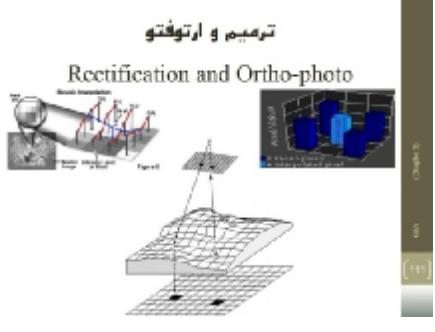
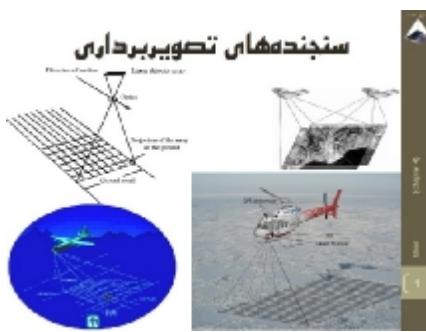
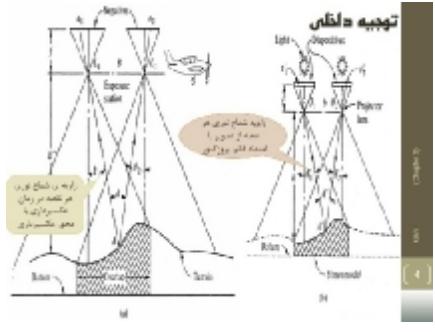
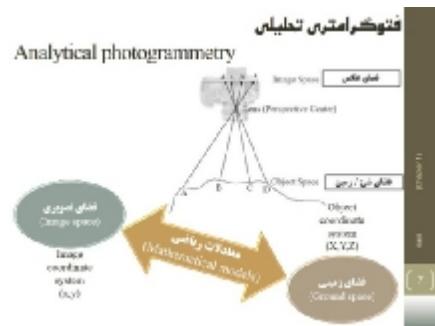
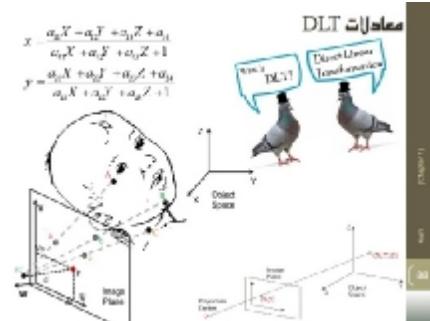
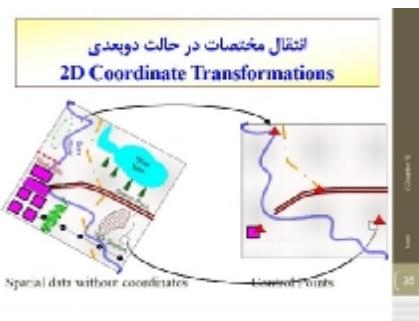


فتوکرامتری



فتوگرامتري تحليلی

- ✓ خطای ناشی از کرویت زمین
 - ✓ خطای ناشی از ناهمواری زمین
 - ✓ خطای ناشی از دوران زمین
 - ✓ خطای ناشی از تیلت
 - ✓ خطای کشیدگی تصویر
 - ✓ خطای تغییر مقیاس در اثر تغییر ارتفاع
 - پرواز

فصل ۱...ص ۳

- | | |
|---|--|
| منابع درس ✓ | |
| تعریف فتوگرامتری ✓ | |
| مروری بر برخی از تعاریف ✓ | |
| سیستم‌های مختصات در فتوگرامتری ✓ | |
| تبیضات بین سیستم‌های مختصات ✓ | |
| معادلات ترانسفورماتیون دو بعدی ✓ | |
| کانفورمال - افاین - پروژکتیو - ✓ | |
| چند جمله‌ای ✓ | |
| ساخت ماتریس دوران ✓ | |
| المان‌های اولری (Ω, Θ, K) ✓ | |
| المان‌های (u, s, t) ✓ | |
| کسینوس‌های هادی ✓ | |
| ماتریس متعامد رودریگز و کیلی ✓ | |
| ماتریس متعامد اسخات ✓ | |
| معادلات ترانسفورماتیون سه بعدی ✓ | |
| کانفورمال - افاین - پروژکتیو - ✓ | |
| چند جمله‌ای ✓ | |
| Rational Function ✓ | |
| معادلات DLT ✓ | |

فصل ۳ ص ۸۸

- | | |
|--------------------------------------|--------------------------------------|
| توجیه داخلی (Interior Orientation) ✓ | توجیه خارجی (Exterior Orientation) ✓ |
| توجیه نسبی (Relative Orientation) ○ | |
| توجیه مطلق (Absolute Orientation) ○ | |
| ترفیع فضایی (Space Resection) ✓ | تقاطع فضایی (Space Intersection) ✓ |
| ترمیم (Rectification) ✓ | |
| ارتوftو (Ortho-photo) ✓ | |
| سلف کالیبراسیون (Self Calibration) ✓ | |

فصل ۴ ص ۱۸۸

- | | |
|--------------------------------|---|
| سکوها | ✓ |
| سنجندهها | ✓ |
| سیستم‌های عکس‌برداری | ✓ |
| هنندسه‌ی تصویربرداری | ✓ |
| سنجنده‌های سطحی (Frame type) | ✓ |
| سنجنده‌های خطی (Point type) | ✓ |
| پوش‌بروم (Pushbroom) ○ | |
| ویسکبروم (whisk_broom) ○ | |
| سنجنده‌های نقطه‌ای (Line type) | ✓ |
| دوربین رقومی Ultracam | ✓ |

فصل ۲۰.....ص ۴۹

- ✓ مروری اجمالی
 - بر مبحث خطاهاي سیستماتیک
 - در فتوگرامتری
 - ✓ خطای تغییر بعد فیلم
 - ✓ خطای اعوچاچ عدسی
 - ✓ خطای عدم انطباق مرکز عکس
 - ✓ خطای انكسار اتمسفر



(Chapter 1)

kiani

[1]

کیانی

منابع:

1. Photogrammetry

By: Francis H. Moffitt and Edward M. Mikhail

انتشارات(نسخه چاپ ایران) : دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی.

2. ELEMENTS OF PHOTOGRAHMETRY

By: Paul R. Wolf, Bon A. Dewitt,

3. Analytical Photogrammetry

By: Sanjib K. Ghosh

۴. مبانی فتوگرامتری - دکتر مجید همراه - انتشارات دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی.

۵. فتوگرامتری تحلیلی - دکتر جلال امینی - انتشارات : دانشگاه تهران.

۶. جزوء فتوگرامتری تحