیری برای هر دو مشاهده شبه فاصله کدی و فاز موج حامل بصورت زیر می باشد (Liu, 1993).

$$\nabla\Delta P = \nabla\Delta\rho + \nabla\Delta d\rho + \nabla\Delta d_{ion} + \nabla\Delta d_{trop} + \varepsilon(\nabla\Delta P_{mult}) + \varepsilon(\nabla\Delta P_{rx}) \quad (13)$$

$$\nabla\Delta\Phi = \nabla\Delta\rho + \nabla\Delta d\rho + \lambda\nabla\Delta N - \nabla\Delta d_{ion} + \nabla\Delta d_{trop} + \varepsilon(\nabla\Delta\Phi_{mult}) + \varepsilon(\nabla\Delta\Phi_{rx}) \quad (14)$$



نگاره ۵- تعیین موقعیت تفاضلی دوگانه بین دو گیرنده و دو ماهواره

جدول ۱- دامنه منابع خطاهای در تعیین موقعیت نقطه ای و نسبی با استفاده از مشاهده کد C/A در GPS

روش تعیین موقعیت			منبع خطا
تفاضلی دوگانه بین گیرنده ها و ماهواره ها	تفاضلی یگانه بین گیرنده ها	نقطه ای	
-۰/۲۰-۰/۴ ppm	-۰/۳-۳ ppm	۲-۲۰ متر	تروپوسفر
-۰/۲۵-۰/۲ ppm	-۰/۲-۰/۴ ppm	۲-۳۰ متر	یونسفر
-۰/۵-۰/۲ ppm	-۰/۵-۱ ppm	۵-۲۰ متر	مداری (اسمی)
-۳-۵ ppm	-۱-۲ ppm	۲۰-۶۰ متر	مداری (SA)
-۰-۲۰ متر	-۰-۱۴ متر	-۱۰ متر	چند مسیری
-۰/۲-۰/۶ متر	-۰/۱۴-۰/۴/۲ متر	-۰/۱-۳ متر	نویز گیرنده

متاسفانه در این نوع اختلاف گیری خطاهای وابسته به گیرنده مانند خطای چند مسیری و نویز گیرنده تشیدید

می‌یابند. در جدول (۱) میزان خطاهای حاصل از روش‌های تعیین موقعیت نقطه ای، تفاضلی یگانه بین

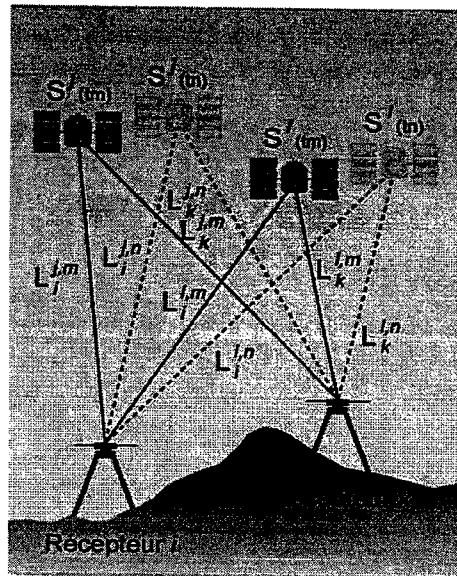
گیرندها و تفاضلی دوگانه بین گیرندها و ماهواره‌ها آمده است (Abousalem, 1996). همانگونه که از جدول (۱) پیداست، برای طول‌های کوتاه می‌توان از خطاهای مداری، یونسفری و تروپوسفری در روش‌های تفاضلی صرفنظر کرد.

تعیین موقعیت تفاضلی سه گانه

مطابق نگاره (۶) این نوع تعیین موقعیت تفاضلی مبتنی بر مشاهده ترکیب تفاضلی بین دو گیرنده و دو ماهواره در دو اپک متواالی ($\delta\nabla\Delta$) است. در این نوع تعیین موقعیت تفاضلی، خطاهای ساعت گیرنده و ماهواره و نیز ابهام فاز اولیه حذف و در صورت کوتاه بودن فاصله بین دو گیرنده، خطاهای مداری و اتمسفری و یونسفری نیز به شدت کاهش می‌یابند. اما مطابق قانون انتشار خطاهای، خطاهای چندمسیری و نویز گیرنده تشدید می‌شوند. از این نوع تعیین موقعیت عمدتاً برای کشف جهش فازها و برآورد بهترین مختصات اولیه ایستگاه‌های زمینی و سایر مقادیر مجهول استفاده می‌شود. معادلات مربوط به این نوع تعیین موقعیت برای مشاهدات شبه فاصله کد و فاز موج حامل به صورت زیر می‌باشند (Wells, 1986).

$$\delta\nabla\Delta P = \delta\nabla\Delta\rho + \delta\nabla\Delta d\rho + \delta\nabla\Delta d_{ion} + \delta\nabla\Delta d_{trop} + \varepsilon(\delta\nabla\Delta P_{multi}) + \varepsilon(\delta\nabla\Delta P_{rx}) \quad (15)$$

$$\delta\nabla\Delta\Phi = \delta\nabla\Delta\rho + \delta\nabla\Delta d\rho - \delta\nabla\Delta d_{ion} + \delta\nabla\Delta d_{trop} + \varepsilon(\delta\nabla\Delta\Phi_{multi}) + \varepsilon(\delta\nabla\Delta\Phi_{rx}) \quad (16)$$



نگاره ۶- تفاصل سه گانه بین دو گیرنده و دو ماهواره در دو مقطع زمانی

تعیین موقعیت تفاضلی در حالت های استاتیک و کینماتیک

همانگونه که می‌دانیم بسته به نوع کاربرد ممکن است گیرنده مجهول در یک محل ساکن بماند یا در یک مسیر حرکت نماید. از آنجا که در تعیین موقعیت عمدتاً از روش های تفاضلی استفاده می‌شود، لذا در زیر به بررسی حالات استاتیکی و کینماتیکی تعیین موقعیت تفاضلی می‌پردازیم.

حالت استاتیک

در هر پروژه های نقشه برداری استاتیک که به منظور تعیین موقعیت های نسبی دقیق اجرا می‌شوند، حداقل از دو گیرنده با قابلیت دریافت فاز استفاده می‌شود که هر دو گیرنده (در ایستگاه های معلوم و مجهول) در طول مدت اندازه گیری جابجا نمی‌شوند و ثابت باقی می‌مانند. با این فرض که هر دو گیرنده در ایستگاه های A و B قادر به ردیابی ماهواره های یکسان و ثبت مشاهده فاز در هر لحظه هستند، در زیر به بررسی حالات مختلف تعیین موقعیت های نسبی می‌پردازیم.

تفاضلی بگانه بین گیرنده ها: برای بررسی ساده تر، معادله (۱۲) را برای ایستگاه های A و B و ماهواره k در لحظه t به صورت زیر در نظر می گیریم (Hofmann, 1994)

$$\Delta\Phi_{AB}^k(t) = \Delta\rho_{AB}^k(t) + \lambda\Delta N_{AB}^k + c\delta t_{AB}(t) \quad (17)$$

چنانچه تعداد ماهواره ها را با n_s و تعداد اپک های مشاهداتی را به n_i نمایش دهیم، نامعادله زیر برای رسیدن به جواب باید برقرار باشد.

$$n_s n_i \geq 3 + n_s + n_i \quad (18)$$

نا معادله فوق را می توان بصورت زیر بازنویسی کرد.

$$n_i \geq \frac{n_s + 3}{n_s - 1} \quad \text{حتماراً أكبر} \quad (19)$$

از نا معادله (۱۹) پیداست که هرگز با داشتن یک ماهواره نمی توان به جواب رسید. چنانچه تعداد ماهواره ها را $n_s = 2$ در نظر بگیریم، به طور تئوریک باید حداقل پنج اپک مشاهده انجام دهیم ($n_i \geq 5$) تا به جواب برسیم. با فرض وجود حداقل ۴ ماهواره قابل دیدانی ($n_i = 4$)، حداقل ۳ اپک مشاهداتی ($n_i \geq 3$) مورد

$$n_i \geq \frac{7}{3} \quad \text{نیاز است، یعنی}$$

تفاضلی دوگانه بین گیرنده ها و ماهواره ها: با همان منطق قبلی، معادله (۱۴) را برای دو گیرنده A و B و دو ماهواره k و l در لحظه t می توان بصورت زیر در نظر گرفت (Hofmann, 1994)

$$\Delta \nabla \Phi_{AB}^H(t) = \Delta \nabla \rho_{AB}^H(t) + \Delta \nabla N_{AB}^H \quad (20)$$

با توجه به تعداد مشاهدات و مجھولات، برای رسیدن به جواب باید نامعادله زیر برقرار باشد.

$$(n_s - 1)n_r \geq 3 + (n_s - 1) \quad (21)$$

در نامعادله فوق تعداد مشاهدات برابر $(n_s - 1)n_r$ و تعداد مجھولات با احتساب مختصات گیرنده و ابهام فاز های تفاضلی دوگانه برابر با $(n_s - 1)n_r + 3$ می باشد. نا معادله (21) را می توان به صورت زیر نمایش داد.

$$n_r \geq \frac{n_s + 2}{n_s - 1} \quad (22)$$

چنانچه تعداد ماهواره های مورد نیاز را حداقل ۲ در نظر بگیریم ($n_s \geq 2$)، در این صورت تعداد اپک ها باید حداقل ۴ باشد ($n_r \geq 4$)، و اگر فرض نماییم که حداقل ۴ ماهواره قابل ردیابی باشد ($n_s \geq 4$)، در این صورت حداقل ۲ اپک مشاهداتی مورد نیاز است ($n_r \geq 2$).

تفاضلی سه گانه: با مفروضات قبلی در مورد خطاهای، معادله (۳۳) به صورت زیر برای دو لحظه t_1 و t_2 قابل نمایش می باشد. در این معادله مجھولات ما تنها سه مولفه مختصات ایستگاه مجھول در مقابل مشاهده است ($n_r - 1)(n_d - 1)$ (Hofmann, 1994).

$$\delta \Delta \nabla \Phi_{AB}^H(t_{12}) = \delta \Delta \nabla \rho_{AB}^H(t_{12}) \quad (23)$$

شرط رسیدن به جواب برای معادله مشاهده فوق، برقراری نامعادله زیر می باشد.

$$(n_t - 1)(n_s - 1) \geq 3 \quad (24)$$

با تغییر آرایش می توان نامعادله (24) را به صورت زیر نمایش داد.

$$n_t \geq \frac{n_s + 2}{n_s - 1} \quad (25)$$

از نامعادله (25) پیداست که با رديابي حداقل ۲ ماهواره ($n_s \geq 2$) به ۴ اپک ($n_t \geq 4$) نياز است. اگر تعداد ماهواره ها را حداقل ۴ ($n_s \geq 4$) در نظر بگيريم در آن صورت تعداد اپک های موردنizar حداقل ۲ ($n_t \geq 2$) می باشد.

حالت کینماتیک

در تعیین موقعیت های نسبی کینماتیکی تنها گیرنده مستقر در ایستگاه معلوم A ثابت مانده و گیرنده ایستگاه مجهول B در حال حرکت است و بنابراین باید در هر لحظه موقعیت آن را تعیین کرد. بنابراین با در نظر داشتن معادلات مشاهدات تفاضلی فاز موج حامل (۱۷)، (۲۰) و (۲۳) برای حالت های تفاضلی یگانه، دوگانه و سه گانه، شرط رسیدن به جواب برقراری نامعادلات زیر می باشد.

$$n_s n_t \geq 3n_t + n_s + n_t : \text{تفاضلی یگانه} \quad (26)$$

$$(n_s - 1)n_t \geq 3n_t + (n_s - 1) : \text{تفاضلی دوگانه} \quad (27)$$

$$(n_s - 1)(n_t - 1) \geq 3n_t : \text{تفاضلی سه گانه} \quad (28)$$

به روشنی می‌توان دید که دستیابی به موقعیت گیرنده متوجه در هر اپک بر پایه مشاهدات فاز موج حامل ممکن نیست، مگر اینکه در شروع عملیات به نحوی ابهام فاز اولیه حل گردد. در صورت حل ابهام فاز اولیه با داشتن حداقل ۴ ماهواره ($n \geq 4$) در هر لحظه، در حالت تقاضلی یگانه می‌توان به مختصات ایستگاه متوجه رسید. چنانچه بخواهیم از روش تقاضلی سه گانه استفاده نماییم لازم است که موقعیت گیرنده محترک را حداقل در یک اپک بویژه در شروع عملیات بدانیم در این صورت با داشتن حداقل ۴ ماهواره ($n \geq 4$) در هر لحظه می‌توان موقعیت گیرنده متوجه را تعیین نمود.

ضریب تعدیل دقت (DOP)

یکی از عوامل محدود کننده در تعیین موقعیت GNSS مسئله ترکیب هندسی ماهواره‌های مورد رדיابی با ایستگاه استقرار گیرنده می‌باشد. کمیتی که بتوان با آن اثر ترکیب هندسی را روی دقت تعیین موقعیت محاسبه نمود، معیار DOP (Dilution of Precision) است. در واقع بنا به تعریف عبارتست از نسبت بین دقت تعیین موقعیت σ و دقت اندازه گیری σ_0 که بصورت زیر نمایش داده می‌شود .(Hofmann, 1994)

$$DOP = \frac{\sigma}{\sigma_0} \quad (۲۹)$$

با توجه به رابطه فوق می‌توان تعاریف خاصی از DOP بصورت زیر ارائه داد.

(X, Y, Z, t) : دقت هندسی در موقعیت و زمان $: GDOP.\sigma_0$

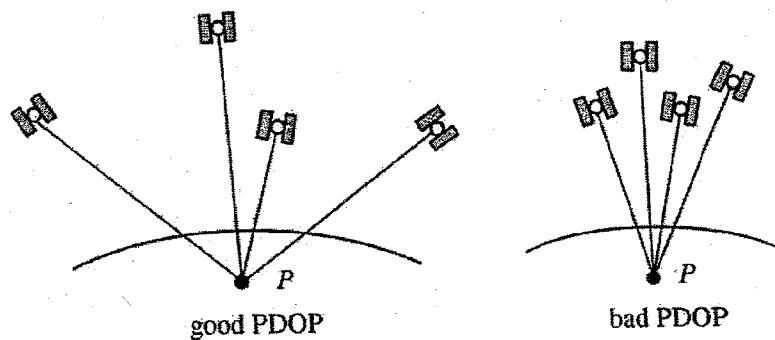
(X, Y, Z) : دقت در موقعیت سه بعدی $: PDOP.\sigma_0$

(t) : دقت در زمان $: TDOP.\sigma_0$

(φ, λ) : دقت در موقعیت مسطحاتی $: HDOP.\sigma_0$

(h) : دقت در موقعیت ارتفاعی $: VDOP.\sigma_0$

چنانچه تنها چهارم‌ماهواره در نظر گرفته شود، بهترین آرایش هندسی برای تعیین موقعیت، زمانی است که حجم هرم مشکل از ماهواره‌ها و گیرنده بیشترین مقدار باشد. در این صورت DOP کمترین مقدار و در نتیجه بهترین دقت برای تعیین موقعیت حاصل می‌شود. نگاره (۷) دو حالت خوب و بد برای $PDOP$ را نمایش می‌دهد.



نگاره ۷- ترکیب هندسی ماهواره‌ها و $PDOP$

مدل ریاضی تعیین موقعیت نقطه‌ای با سنجه کد

برای سنجه کد در هر لحظه معادله مشاهده ساده شده زیر را مجدداً در نظر می‌گیریم که حاوی چهار مجهول (X_i, Y_i, Z_i) مختصات ایستگاه و ساعت گیرنده (δt_i) می‌باشد.

$$P_i^j(t) = \rho_i^j(t) + c\delta t_i(t) \quad (30)$$

سه مجهول مختصات ایستگاه (X_i, Y_i, Z_i) از طریق رابطه زیر در معادله مشاهده سنجه کد مستقر است.

$$\rho_i^j(t) = f(X_i, Y_i, Z_i) = \sqrt{(X^j - X_i)^2 + (Y^j - Y_i)^2 + (Z^j - Z_i)^2} \quad (31)$$

متوجه شدیم

مختصات ماهواره j نیز که در رابطه فوق آمده اند (X^j, Y^j, Z^j) ، در لحظه از طریق پیام های ناوبری معلوم فرض می شوند. در واقع مجہولات اصلی مختصات گیرنده می باشند. با داشتن مختصات تقریبی گیرنده (X_0, Y_0, Z_0) می توان مقادیر تصحیح آنها $(\Delta X_i, \Delta Y_i, \Delta Z_i)$ را به عنوان مجہول در نظر گرفت و به دست آورد.

$$\begin{aligned} X_i &= X_0 + \Delta X_i \\ Y_i &= Y_0 + \Delta Y_i \\ Z_i &= Z_0 + \Delta Z_i \end{aligned} \quad (31)$$

بنابراین رابطه (31) را می توان به صورت تابعی از مجہولات جدید $(\Delta X_i, \Delta Y_i, \Delta Z_i)$ نوشت.

$$\rho_i^j(t) = f(X_i, Y_i, Z_i) = f(X_0 + \Delta X_i, Y_0 + \Delta Y_i, Z_0 + \Delta Z_i) \quad (32)$$

حال با توجه به غیر خطی بودن رابطه فوق، آن را حول مختصات تقریبی گیرنده (X_0, Y_0, Z_0) با استفاده از سری تیلور بسط می دهیم.

$$\begin{aligned} f(X_i, Y_i, Z_i) &= f(X_0, Y_0, Z_0) \\ &+ \frac{\partial f(X_0, Y_0, Z_0)}{\partial X_0} \Delta X_i + \frac{\partial f(X_0, Y_0, Z_0)}{\partial Y_0} \Delta Y_i + \frac{\partial f(X_0, Y_0, Z_0)}{\partial Z_0} \Delta Z_i \\ &+ \frac{1}{2!} \frac{\partial^2 f(X_0, Y_0, Z_0)}{\partial X_0^2} + \dots \end{aligned} \quad (33)$$

برای پرهیز از حالت غیر خطی به ناچار از عبارت های خطی به بعد در بسط تیلور صرفنظر می کنیم. مقادیر سمت راست معادله (33) بر اساس مختصات تقریبی ایستگاه به صورت زیر بیان می شوند.

$$\rho_0^j(t) = f(X_0, Y_0, Z_0) = \sqrt{(X^j - X_0)^2 + (Y^j - Y_0)^2 + (Z^j - Z_0)^2} \quad (34)$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial f(X_0, Y_0, Z_0)}{\partial X_0} &= -\frac{X^j(t) - X_0}{\rho_0^j(t)} \\ \frac{\partial f(X_0, Y_0, Z_0)}{\partial Y_0} &= -\frac{Y^j(t) - Y_0}{\rho_0^j(t)} \\ \frac{\partial f(X_0, Y_0, Z_0)}{\partial Z_0} &= -\frac{Z^j(t) - Z_0}{\rho_0^j(t)}\end{aligned}\quad (35)$$

اکنون رابطه (۳۰) به صورت زیر قابل بازنویسی است.

$$P_i^j(t) = \rho_0^j(t) - \frac{X^j(t) - X_0}{\rho_0^j(t)} \Delta X_i - \frac{Y^j(t) - Y_0}{\rho_0^j(t)} \Delta Y_i - \frac{Z^j(t) - Z_0}{\rho_0^j(t)} \Delta Z_i + c \delta t_i(t) \quad (36)$$

مقدار تقریبی فاصله بین گیرنده و ماهواره در لحظه t ($\rho_0^j(t)$) را به سمت چپ معادله فوق منتقل نموده و سپس آن را به صورت زیر خلاصه می کنیم.

$$l_i^j(t) = a_{x_i}^j \Delta X_i + a_{y_i}^j \Delta Y_i + a_{z_i}^j \Delta Z_i + c \delta t_i(t) \quad (37)$$

که در آن

$$\begin{aligned}l_i^j(t) &= P_i^j(t) - \rho_0^j(t) \\ a_{x_i}^j &= -\frac{X^j(t) - X_0}{\rho_0^j(t)} \\ a_{y_i}^j &= -\frac{Y^j(t) - Y_0}{\rho_0^j(t)} \\ a_{z_i}^j &= -\frac{Z^j(t) - Z_0}{\rho_0^j(t)}\end{aligned}\quad (38)$$

چهارم درس تعیین موقعیت ماهواره ای

بنابراین بدون نیاز به در نظر گرفتن ماتریس وزن مشاهدات می توان به جواب سرشکنی کمترین مربوطات

رسید.

$$\hat{\underline{X}} = (\underline{A}^T \underline{A})^{-1} \underline{A}^T \underline{L} \quad (45)$$

در نتیجه ماتریس وریانس کوریانس مجھولات به صورت زیر به دست می آید.

$$\underline{C}_{\hat{X}} = (\underline{A}^T \underline{A})^{-1} = \begin{bmatrix} \sigma_{x_r}^2 & \sigma_{x_r y_r} & \sigma_{x_r z_r} & \sigma_{x_r t_r} \\ \sigma_{x_r y_r} & \sigma_{y_r}^2 & \sigma_{y_r z_r} & \sigma_{y_r t_r} \\ \sigma_{x_r z_r} & \sigma_{y_r z_r} & \sigma_{z_r}^2 & \sigma_{z_r t_r} \\ \sigma_{x_r t_r} & \sigma_{y_r t_r} & \sigma_{z_r t_r} & \sigma_{t_r}^2 \end{bmatrix} \quad (46)$$

با توجه به اینکه مختصات ایستگاه مجھول گیرنده در دستگاه مختصات زمین چسب به دست آمده است، عناصر مختصاتی ماتریس وریانس کوریانس مجھولات نیز در همین دستگاه به دست آمده اند. چنانچه نیاز به مقادیر وریانس کوریانس در مولفه های مختصات محلی (مسطحاتی و ارتفاعی) باشد، باید از تبدیل زیر

استفاده شود

حیندیکال، تزریقی به صورت

$$\underline{C}_{\hat{x}} = \underline{R} \underline{C}_{\hat{X}} \underline{R}^T = \begin{bmatrix} \sigma_{n_r}^2 & \sigma_{n_r e_r} & \sigma_{n_r h_r} \\ \sigma_{n_r e_r} & \sigma_{e_r}^2 & \sigma_{e_r h_r} \\ \sigma_{n_r h_r} & \sigma_{e_r h_r} & \sigma_{h_r}^2 \end{bmatrix} \quad (47)$$

که ماتریس تبدیل \underline{R} بر حسب طول ژئودتیک ایستگاه (λ) و عرض ژئودتیک ایستگاه (φ) به صورت زیر معرفی می شود.

$$R = \begin{bmatrix} -\sin \varphi \cos \lambda & -\sin \varphi \sin \lambda & \cos \varphi \\ -\sin \lambda & \cos \lambda & 0 \\ \cos \varphi \cos \lambda & \cos \varphi \sin \lambda & \sin \varphi \end{bmatrix}$$

اکنون با داشتن ماتریس وریانس کوریانس مختصات محطی ایستگاه، می توانیم با روابط زیر DOP را برای

$$DOP = \frac{\text{دستور دختر}}{\text{دست ذاتی متابولت}} \rightarrow \boxed{10/1}$$

ارسالهای انتفاعی / $VDOP = \sigma_{h_r}^2$

$$HDOF = \sqrt{\sigma_{n_r}^2 + \sigma_{e_r}^2}$$

$$PDOP = \sqrt{\sigma_{n_r}^2 + \sigma_{e_r}^2 + \sigma_{h_r}^2}$$

$$ZDOP = \sigma_{t_r}^2$$

$$GDOP = \sqrt{\sigma_{n_r}^2 + \sigma_{e_r}^2 + \sigma_{h_r}^2 + \sigma_{t_r}^2}$$

(۴۸)

اگر پیشتر از هر ۱۰ دقیقه می خواهد موضع ما را با آن دقت تعیین کنیم

تبديل اطلاعات مداری ماهواره به مختصات ماهواره در دستگاه زمین چسب

همانطور که می دانیم اطلاعات مداری ماهواره ها از طریق پیام های ناوبری برای کاربران سامانه های تعیین

موقعیت ماهواره ای ارسال می شود. این اطلاعات عموماً برای فواصل زمانی معینی توسط ایستگاه های

کنترل سامانه های تعیین موقعیت ماهواره ای محاسبه و منتشر می شوند. کاربران برای تعیین موقعیت هر

لحظه دلخواه خود نیاز به مختصات ماهواره ها دارند بر این اساس در این بخش سعی می شود ضمن معرفی

اطلاعات مداری انتشاری هر ماهواره به چگونگی تبدیل آنها به مختصات ماهواره در هر لحظه پیردازیم. پیام

های ناوبری با قالب مشخصی شامل پارامترهای انتشاری مندرج در جدول (۲) برای هر ماهواره می باشد.

VDoP برای ۴ مارک دست خطی مخصوص هر ماهواره برای کاربران ۳۰۰m برای ۱6m

$$VDoP = \sigma = 4$$

HDoP برای این موقعيت محاسبه خواهد شد

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{3}} \times PDOP = 10^m \Rightarrow PDOP = 5$$

$$PDOP = \sqrt{HDoP^2 + VDoP^2}$$

جدول ۲- مولفه های اطلاعات مداری ماهواره ها

شماره ماهواره	: SVPRN
زمان مرجع اطلاعات مداری (زمان مرجوز طبق سنتی اسلام) (زمان مرجع)	: t_{0e}
آنومالی متوسط	: M_0
جذر نیم قطر بزرگ بیضی مدار حرکت ماهواره	: \sqrt{a}
خروج از مرکزی اول بیضی مدار حرکت ماهواره	: e
بعد نقطه گرهی صعودی	: Ω_0
نرخ بعد نقطه گرهی صعودی (رسانش زمانی)	: $\dot{\Omega}_0$
میل صفحه مداری	: i_0
نرخ میل صفحه مداری	: \dot{i}_0
آرگومان پریجی	: ω_0
تغییر سرعت زاویه ای متوسط	: Δn
ضرایب تصحیح آرگومان پریجی، شاعر مداری و میل ناشی از نیروهای اغتشاشی	: $C_{\alpha\alpha}, C_{\alpha\sigma}, C_{\sigma\sigma}, C_{rc}, C_{ic}, C_{ic}$

آلگوریتم مورد نظر در محاسبه مختصات ماهواره با استفاده اطلاعات مداری، به صورت مرحله ای زیر معرفی می شود.

۱- استخراج پارامترهای مندرج در جدول فوق از پیام های ناویبری و تعیین زمان مورد نظر (t) برای محاسبه مختصات ماهواره.

۲- محاسبه اختلاف زمان مورد نظر (t) با زمان مرجع (t_{0e}):

$$t_k = t - t_{0e} \quad (49)$$

۳- محاسبه آنومالی متوسط برای زمان دلخواه (M_k):

$$M_k = M_0 + \left(\sqrt{GM/a^3} + \Delta n \right)_k \quad (50)$$

$$GM = 3.986004418 \times 10^{18} \text{ m}^3/\text{s}^2$$

۴- حل بازگشتی آنومالی خارج از مرکزی (E_k):

$$E_k = M_k + e \sin E_k \quad (51)$$

-۵- محاسبه آنومالی حقیقی ()

$$f_k = \arctan \left(\frac{\sqrt{1-e^2} \sin E_k}{\cos E_k - e} \right) \quad (52)$$

-۶- تصحیح اغتشاشات مداری به آرگومان پریجی:

$$\omega_k = \omega_0 + C_{ac} \cos 2(\omega_0 + f_k) + C_{as} \sin 2(\omega_0 + f_k) \quad (53)$$

X

-۷- تصحیح اغتشاشات مداری به شعاع مداری:

$$r_k = a(1 - e \cos E_k) + C_{rc} \cos 2(\omega_0 + f_k) + C_{rs} \sin 2(\omega_0 + f_k) \quad (54)$$

-۸- تصحیح اغتشاشات مداری به زاویه میل:

$$i_k = i_0 + i t_k + C_{ic} \cos 2(\omega_0 + f_k) + C_{is} \sin 2(\omega_0 + f_k) \quad (55)$$

-۹- محاسبه بعد نقطه گرهی صعودی در زمان دلخواه:

$$\begin{aligned} \Omega_k &= \Omega_0 + (\dot{\Omega} - \omega_e)_k t - \omega_e t_{0e} \\ \omega_e &= 7.2921151467 \times 10^{-5} \text{ rad/s} \end{aligned} \quad (56)$$

-۱۰- محاسبه بردار موقعیت ماهواره در دستگاه مختصات مداری:

فصل هشتم

پردازش داده های سامانه های تعیین موقعیت ماهواره ای

داده های دریافتی در گیرنده های سامانه های تعیین موقعیت ماهواره ای شامل سنجه های کد و فاز و نیز پیام های ناوبری باید قبل از استفاده از آنها در تعیین موقعیت و سرشکنی چند عملیات اساسی زیر بر روی آنها صورت گیرد.

- بازیابی و ویرایش داده ها
- تبدیل فرمت داده ها در صورت نیاز
- شناسایی و رفع چهش فاز
- حل ابهام فاز

بازیابی و ویرایش داده ها

پس از اتمام هر جلسه اندازه گیری، باید داده های ذخیره شده در گیرنده ها به منظور پردازش های بعدی به کمک نرم افزارهای مربوط بر روی یک رایانه انتقال یابند. در حین بازیابی داده ها در محیط نرم افزاری پردازش داده ها باید توجه نمود که در صورت نیاز، برخی ویرایش ها نظیر اصلاح ارتفاع آتن، نام ایستگاه، نوع گیرنده و آتن، نام فایل مشاهداتی، نام عامل مشاهده کننده و ... نیز انجام می گیرد.

تبدیل فرمت داده ها در صورت نیاز

معمولاً هر گیرنده بنا بر روش فشرده سازی خاصی که کارخانه سازنده تعیین نموده است داده ها را تحت فرمت مخصوص خود که از نوع دودویی هستند ذخیره می کند. چنانچه صرفاً از داده های جمع آوری شده شده توسط گیرنده های یکسان برای تعیین موقعیت استفاده شود و نیاز به هیچ داده کمکی دیگر نباشد، معمولاً با استفاده نرم افزار متناظر با همان گیرنده ها می توان بدون نیاز به تبدیل فرمت داده ها آنها را مورد پردازش قرار داد. اما در موارد بسیار زیادی ناچار به استفاده از چندین نوع گیرنده متفاوت هستیم که هر کدام فرمت ذخیره مخصوص به خود را دارند. در برخی موارد هم نیاز به استفاده از داده های کمکی مانند اطلاعات

مداری دقیق ماهواره ها می باشد یا مشاهدات جمع آوری شده با یک نرم افزار دیگر مورد پردازش قرار می گیرند.. بر همین اساس باید قبل از هرگونه پردازشی، فرمت داده های جمع آوری شده را به یک فرمت واحد و قابل خواندن برای نرم افزار ها تبدیل نمود بنابر قرارداد این فرمت مستقل از نوع گیرنده و به صورت ASCII است که Receiver INdependent EXchange) RINEX نامیده می شود. حاصل تبدیل فایل داده هر گیرنده به فرمت RINEX سه فایل مشاهداتی، ناوبری و هواشناسی است. طبق قاعده، ترکیب نام هر فایل با فرمت RINEX باید به صورت "ssssdddf.yyt" باشد که چهار حرف یا رقم اول آن بیانگر شناسه ایستگاه (ssss)، سه رقم بعدی از 001 تا حدکثر 366 بیان کننده روز از سال داده (ddd)، حرف یا رقم هشتم نشاندهنده جلسه کاری (f)، دو رقم بعدی مشخص کننده سال مشاهده (yy) و آخرین حرف بیانگر نوع فایل (t) می باشد که برای فایل مشاهداتی ۰ برای فایل ناوبری n و برای فایل هواشناسی m می باشد. به عنوان مثال tehn3471.090 بیانگر یک فایل مشاهداتی در جلسه کاری 1 برای ایستگاه tehn در روز 347 از سال ۲۰۰۹ می باشد.

تمام فایل های مشاهداتی و ناوبری ایستگاه های شبکه جهانی IGS و اطلاعات مداری مختلف با فرمت RINEX در دسترس همه کاربران قرار دارند و در صورت نیاز به آنها می توان از طریق سایت های مختلف آنها را دریافت نمود. علاوه بر فرمت مستقل از گیرنده (RINEX) فرمت دیگری نیز برای تبادل داده های پردازش شده توسط نرم افزارهای مختلف موسوم به Software INdependent EXchange) SINEX تشخیص و ترمیم جهش فاز دیگر که فرمت SINEX را حمایت می کند با هم ترکیب و مجددا سرشکنی نمود.

تشخیص و ترمیم جهش فاز

همانطور که قبلا در تعریف معادله مشاهده سنجه فاز دیده شد، تا زمانیکه ارتباط بین هر گیرنده و هر ماهواره از لحظه شروع اندازه گیری فاز قطع نشود یک عبارت مجھول ولی ثابت به نام ایهام فاز اولیه در مشاهدات آنی فاز وجود دارد که باید حل شود. اما چنانچه به هر دلیلی ارتباط گیرنده و ماهواره برای لحظاتی قطع شود،

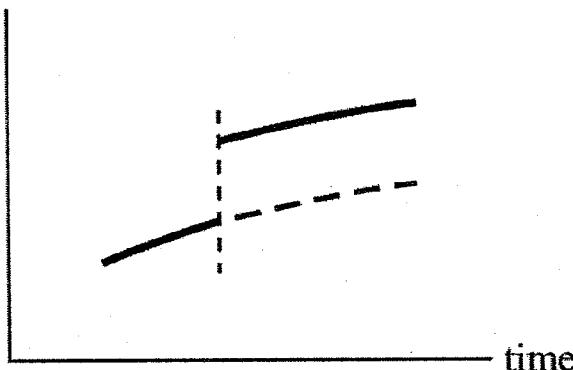
این امر باعث یک پرسش فاز به تعداد صحیحی از دور موج حامل می شود که اصطلاحاً به آن جهش یا لغزش فاز می گویند. دلایل متعددی برای بروز جهش فاز وجود دارد که برخی از آنها به شرح زیر معرفی می شوند.

- وجود موانع بین گیرنده و ماهواره مانند درختان، ساختمان‌ها، پل‌ها و کوه‌ها

- پایین بودن سیگنال به نویز (S/N)، چند مسیری زیاد، حرکت گیرنده و پایین بودن ارتفاع ماهواره

- اشکال در نرم افزار‌های تعبیه شده در گیرنده و کارکرد بد نوسان ساز‌های ماهواره

phases



نگاره ۱- نمایش بروز جهش فاز

همانطور از نگاره (۱) پیداست تشخیص و ترمیم جهش فاز نیازمند شناخت دقیق محل بروز جهش فاز و اندازه آن (تعداد دورهای صحیح) است. برای تشخیص و تعیین محل جهش فاز از کمیت‌های آزمایشی استفاده می‌شود و سپس با تعیین تعداد دورهای صحیح جهش فاز عملیات ترمیم انجام می‌گیرد.

کمیت‌های آزمایشی

برای یک گیرنده تنها، کمیت‌های آزمایشی می‌توانند فاز خام، ترکیبات فاز، ترکیبات فاز و کد یا ترکیبات فاز و فرکانس داپلر انتگرال گیری شده باشند. استفاده از کمیت‌های آزمایشی برای یک گیرنده بسیار مهم می‌باشد زیرا امکان تشخیص و ترمیم جهش فاز را بوسیله یک نرم افزار داخلی فراهم می‌سازد. نانچه از

سنجه های ترکيبي دو گيرنده استفاده شود، در آن صورت می توان از تفاضل هاي يگانه، دوگانه و سه گانه در تشخيص و ترميم جهش فاز استفاده نمود.

ابتدا به بيان کميتهای آزمایشی برای يك گيرنده تنها می پردازيم.

• کميته آزمایشی فاز خام

همانطورکه قبله دیده شد سنجه فاز برای يك گيرنده r و يك ماهواره s به صورت زير است.

$$\Phi_r^s(t) = \rho_r^s(t) + d\rho_r^s(t) + c(\delta t_r(t) - \delta t^s(t)) + \lambda N_r^s - d_{ion}(t) + d_{trap}(t) + \varepsilon(t) \quad (1)$$

همانطور که از معادله فوق پيداست، ممکن است خطاهاي مختلف مانع از تشخيص جهش فاز شوند.

• کميته آزمایشی ترکيب دو فاز حامل

با در نظر گرفتن يك گيرنده دو فرکانسه، يك ماهواره و يك لحظه، می توان دو معادله زير را برای دو فرکانس f_1 و f_2 نوشت.

$$\Phi_1 = \frac{1}{\lambda_1} \rho + f_1 \delta t_r^s + N_1 - \frac{1}{\lambda_1} d_{ion}(f_1) \quad (2)$$

$$\Phi_2 = \frac{1}{\lambda_2} \rho + f_2 \delta t_r^s + N_2 - \frac{1}{\lambda_2} d_{ion}(f_2)$$

حال با ترکيب زير به يك سنجه ترکيبي جديد موسوم به باقیمانده یونسفری می رسیم که در آن

$$\Phi_I = \Phi_1 - \frac{f_1}{f_2} \Phi_2 = N_1 - \frac{f_1}{f_2} N_2 - \frac{1}{c \cos z'} VTEC \left(\frac{1}{f_1} - \frac{f_1}{f_2^2} \right) \quad (3)$$

ستجه ترکیبی فوق عاری از تعییرات هندسی گیرنده و ماهواره در طول زمان است و تنها تابعی از تعییرات یونسفر است. بنابراین در شرایط عادی که تعییرات یونسفر ناگهانی نیست، هر نوع جهش یا پوش ناگهانی در آن را می توان ناشی از بروز جهش فاز دانست و بنابراین از کمیت آزمایشی ترکیبی فوق می توان برای تشخیص جهش فاز استفاده نمود. البته اینکه جهش فاز مربوط به کدام فاز است، سوالی است که باید پاسخ آن را در کمیت ترکیبی فاز و کد بیابیم.

• کمیت آزمایشی توکیب فاز و کد

مجددا با در نظر گرفتن یک گیرنده با دو سنجه فاز و کد، یک ماهواره و یک لحظه، می توان دو معادله زیر را برای دو سنجه فاز و کد به صورت زیر نوشت.

$$\Phi_r^s(t) = \rho_r^s(t) + d\rho_r^s(t) + c(\delta t_r(t) - \delta t^s(t)) + \lambda N_r^s - d_{ion}(t) + d_{trop}(t) + \varepsilon(t) \quad (4)$$

$$P_r^s(t) = \rho_r^s(t) + d\rho_r^s(t) + c(\delta t_r(t) - \delta t^s(t)) + d_{ion}(t) + d_{trop}(t) + \varepsilon(t) \quad (5)$$

اختلاف گیری بین دو معادله فوق منجر به معادله جدید زیر خواهد شد.

$$\Phi_r^s(t) - P_r^s(t) = \lambda N_r^s - 2d_{ion}(t) \quad (6)$$

تنها متغیر زمانی در سمت راست معادله فوق مربوط به اثر یونسفر است. با توجه به اینکه تعییرات یونسفر در فاصله بین دو زمان ثبت داده ناچیز است، می توان تعییرات ناگهانی سنجه ترکیبی فوق را ناشی از بروز جهش فاز دانست. نقطه ضعف کمیت آزمایشی مذکور عمده ناشی از سطح تویز بالای سنجه کد است. بنابراین چنانچه بتوان قدرت تفکیک پذیری یک طول موج یا چیپ را از حدودی صدم به یک هزارم برسانیم، این نقطه ضعف تا حدود بسیار زیادی بر طرف می گردد.

• کمیت آزمایشی ترکیب فاز و کد

می دانیم مشاهدات داپلر انگرال گیری شده مستقل از هر نوع جهش فاز هستند. بنابراین تفاضل فاز های حاصل از آن نیز عاری از جهش فاز می باشد و با مقایسه آنها با تفاضل فاز های اندازه گیری شده می توان محل بروز جهش فازها را تشخیص داد.

تشخیص و قرمیم

همانطور که دیدیم با کمک هر یک از کمیت های آزمایشی مورد بحث در فاصله بین هر دو اپک می توان محل بروز جهش فاز را تشخیص داد و مقدار تقریبی آن را برآورد نمود. مقدار جهش فاز در کمیت های آزمایشی فوق، به جز کمیت آزمایشی باقیمانده یونسفری، باید عددی صحیح باشد. در بیشتر مواقع جهش فاز بیش از یک مورد رخ می دهد و مادامیکه همه آنها تشخیص داده نشوند و تصحیح متناظر به فازهای خام، تفاضلی یگانه، تفاضلی دوگانه یا تفاضلی سه گانه اعمال نشود، مجاز به استفاده از این مشاهدات برای تعیین موقعیت نیستیم. یکی از روش های معمول برای تشخیص و تعیین دقیق اندازه جهش فاز بکارگیری یک سری زمانی از کمیت های آزمایشی بالا و اختلاف گیری های زمانی است. برای روشن تر شدن مسئله مثال مندرج در جدول (۱) را بررسی می کنیم. در این مثال یک سری زمانی به صورت زیر داریم که در لحظه چهارم (۴) یک جهش فاز به اندازه ۶ رخ داده است.

$$y(t_i), \quad i=1,2,3,\dots,7 \quad (7)$$

سری زمانی (t_i) را می تواند برای هر یک از کمیت های آزمایشی در نظر گرفته شود. در جدول (۱) نمادهای 1^1 , 2^2 , 3^3 و 4^4 را به ترتیب بیانگر اختلاف گیری های مرتبه اول، دوم، سوم و چهارم هستند. مطابق جدول (۱) در می یابیم که هر چه مرتبه اختلاف گیری بالاتر می رود اندازه جهش فاز نیز بزرگتر می شود و

در نتیجه تشخیص آن نیز آسان تر می گردد. روش اختلاف گیری مشابه یک فیلتر بالاگذار عمل می کند که باعث حذف اجزای ثابت و فرکانس های پایین و تقویت فرکانس بالا یعنی جهش فاز می شود.

جدول ۱ - روش اختلاف گیری در تعیین جهش فاز

t_i	$y(t_i)$	y^1	y^2	y^3	y^4
t_1	0		0		
t_2	0	0		ε	
t_3	0	ε		-3ε	
t_4	ε	$-\varepsilon$		3ε	
t_5	$-\varepsilon$	0	ε		
t_6	ε	0	0	$-\varepsilon$	
t_7	ε		0		

روش های مختلفی برای تعیین اندازه جهش فاز وجود دارد که یکی از آنها برازش دو منحنی به کمیت های آزمایشی قبل و بعد از جهش فاز و تعیین اختلاف بین این دو منحنی است. برازش می تواند از روش های درون یابی مانند رگرسیون خطی یا کمترین مربعات انجام شود. بکارگیری روش های پیش بینی مانند فیلتر کالمن نیز در هر یک از کمیت های آزمایشی برای تشخیص و تعیین اندازه جهش فاز سودمند است. هنگامیکه از مشاهدات تفاضلی دوگانه استفاده می شود، بهترین روش برای تشخیص و تعیین دقیق اندازه جهش فاز بدون توجه به اینکه کدام ماهواره یا کدام گیرنده یا حتی کدام اپک باعث آن بوده است، بکارگیری روش تفاضل سه گانه بسیار کارآمد است. برای مثال به جدول (۲) توجه کنید که در آن با فرض: اشتون دو ماهواره p و q و دو گیرنده i و j و پنج اپک مشاهده $(t+2, t-2, t-1, t, t+1, t+2)$ در اپک t یک جهش فاز به اندازه ε بین ماهواره p و q گیرنده i و j رخ داده است. به روشنی بیداست که با استفاده مشاهدات

تفاضلی سه گانه بین دو ماهواره P و Q و دو گیرنده i و j و دو اپک $t-1$ و t ، امکان تعیین جهش فاز بوجود آمده است.

جدول ۲- اثر جهش فاز بر روی مشاهدات فاز تفاضلی یگانه، دوگانه و سه گانه

Carrier Phases			
$\Phi_i^P(t-2)$	$\Phi_j^P(t-2)$	$\Phi_i^Q(t-2)$	$\Phi_j^Q(t-2)$
$\Phi_i^P(t-1)$	$\Phi_j^P(t-1)$	$\Phi_i^Q(t-1)$	$\Phi_j^Q(t-1)$
$\Phi_i^P(t)$	$\Phi_j^P(t) + \varepsilon$	$\Phi_i^Q(t)$	$\Phi_j^Q(t)$
$\Phi_i^P(t+1)$	$\Phi_j^P(t+1) + \varepsilon$	$\Phi_i^Q(t+1)$	$\Phi_j^Q(t+1)$
$\Phi_i^P(t+2)$	$\Phi_j^P(t+2) + \varepsilon$	$\Phi_i^Q(t+2)$	$\Phi_j^Q(t+2)$
Single Differences			
$\Delta\Phi_{ij}^P(t-2)$		$\Delta\Phi_{ij}^Q(t-2)$	
$\Delta\Phi_{ij}^P(t-1)$		$\Delta\Phi_{ij}^Q(t-1)$	
$\Delta\Phi_{ij}^P(t) + \varepsilon$		$\Delta\Phi_{ij}^Q(t)$	
$\Delta\Phi_{ij}^P(t+1) + \varepsilon$		$\Delta\Phi_{ij}^Q(t+1)$	
$\Delta\Phi_{ij}^P(t+2) + \varepsilon$		$\Delta\Phi_{ij}^Q(t+2)$	
Double Differences			
$\nabla\Delta\Phi_{ij}^{PQ}(t-2)$			
$\nabla\Delta\Phi_{ij}^{PQ}(t-1)$		$\delta\nabla\Phi_{ij}^{PQ}(t-1, t-2)$	
$\nabla\Delta\Phi_{ij}^{PQ}(t) - \varepsilon$		$\delta\nabla\Phi_{ij}^{PQ}(t, t-1) - \varepsilon$	
$\nabla\Delta\Phi_{ij}^{PQ}(t+1) - \varepsilon$		$\delta\nabla\Phi_{ij}^{PQ}(t+1, t)$	
$\nabla\Delta\Phi_{ij}^{PQ}(t+2) - \varepsilon$		$\delta\nabla\Phi_{ij}^{PQ}(t+2, t+1)$	
Triple Differences			

پس از تشخیص جهش فاز به کمک کمیت های آزمایشی، می توان آنها را با اضافه نمودن اندازه جهش فاز بعد از محل جهش فاز تصحیح نمود. در صورت استفاده از کمیت آزمایشی ترکیب دو فاز، اعمال تصحیح به مشاهده فاز تک دارای ابهام خواهد بود. چنانچه از ترکیب باقیمانده یونسفری استفاده شود و فرض کنیم تغییرات ابهام فاز ΔN_1 و ΔN_2 ناشی از جهش های فاز می باشدند، در آن صورت با یک جهش فاز کلی ΔN_I در باقیمانده یونسفری مواجه خواهیم شد که دیگر دارای ماهیت عدد صحیح نخواهد بود

$$\Delta N_I = \Delta N_1 - \frac{f_1}{f_2} \Delta N_2 \quad (8)$$

همانطور که می بینیم معادله (8) یک معادله دو مجهولی است که در آن ΔN_I معلوم و ΔN_1 و ΔN_2 مجهول هستند. بنابراین یک جواب منحصر بفرد برای معادله فوق وجود ندارد. برای مثال چنانچه نسبت بین

دو فرکانس f_1 و f_2 را (بر اساس فرکانس امواج حامل GPS) برابر $154/120 = 77/60 = 77/60$ و ΔN_1 را صفر در نظر بگیریم، می توان مقادیر صحیح ΔN_1 و ΔN_2 به صورت زیر به دست آورد.

$$\Delta N_1 = \frac{f_1}{f_2} \Delta N_2 = \frac{77}{60} \Delta N_2 \quad (9)$$

رابطه فوق نشان می دهد که جواب های زیادی برای ΔN_1 و ΔN_2 وجود دارد و نمی توان بین آنها تفاوتی قائل شد. به عنوان مثال جواب های $\Delta N_1 = 77$ و $\Delta N_2 = 60$ و $\Delta N_1 = 154$ و $\Delta N_2 = 120$ با یکدیگر تفاوتی ندارند زیرا در معادله (8) صدق می کنند. چنانچه اثر نویز را هم بخواهیم در نظر بگیریم، مقدار آن به صورت ساده با رابطه زیر قابل نمایش است.

$$\sigma_\varphi = \pm 0.01 \text{ cycles} \quad (10)$$

رابطه فوق در واقع بیانگر خطای اندازه گیری فاز برابر با یک صدم طول موج است. مقدار جهش فاز کلی ΔN در باقیمانده یونسferی معمولاً از اختلاف گیری بین دو اپک با اختلاف زمانی Δt به دست می آید بنابراین نویز اندازه گیری نیز طبق قانون انتشار خطا بیشتر خواهد شد.

$$\Delta N = \Phi_1(t + \Delta t) - \frac{f_1}{f_2} \Phi_2(t + \Delta t) - \left[\Phi_1(t) - \frac{f_1}{f_2} \Phi_2(t) \right] \quad (11)$$

$$\sigma_{\Delta N} = \pm 2.3 \sigma_\varphi = \pm 0.023 \text{ cycles} \quad (12)$$

چنانچه حداقل خطای محتمل یعنی $3\sigma_{\Delta N}$ را برای نویز فوق در نظر بگیریم، در آن صورت خطای متناظر با آن تقریباً ± 0.07 دور خواهد شد که از آن می توان به عنوان قدرت تفکیک پذیری ΔN استفاده نمود.

قدرت تفکیک پذیری به این معنی است که هر دو ΔN محاسبه شده به ازای ΔN_1 و ΔN_2 های اختیاری و صحیح، باید حداقل به اندازه 0.07 دور با یکدیگر تفاوت داشته باشند تا بطور یکتا قابل جداسازی باشند. برای درک بهتر موضوع، جدول (۳) به ترتیب افزایش مقادیر ΔN با انتخاب های متفاوت از مقادیر ΔN_1 و ΔN_2 از مجموعه اعداد صحیح $0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4, \pm 5$ در ستون اول، نمایش داده شده است. در ستون دوم اختلافات مرتبه اول هر دو ΔN متواالی نمایش داده اند و ستون های سوم و چهارم نیز مقادیر ΔN_1 و ΔN_2 متناظر با ΔN را نشان می دهند. برای اختصار، فقط مقادیر منفی و صفر ΔN در جدول (۳) آمده اند و برای نمایش مقادیر مثبت کافی است که علامت اعداد ستون های اول، سوم و چهارم را عوض کنیم.

جدول ۳- تغییرات ΔN با انتخاب های متفاوت از مقادیر صحیح ΔN_1 و ΔN_2

ΔN	Diff.	ΔN_1	ΔN_2	ΔN	Diff.	ΔN_1	ΔN_2
-11.42	1.00	-5	5	-3.72	0.16	-5	-1
-10.42	0.29	-4	5	-3.56	0.14	-1	2
-10.13	0.71	-5	4	-3.42	0.14	3	5
-9.42	0.29	-3	5	-3.28	0.15	-2	1
-9.13	0.28	-4	4	-3.13	0.13	2	4
-8.85	0.43	-5	3	-3.00	0.15	-3	0
-8.42	0.29	-2	5	-2.85	0.13	1	3
-8.13	0.29	-3	4	-2.72	0.16	-4	-1
-7.85	0.28	-4	3	-2.56	0.12	0	2
-7.56	0.29	-5	2	-2.44	0.02*	-5	-2
-7.42	0.14	-1	5	-2.42	0.14	4	5
-7.13	0.29	-2	4	-2.28	0.15	-1	1
-6.85	0.28	-3	3	-2.13	0.13	3	4
-6.56	0.29	-4	2	-2.00	0.15	-2	0
-6.42	0.14	0	5	-1.85	0.13	2	3
-6.28	0.14	-5	1	-1.52	0.16	-3	-1
-6.13	0.15	-1	4	-1.56	0.12	1	2
-5.85	0.28	-2	-3	-1.44	0.02*	-4	-2
-5.56	0.29	-3	2	-1.42	0.14	5	5
-5.42	0.14	1	5	-1.28	0.13	0	1
-5.28	0.14	-4	1	-1.15	0.02*	-5	-3
-5.13	0.15	0	4	-1.13	0.13	4	4
-5.00	0.13	-5	0	-1.00	0.15	-1	0
-4.85	0.15	-1	3	-0.85	0.13	3	3
-4.56	0.29	-2	2	-0.72	0.16	-2	-1
-4.42	0.14	2	5	-0.56	0.12	2	2
-4.28	0.14	-3	1	-0.44	0.16	-3	-2
-4.13	0.15	1	4	-0.28	0.13	1	1
-4.00	0.13	-4	0	-0.15	0.02*	-4	-3
-3.85	0.15	0	3	-0.13	0.13	5	4
-3.72	0.13	-5	-1	0.00	0.13	0	0

چهار سطر از اختلافات مرتبه اول ΔN ها مندرج در جدول (۳) که با علامت * مشخص شده اند، از حداقل قدرت تفکیک پذیری ۰.۰۷ دور کوچکترند. این بدان معنی است که نویز اندازه گیری از تفاوت بین دو ΔN بزرگتر است و تشخیص بروز جهش فاز را با ابهام روپرتو می کند. با نگاهی دقیق به چهار سطر ستاره دار (*) متوجه می شویم که در آنها ΔN_1 برابر $5 \pm$ می باشد. بنابراین با حذف $5 \pm$ و $\Delta N_1 = \pm 5$ می توان به راحتی جداسازی جهش فازها را تا $4 \pm$ دور بدون هیچ ابهامی انجام داد. بنابراین $\Delta N_2 = \pm 5$ می توان به این نتیجه مهم دست یافت که در صورت استفاده از سایر روش ها و تعیین جهش فازهای ΔN_1 و ΔN_2 با دقت حدود $5 \pm$ دور، می توان برای تعیین دقیق آنها از ترکیب باقیمانده یونسferی به شرح بالا بهره برد.

علاوه بر موارد فوق، روش های دیگری نیز در سال های اخیر برای تشخیص و جداسازی جهش فاز ارائه شده اند. ترکیب داده های سامانه های ناوبری ماهواره ای (GNSS) و داده های سامانه های ناوبری اینرسیا (INS) یکی از همین روش های جدید است که استفاده از آن رو به گسترش است.

ابهام فاز و روش های حل آن

ابهام فاز در مشاهدات GPS به تعداد دورهای کامل یک موج تا قبل از لحظه برقراری ارتباط بین گیرنده و فرستنده اطلاق می گردد. توجه به ماهیت صحیح بودن ابهام فاز به عنوان یک قید اساسی در مشاهدات فاز باعث افزایش صحت برآورد موقعیت می شود. بایستی توجه داشت که این ویژگی فقط در معادلات مشاهدات فاز مطلق و تفاضلی دوگانه قابل استفاده می باشد. متداولترین روش های حل ابهام فاز، روش های جستجوی ابهام فاز می باشد که بر اساس نظریه برآورد عدد صحیح، طراحی و توسعه داده شده اند. روش LAMBDA به عنوان یکی از شاخص ترین این روش ها، بر اساس برآورد کمترین مربعات صحیح بوده که علاوه بر توانایی برآورد مقادیر ابهام فاز، قابلیت اندازه گیری میزان اعتماد پذیری مقادیر برآورد شده را به کمک کمیتی موسوم به نرخ موفقیت (success-rate) دارد و مقدار آن با گذشت مدت زمان اندازه گیری، افزایش می یابد.

چنانچه ماهیت صحیح بودن ابهام های فاز را نادیده بگیریم در آن صورت می توان به کمک مشاهدات پیوسته در یک زمان نسبتا طولانی آنها را به همراه سایر مجهولات برآورد کرد این ایده در روش های هندسی مطرح می باشد. البته توجه به صحیح بودن ماهیت ابهام های فاز به عنوان بخشی از پارامترهای مجهول در فرآیند سرشکنی کمترین مربعات، می تواند به طور قابل ملاحظه ای باعث افزایش اعتبار و صحت مجهولات گردد. به همین دلیل بکارگیری مشاهدات فاز در تعیین موقعیت بویژه تعیین موقعیت نسبی، یکی از روش های دقیق تلقی می شود.

بر اساس Seeber (2003) روش های حل ابهام فاز را می توان به دسته های زیر تقسیم کرد.

• روش های هندسی یا جستجو در فضای مختصات (coordinate domain search)

• ترکیب مشاهدات کد و فاز یا جستجو در فضای مشاهدات (observation domain search)

• روش های جستجوی ابهام فاز (ambiguity search methods)

• روش های ترکیبی (combined methods)

در این فصل ابتدا مروری بر ساختار مشاهدات فاز در سامانه های ناوبری ماهواره ای و شرط استفاده از ویژگی صحیح بودن ابهام فاز خواهیم داشت. سپس به صورت اجمالی به بررسی روش های هندسی و ترکیب مشاهدات کد و فاز می پردازیم. پس از آن به برآورد صحیح و بررسی روش LAMBDA به عنوان یکی از روش های شاخص در جستجوی ابهام فاز می پردازیم. در آخر نیز به برخی از موانع عملی موجود بر سر راه حل ابهام فاز اشاره می شود.

ساختار مشاهدات فاز

فرض کنید t_0 تاخیر زمانی به علت فاصله بین ماهواره δ و گیرنده τ در چارچوب مرجع زمان سامانه ناوبری ماهواره ای در زمان دریافت سیگنال t توسط گیرنده باشد. در این صورت موج حامل تولید شده توسط ماهواره از زمان مرجع t_0 تا لحظه $t - \tau$ به صورت زیر بیان می شود.

$$\varphi^s(t - t_r^s) = \varphi^s(t_0) + f[(t - t_r^s) + \delta t^s - (t_0 + \delta t_0^s)] \quad (13)$$

که در آن $(t_0)^s$ فاز اولیه، f فرکانس نوسان ساز و δt^s خطای ساعت ماهواره می باشد.

به طور مشابه برای موج حامل تولید شده توسط گیرنده از زمان مرجع t_0 تا لحظه دریافت t می توان رابطه زیر را نوشت.

$$\varphi_r(t) = \varphi_r(t_0) + f[(t + \delta t_r) - (t_0 + \delta t_{0r})] \quad (14)$$

در نهایت گیرنده مقدار اختلاف این دو کمیت را به همراه یک مجھول صحیح ابهام فاز، اندازه گیری می کند.

$$\varphi_r^s(t) = \varphi_r(t) - \varphi^s(t - t_r^s) + N_r^s + \varepsilon(\varphi_r^s(t)) \quad (15)$$

که در آن N_r^s مجھول ابهام فاز اولیه با ماهیت یک عدد صحیح و $\varepsilon(\varphi_r^s(t))$ نویز مشاهده فاز می باشد. با جایگذاری روابط (13) و (14) در معادله مشاهده (15) به معادله زیر می رسیم.

$$\varphi_r^s(t) = \frac{1}{\lambda} \rho_r^s(t) + f(\delta t_r - \delta t^s) + A_r^s + \varepsilon(\varphi_r^s(t)) \quad (16)$$

که در آن پارامتر A_r^s به صورت زیر بدست می آید.

$$A_r^s = [N_r^s + \varphi_r(t_0) - f\delta t_r(t_0) - \varphi^s(t_0) + f\delta t^s(t_0)] \quad (17)$$

بنابراین کمیت جدید $A_{\eta_2}^{s_2}$ را می توان ابهام فاز تلقی کرد که دیگر ماهیت صحیح بودن ندارد. بنابراین در معادلات مشاهدات مطلق نمی توان از ویژگی صحیح بودن ابهام فاز به عنوان یک قید در معادلات استفاده کرد. برای رفع این مشکل با توجه به رابطه (۱۷) می توان با بکارگیری مشاهدات تفاضلی دوگانه، اربیسی های ایجاد شده در مقدار ابهام فاز را حذف کرد و در نتیجه مطابق رابطه زیر مقدار ابهام فاز در معادله مشاهده تفاضلی دوگانه ماهیت صحیح بودن را پیدا می کند.

$$A_{\eta_2}^{s_2} = (A_{\eta_2}^{s_2} - A_{\eta_1}^{s_2}) - (A_{\eta_2}^{s_1} - A_{\eta_1}^{s_1}) = N_{\eta_2}^{s_2} - N_{\eta_2}^{s_1} - N_{\eta_1}^{s_1} + N_{\eta_1}^{s_2} = N_{\eta_2}^{s_2} \quad (18)$$

بنابراین بایستی توجه داشت که استفاده از قید صحیح بودن ابهام فاز فقط در مشاهدات تفاضلی دوگانه فاز معتبر است. در ادامه به بررسی روش های ابهام فاز می پردازیم.

أنواع روش های حل ابهام فاز

• روش های هندسی

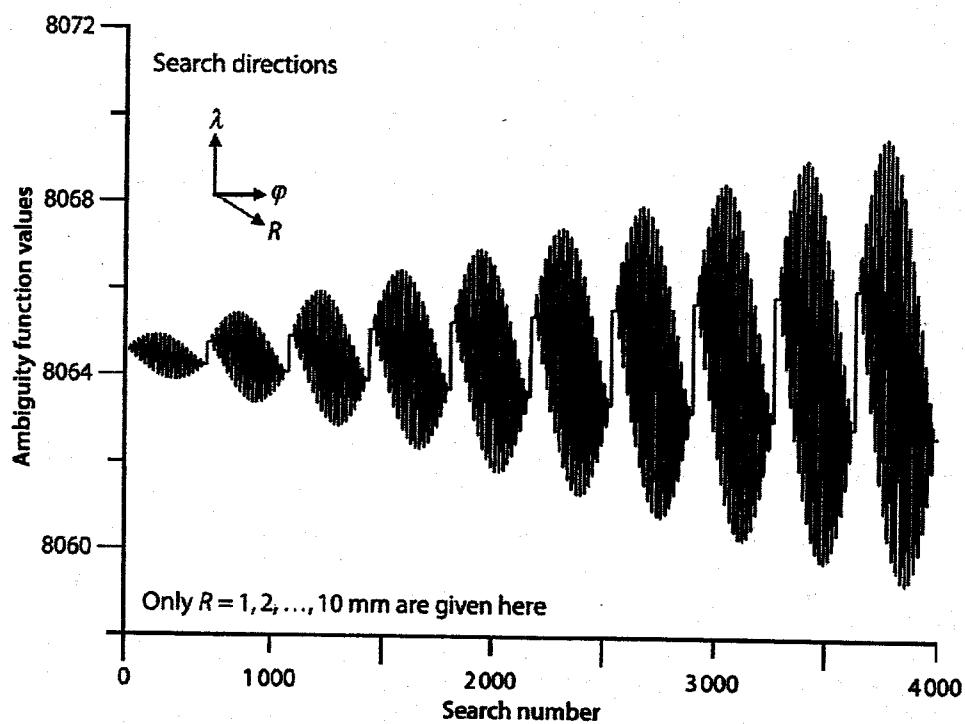
اساس کار این روش ها برآورد ابهام فاز به صورت حقیقی به همراه سایر پارامترهای مجھول می باشد (Remondi, 1984). در این روش ها، بایستی از مشاهدات به صورت پیوسته استفاده شود یکی از شرایط استفاده از این روش ها تغییر هندسه ماهواره ها به میزان کافی می باشد، به این معنا که زمان لازم جهت فاصله گرفتن ماهواره از موقعیت ابتدایی آن بایستی زیاد باشد. در نتیجه جهت برآورد مقادیر ابهام فاز با استفاده از این روش ها، معمولاً بایستی اندازه گیری در یک مدت زمان نسبتاً طولانی انجام گیرد. بایستی توجه داشت که این روش ها به پدیده جهش فاز (cycle slip) حساس می باشند. همچنین این روش ها متأثر از سایر خطاهای نظیر یونسфер، تروپوسфер، خطای مداری و ... نیز می باشند. اما یکی از محسن این روش ها این است که به تعداد کمی از ماهواره ها نیاز دارد. البته بایستی توجه داشت که در این روش ها از ویژگی صحیح بودن ابهام فاز هیچگونه استفاده ای نمی شود. در نهایت با توجه به زمان کافی جهت حل ابهام فاز، مقدار برآورد شده به تزدیکترین عدد صحیح گرد می شود.

یکی از انواع روش های هندسی، روش تابع ابهام فاز می باشد. اساس کار این روش، بیشینه سازی

مقدار تابع ابهام فاز می باشد که به صورت زیر بیان می شود (Remondi, 1984).

$$\sum_{k=1}^{n_t} \left| \sum_{j=1}^{n_r} \exp[2\pi i(\varphi_j(t_k) - \rho_j(t_k)/\lambda)] \right| \Rightarrow \text{Maximum} \quad (19)$$

که در آن n_r و n_t به ترتیب اپک های زمانی و تعداد ماهواره ها در هر اپک می باشد. تاکنون هیچ دلیل ریاضی جهت توجیه بیشینه سازی مقدار تابع ابهام فاز ارائه نشده است (Xu, 2007). هرچند به صورت تجربی اثبات شده است که با گذشت زمان اندازه گیری، مقدار تابع ابهام فاز زیاد می شود (نگاره (۲)). امروزه از این روش استفاده چنانی نمی شود.



نگاره ۲- افزایش تابع ابهام فاز در طول مدت زمان اندازه گیری

• ترکیب مشاهدات کد و فاز

اولین بار Wubbena و دیگران در سال 1985 و Melbourne یکدیگر، ایده ترکیب مشاهدات کد و فاز را به عنوان روشی نوین جهت حل ابهام فاز ارائه کردند. اساس کار در این روش، استفاده از ترکیب تفاضلی مشاهده فاز و کد به صورت زیر است.

$$\Phi_r^s - P_r^s = \lambda N_r^s + dr + \varepsilon \quad (20)$$

که در آن P_r^s و Φ_r^s به ترتیب مشاهده کد و فاز و dr باقیمانده خطاهای مختلف اثر گذار بر مشاهدات می باشند. همانگونه که از معادله (20) پیداست، این ترکیب مستقل از هندسه گیرنده و ماهواره است و به همین دلیل گاهی روش مستقل از هندسه نیز نامیده می شود. در این روش فرض بر این است که مشاهده کد و فاز هم دقت می باشد که در نتیجه این فرض، بایستی گیرنده با سطح نویز پایین جهت اندازه گیری مشاهدات کد موجود باشد. همچنین بسته به قدرت تفکیک مورد نیاز و توانایی حل ابهام فاز به ترتیب از ترکیبات نوار باریک (Wide lane) و نوار پهن (Narrow lane) استفاده می شود. یکی از مهمترین شاخص های این روش، امکان حل ابهام فاز در طول مبنا های بلند می باشد. باید توجه نمود که این روش نسبت به خطای چند مسیری حساس می باشد.

• روش های جستجوی ابهام فاز

امروزه این روش ها از متداولترین روش های حل ابهام فاز می باشند. اساس کار در این روش ها استفاده از نظریه برآورد عدد صحیح می باشد. در این روش ها، ابتدا مقادیر ابهام فاز به همراه سایر مجهولات به صورت حقیقی برآورد می شوند، سپس این مقادیر حقیقی به مقادیر صحیح نگاشت می شوند و در آخر نیز سایر پارامترها با توجه به مقادیر صحیح ابهام فاز، تصحیح می شوند. از ویژگی های این روش ها، سریع بودن و در نتیجه قابلیت بکارگیری آنها در روش های تعیین موقعیت کینماتیک می باشد. البته باید توجه داشت که این روشها نیز به خطاهای سیستماتیک حساس هستند.

انواع این روش ها در جدول (۴) آمده است. در میان این روش ها، روش FARA و روش LAMBDA از اهمیت بالایی بر خوردار هستند و به همین دلیل در ادامه به بررسی روش LAMBDA پردازیم.

جدول ۴- روش های مختلف جستجوی ابهام فاز برای حل ابهام فاز

Method	Name	References
Least-Squares Ambiguity Search Technique	LSAST	Hatch (1990)
Fast Ambiguity Resolution Approach	FARA	Frei and Beutler (1990)
Modified Cholesky decomposition		Euler and Landau (1992)
Least-squares AMBiguity Decorrelation Adjustment	LAMBDA	Teunissen (1993)
Null method		Martín-Neira et al. (1995); Fernández-Plazaola et al. (2004)
Fast Ambiguity Search Filter	FASF	Chen and Lachapelle (1995)
Three Carrier Ambiguity Resolution	TCAR	Harris (1997)
Integrated TCAR		Vollath et al. (1998)
Optimal Method for Estimating GPS Ambiguities	OMEGA	Kim and Langley (1999)
Cascade Integer Resolution	CIR	Jung et al. (2000)

برآورد عدد صحیح بروش LAMBDA

اساس این روش بکارگیری روش سرشکنی کمترین مربعات در همبستگی زدایی ابهام فاز است (Teunissen, 1993). در ابتدا برای حل همزمان مجهولات ابهام فاز و سایر مجهولات باید دستگاه معادلات زیر را در نظر گرفت.

$$\underline{y} = \underline{A}\underline{x} + \underline{A}_N \underline{N} \quad (21)$$

که در آن \underline{y} بردار کمیت های مشاهداتی نظیر مشاهدات تفاضلی دوگانه، \underline{A} و \underline{A}_N ماتریس های طرح مدل، \underline{N} بردار ابهام فازهای مجهول و \underline{x} بردار سایر پارامترها مجهول نظیر مولفه های طول مبنا یا

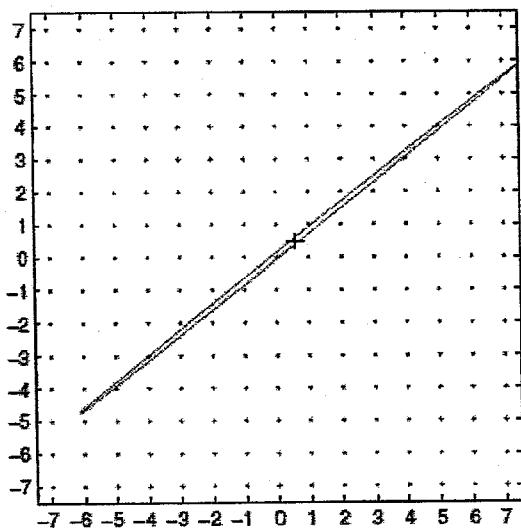
همان بردار اختلاف مختصات ها می باشد. بایستی توجه داشت که در این دستگاه برخی از پارامترها نظیر ابهام فازها، اعدادی صحیح می باشند و نمی توان به شیوه معمول کمترین مربعات، مقادیر آنها را برآورد کرد. همانطور که قبلاً گفته شد در مرحله اول مجموعه تمام مجھولات به روشن معمول کمترین مربعات برآورد می شوند که به جواب های شناور (float solution) معروف هستند که به همراه ماتریس وریانس کوریانس بردار مجھولات به صورت زیر بیان می شوند.

$$\begin{bmatrix} \hat{x} \\ \hat{N} \end{bmatrix}, \quad \underline{C} = \begin{bmatrix} C_{\epsilon} & C_{\epsilon N} \\ C_{N\epsilon} & C_N \end{bmatrix} \quad (22)$$

حال بایستی یک نگاشت بیابیم که جواب های شناور ابهام فاز را به مقادیر صحیح تبدیل کند لذا از ایده کمینه سازی وزندار اختلاف جواب های شناور ابهام فاز (\hat{N}) و جواب های صحیح ابهام فاز (\underline{N}) استفاده می کنیم.

$$(\hat{N} - \underline{N})^T \underline{C}^{-1} (\hat{N} - \underline{N}) = \min \quad (23)$$

بنابراین یک راه حل ساده برای نیل به مقصود فوق، گرد کردن هر یک از جواب های شناور به نزدیکترین عدد صحیح بدون در نظر گرفتن همبستگی بین آنها می باشد. اما راه حل مناسب تر، گرد کردن جواب های شناور با در نظر گرفتن همبستگی بین مقادیر ابهام فاز می باشد. معمولاً ماتریس وریانس $\underline{C}_{\hat{N}}$ یک ماتریس پر است که بیانگر همبستگی بین مقادیر ابهام فاز برآورد شده است. در عمل فضای جستجو به علت همبستگی زیاد بین مقادیر شناور ابهام فاز به یک ابر بیضوی بسیار کشیده تبدیل می شود که جستجو را وقت گیر و حتی غیر ممکن می سازد. نمونه چنین فضای جستجو می توان برای حالت دو بعدی در نگاره (۳) دید.



نگاره ۳- فضای جستجو در حالتی که همبستگی بین ابعاد فاز های شناور زیاد باشد

هدف در روش LAMBDA، یافتن الگوریتمی سریع و در عین حال دقیق می باشد. یک راه حل ممکن، بکارگیری یک تبدیل جهت کاهش همبستگی می باشد. با توجه به متقارن بودن ماتریس وریانس کوریانس، می دانیم که می توان یک تبدیل بدست آورد که به صورت کامل، همبستگی بین مجهولات را از بین ببرد، حال آنکه برای مجاز بودن این تبدیل بایستی اعداد صحیح به اعداد صحیح نگاشته شوند که شرط آن، صحیح بودن همه المان های آن تبدیل است. در نتیجه به صورت کامل نمی توان همبستگی را از بین برد، بلکه تنها می توان آن را کاهش داد. این تبدیل به تبدیل عدد صحیح گوس معروف است. برای رسیدن به یک ماتریس وریانس کوریانس با همبستگی کاهش یافته می توان از یک ماتریس تبدیل مانند \underline{Z} استفاده کرد.

$$\begin{aligned} \underline{N}' &= \underline{Z} \underline{N} \\ \hat{\underline{N}}' &= \underline{Z} \hat{\underline{N}} \\ \underline{C}_{\hat{\underline{N}}'} &= \underline{Z} \underline{C}_{\hat{\underline{N}}} \underline{Z}^T \end{aligned} \tag{۲۴}$$

البته همانطور که گفته شد باید توجه نمود که این ماتریس تبدیل ماهیت صحیح بودن ابهام فازها را حفظ نماید. لذا ماتریس تبدیل \underline{Z} باید سه شرط زیر را تأمین نماید.

(۱) درایه های ماتریس تبدیل \underline{Z} باید اعداد صحیح باشند.

(۲) تبدیل باید حجم (فضای جستجو) را حفظ نماید. برای مثال در حالت دو بعدی سطح جستجو یک بیضی خواهد بود که باید ثابت باقی بماند.

(۳) تبدیل باید حاصل ضرب تمام وریانس های ابهام فازها را کاهش دهد.

تبدیل گوس یکی از تبدیل هایی است که هر سه شرط فوق را داراست که در حالت دو بعدی به

صورت زیر نمایش داده می شود.

$$\underline{Z}_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \alpha_1 & 1 \end{bmatrix}, \quad \alpha_1 = -INT\left(\sigma_{\hat{N}_1 \hat{N}_2} / \sigma_{\hat{N}_1}^2\right) \quad (25)$$

با توجه به این واقعیت که نقش دو ابهام \hat{N}_1 و \hat{N}_2 را می توان با یکدیگر عوض نمود یا به عبارت بهتر فقط یکی از آنها تبدیل نمود، رابطه (۲۵) به صورت زیر هم قابل نمایش است.

$$\underline{Z}_2 = \begin{bmatrix} 1 & \alpha_2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \alpha_2 = -INT\left(\sigma_{\hat{N}_1 \hat{N}_2} / \sigma_{\hat{N}_2}^2\right) \quad (26)$$

عملگر INT در روابط (۲۵) و (۲۶) گویای گرد کردن به نزدیکترین عدد صحیح است. چنانچه از رابطه (۲۶) استفاده نماییم، ابهام فازهای تبدیل یافته از رابطه زیر به دست می آیند.

$$\begin{bmatrix} \hat{N}'_1 \\ \hat{N}'_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -INT\left(\sigma_{\hat{N}_1 \hat{N}_2} / \sigma_{\hat{N}_2}^2\right) \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{N}_1 \\ \hat{N}_2 \end{bmatrix} \quad (27)$$

به عنوان یک مثال، در نظر بگیرید که پس از سرشکنی کمترین مربعات، ابهام فازهای شناور و ماتریس وریانس کوویانس آنها به شرح زیر به دست آمده است.

$$\hat{N} = \begin{bmatrix} \hat{N}_1 \\ \hat{N}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.05 \\ 1.30 \end{bmatrix}$$

$$C_{\hat{N}} = \begin{bmatrix} \sigma_{\hat{N}_1}^2 & \sigma_{\hat{N}_1 \hat{N}_2} \\ \sigma_{\hat{N}_1 \hat{N}_2} & \sigma_{\hat{N}_2}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 53.4 & 38.4 \\ 38.4 & 28.0 \end{bmatrix}$$

از آنجا که وریانس ابهام فاز شناور \hat{N}_1 بزرگتر از \hat{N}_2 است ($\sigma_{\hat{N}_1}^2 > \sigma_{\hat{N}_2}^2$)، ترجیحاً ابهام فاز شناور \hat{N}_1 را بدون تغییر رها کرده و ابهام فاز شناور \hat{N}_1 را بر اساس Z_2 تبدیل می‌کنیم.

$$\alpha_2 = -NT(\sigma_{\hat{N}_1 \hat{N}_2} / \sigma_{\hat{N}_2}^2) = -INT(38.4/28.0) = -1$$

$$Z_2 = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$C_{\hat{N}'} = Z_2 C_{\hat{N}} Z_2^T = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 53.4 & 38.4 \\ 38.4 & 28.0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$C_{\hat{N}'} = \begin{bmatrix} 4.6 & 10.4 \\ 10.4 & 28.0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \hat{N}'_1 \\ \hat{N}'_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -INT(\sigma_{\hat{N}_1 \hat{N}_2} / \sigma_{\hat{N}_2}^2) \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{N}_1 \\ \hat{N}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1.05 \\ 1.30 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \hat{N}'_1 \\ \hat{N}'_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.25 \\ 1.30 \end{bmatrix}$$

$$\underline{r}_k = \begin{bmatrix} r_k \cos f_k \\ r_k \sin f_k \\ 0 \end{bmatrix} \quad (57)$$

۱۱- تبدیل مختصات مداری ماهواره به مختصات فضای چسب:

$$\underline{\rho}_k = \underline{R} \underline{r}_k \quad (58)$$

که ماتریس دوران \underline{R} به صورت زیر معرفی می شود

$$\underline{R} = \begin{bmatrix} \cos \Omega \cos \omega - \sin \Omega \sin \omega \cos i & -\cos \Omega \sin \omega - \sin \Omega \cos \omega \cos i & \sin \Omega \sin i \\ \sin \Omega \cos \omega + \cos \Omega \sin \omega \cos i & -\sin \Omega \sin \omega - \cos \Omega \cos \omega \cos i & -\cos \Omega \sin i \\ \sin \omega \sin i & \cos \omega \sin i & \cos i \end{bmatrix}$$

در نهایت برای تبدیل بردار مختصات ماهواره از دستگاه مختصات فضای چسب به دستگاه مختصات زمینی قراردادی از پارامترهای توجیه زمین ($\theta = GAST$, x_p, y_p) استفاده می شود.

یک توضیح مختصر از ساختار اطلاعات مداری در پیام های ناوبری در فرمت RINEX به صورت زیر در جدول (۳) دیده می شود. برای توضیح بیشتر به <http://www.ngs.noaa.gov/CORS/Rinex2.html> مراجعه نمایید.

جدول ۳- ساختار اطلاعات مداری در پیام های ناوبری در فرمت RINEX

TABLE A4 GPS NAVIGATION MESSAGE FILE - DATA RECORD DESCRIPTION		
OBS. RECORD	DESCRIPTION	FORMAT
PRN / EPOCH / SV CLK	- Satellite PRN number - Epoch: Toc - Time of Clock year (2 digits, padded with 0 if necessary) month day hour minute second - SV clock bias (seconds) - SV clock drift (sec/sec) - SV clock drift rate (sec/sec2)	I2, 1X,I2.2, 1X,I2, 1X,I2, 1X,I2, 1X,I2, F5.1, 3D19.12
BROADCAST ORBIT - 1	- IODE Issue of Data, Ephemeris - Crs (meters) - Delta n (radians/sec) - M0 (radians)	3X,4D19.12
BROADCAST ORBIT - 2	- Cuc (radians) - e Eccentricity - Cus (radians) - sqrt(A) (sqrt(m))	3X,4D19.12
BROADCAST ORBIT - 3	- Toe Time of Ephemeris (sec of GPS week) - Cic (radians) - OMEGA (radians) - CIS (radians)	3X,4D19.12
BROADCAST ORBIT - 4	- i0 (radians) - Crc (meters) - omega (radians) - OMEGA DOT (radians/sec)	3X,4D19.12
BROADCAST ORBIT - 5	- IDOT (radians/sec) - Codes on L2 channel - GPS Week # (to go with TOE) Continuous number, not mod(1024)! - L2 P data flag	3X,4D19.12
BROADCAST ORBIT - 6	- SV accuracy (meters) - SV health (bits 17-22 w 3 sf 1) - TGD (seconds) - IODC Issue of Data, Clock	3X,4D19.12
BROADCAST ORBIT - 7	- Transmission time of message *) (sec of GPS week, derived e.g. from Z-count in Hand Over Word (HOW) - Fit interval (hours) (see ICD-GPS-200, 20.3.4.4) Zero if not known - spare - spare	3X,4D19.12

مدل ریاضی تعیین موقعیت نقطه ای با سنجه فاز (۱ اچ)

برای سنجه فاز در هر لحظه معادله مشاهده ساده شده زیر را مجدداً در نظر می‌گیریم که حاوی مجهولات مختصات ایستگاه (X_i, Y_i, Z_i), ابهام فاز اولیه بین گیرنده و ماهواره (N_i^j) و ساعت گیرنده (δt_i) می‌باشد.

$$\Phi_i^j(t) = \rho_i^j(t) + \lambda N_i^j + c \delta t_i(t) \quad (58)$$

فرآیند تعیین موقعیت در این حالت شبیه حالت قبلی است. اگر در معادله فاز حامل جمله (ρ_i^j) را خطی کنیم و سپس عبارات معلوم را به سمت چپ منتقل کنیم به رابطه زیر خواهیم رسید.

$$\begin{aligned} \Phi_i^j(t) - \rho_0^j(t) = & -\frac{X^j(t) - X_0}{\rho_0^j(t)} \Delta X_i - \frac{Y^j(t) - Y_0}{\rho_0^j(t)} \Delta Y_i - \frac{Z^j(t) - Z_0}{\rho_0^j(t)} \Delta Z_i \\ & + \lambda N_i^j + c \delta t_i(t) \end{aligned} \quad (59)$$

با مقایسه معادله فوق با معادله متناظر با آن برای سنجه کد متوجه می‌شویم که تعداد مجهولات بوسیله ابهام های فاز اولیه افزایش پیدا می‌کند. با در نظر گرفتن نمادهایی مشابه حالت سنجه کد برای مشتقات جزئی و اختلاف مشاهدات فاز و فواصل تقریبی، معادله فوق را به صورت زیر نمایش می‌دهیم.

$$l_i^j(t) = a_{Xi}^j \Delta X_i + a_{Yi}^j \Delta Y_i + a_{Zi}^j \Delta Z_i + \lambda N_i^j + c \delta t_i(t) \quad (60)$$

که در آن

$$l_i^j(t) = \Phi_i^j(t) - \rho_0^j(t) \quad (61)$$

$$a_{xi}^j = -\frac{X^j(t) - X_0}{\rho_0^j(t)}$$

$$a_{yi}^j = -\frac{Y^j(t) - Y_0}{\rho_0^j(t)}$$

$$a_{zi}^j = -\frac{Z^j(t) - Z_0}{\rho_0^j(t)}$$

حال به طور کلاسیک با در نظر گرفتن چهار ماهواره ($j = 1, 2, 3, 4$) معادلات مشاهدات مربوط به آن را به صورت زیر می نویسیم.

\times

$$l_i^1(t) = a_{xi}^1 \Delta X_i + a_{yi}^1 \Delta Y_i + a_{zi}^1 \Delta Z_i + \lambda N_i^1 + c \delta t_i(t) \quad (62)$$

$$l_i^2(t) = a_{xi}^2 \Delta X_i + a_{yi}^2 \Delta Y_i + a_{zi}^2 \Delta Z_i + \lambda N_i^2 + c \delta t_i(t)$$

$$l_i^3(t) = a_{xi}^3 \Delta X_i + a_{yi}^3 \Delta Y_i + a_{zi}^3 \Delta Z_i + \lambda N_i^3 + c \delta t_i(t)$$

$$l_i^4(t) = a_{xi}^4 \Delta X_i + a_{yi}^4 \Delta Y_i + a_{zi}^4 \Delta Z_i + \lambda N_i^4 + c \delta t_i(t)$$

ساختار ماتریسی معادلات فوق به صورت زیر خواهد بود.

$$\underline{L} = \underline{AX} \quad (63)$$

که عناصر \underline{A} ، \underline{L} و \underline{X} به صورت زیر می باشند.

$$\underline{L} = \begin{bmatrix} \Phi_i^1(t) - \rho_0^1(t) \\ \Phi_i^2(t) - \rho_0^2(t) \\ \Phi_i^3(t) - \rho_0^3(t) \\ \Phi_i^4(t) - \rho_0^4(t) \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} \frac{X^1(t) - X_0}{\rho_0^1(t)} & \frac{Y^1(t) - Y_0}{\rho_0^1(t)} & \frac{Z^1(t) - Z_0}{\rho_0^1(t)} & \lambda & 0 & 0 & 0 & c \\ \frac{X^2(t) - X_0}{\rho_0^2(t)} & \frac{Y^2(t) - Y_0}{\rho_0^2(t)} & \frac{Z^2(t) - Z_0}{\rho_0^2(t)} & 0 & \lambda & 0 & 0 & c \\ \frac{X^3(t) - X_0}{\rho_0^3(t)} & \frac{Y^3(t) - Y_0}{\rho_0^3(t)} & \frac{Z^3(t) - Z_0}{\rho_0^3(t)} & 0 & 0 & \lambda & 0 & c \\ \frac{X^4(t) - X_0}{\rho_0^4(t)} & \frac{Y^4(t) - Y_0}{\rho_0^4(t)} & \frac{Z^4(t) - Z_0}{\rho_0^4(t)} & 0 & 0 & 0 & \lambda & c \end{bmatrix}$$

جواب
نام
نام
نام

بنگرینده چهار ماهواره

در تعیین موقعیت مجهول بنگرینده داریم
دو ماهواره روز رو تابیل دلخواه است چهارم

$$X = \begin{bmatrix} \Delta X_i \\ \Delta Y_i \\ \Delta Z_i \\ N_i^1 \\ N_i^2 \\ N_i^3 \\ N_i^4 \\ \delta t_i(t) \end{bmatrix} \rightarrow$$

اولین
دومین
سومین
چهارمین
پنجمین
ششمین
هفتمین
هشتمین

از معادلات فوق به روشی پیداست که با چهار معادله مشاهده نمی‌توان هشت مجهول را بدست آورد. این نکته مشخص می‌کند که تعیین موقعیت نقطه‌ای با استفاده از فاز حامل نمی‌تواند بصورت آنی بکار رود زیرا اضافه نمودن هر اپک باعث افزایش شدن یک مجهول جدید به دلیل خطای ساعت گیرنده می‌شود. بنابراین برای دو اپک زمانی ۹ مجهول در ازای ۸ معادله مشاهده خواهیم داشت که قابل حل نمی‌باشد. چنانچه مسئله را برای سه اپک در نظر بگیریم، در آن صورت ۱۲ معادله مشاهده و ۱۰ مجهول خواهیم داشت که به روش سرشکنی کمترین مربعات می‌توانیم به مجهولات دست یابیم. در این حالت ۱۰ مجهول عبارتند از سه تصحیح مربوط به مختصات گیرنده ($\Delta X_i, \Delta Y_i, \Delta Z_i$)، چهار مجهول مربوط به ابهام‌های فاز اولیه چهار ماهواره ($N_i^1, N_i^2, N_i^3, N_i^4$) و سه مجهول مربوط به خطاهای ساعت گیرنده در سه اپک ($\delta t_i(t_1), \delta t_i(t_2), \delta t_i(t_3)$). بنابراین با فرض سه اپک مشاهده و توجه به خطاهای باقیمانده در مشاهدات (۲)، می‌توان رابطه زیر را برای سرشکنی تنظیم نمود.

و دل ریاضی تعمیم موقعیت خطی های باز نهاد فاز (۳ اینچ)

(۶۴)

$$\underline{L} + \underline{L} = AX$$

$$\hat{\underline{X}} = (A^T P A)^{-1} A^T P \underline{L}$$

که در آن عناصر \underline{L} , A , \underline{X} به صورت زیر تغییر می یابند

X

$$\underline{L} = \begin{bmatrix} \Phi_i^1(t_1) - \rho_0^1(t_1) \\ \Phi_i^2(t_1) - \rho_0^2(t_1) \\ \Phi_i^3(t_1) - \rho_0^3(t_1) \\ \Phi_i^4(t_1) - \rho_0^4(t_1) \\ \Phi_i^1(t_2) - \rho_0^1(t_2) \\ \Phi_i^2(t_2) - \rho_0^2(t_2) \\ \Phi_i^3(t_2) - \rho_0^3(t_2) \\ \Phi_i^4(t_2) - \rho_0^4(t_2) \\ \Phi_i^1(t_3) - \rho_0^1(t_3) \\ \Phi_i^2(t_3) - \rho_0^2(t_3) \\ \Phi_i^3(t_3) - \rho_0^3(t_3) \\ \Phi_i^4(t_3) - \rho_0^4(t_3) \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} a_{xx}^1(t_1) & a_{yy}^1(t_1) & a_{zz}^1(t_1) & \lambda & 0 & 0 & 0 & c & 0 & 0 \\ a_{xy}^1(t_1) & a_{yy}^1(t_1) & a_{zz}^1(t_1) & 0 & \lambda & 0 & 0 & c & 0 & 0 \\ a_{xz}^1(t_1) & a_{yz}^1(t_1) & a_{zz}^1(t_1) & 0 & 0 & \lambda & 0 & c & 0 & 0 \\ a_{yx}^1(t_1) & a_{yy}^1(t_1) & a_{zz}^1(t_1) & 0 & 0 & 0 & \lambda & c & 0 & 0 \\ a_{xy}^1(t_2) & a_{yy}^1(t_2) & a_{zz}^1(t_2) & \lambda & 0 & 0 & 0 & 0 & c & 0 \\ a_{xz}^1(t_2) & a_{yz}^1(t_2) & a_{zz}^1(t_2) & 0 & \lambda & 0 & 0 & 0 & 0 & c \\ a_{yx}^1(t_2) & a_{yy}^1(t_2) & a_{zz}^1(t_2) & 0 & 0 & \lambda & 0 & 0 & 0 & c \\ a_{xy}^1(t_3) & a_{yy}^1(t_3) & a_{zz}^1(t_3) & \lambda & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c \\ a_{xz}^1(t_3) & a_{yz}^1(t_3) & a_{zz}^1(t_3) & 0 & \lambda & 0 & 0 & 0 & 0 & c \\ a_{yx}^1(t_3) & a_{yy}^1(t_3) & a_{zz}^1(t_3) & 0 & 0 & \lambda & 0 & 0 & 0 & c \end{bmatrix}$$

اچهارم خارجی ماتریس ابتدا مطلع شده
این ماتریس متعادل
خطا ماتریس متعادل می باشد و در اینجا بازگشت می شود
اچهارم خارجی

اینها ایستاده
 Δt $\frac{\Delta t}{\Delta t}$

حدهای اگر این

$$\underline{X} = \begin{bmatrix} \Delta X_i \\ \Delta Y_i \\ \Delta Z_i \\ N_i^1 \\ N_i^2 \\ N_i^3 \\ N_i^4 \\ \delta \alpha_i(t_1) \\ \delta \alpha_i(t_1) \\ \delta \alpha_i(t_1) \end{bmatrix}$$

با اضافه ساختن هر را مطابق حید پر کرد، نظام فاز اعناقه در مکار

از طرفی با توجه به وجود مشاهدات اضافی و وزن های متفاوت برای هر مشاهده (\underline{P}) مجبور به استفاده از روش کمترین مربعات و سرشکنی خطاهای هستیم.

$$\hat{\underline{X}} = (\underline{A}^T \underline{P} \underline{A})^{-1} \underline{A}^T \underline{P} \underline{L} \quad (65)$$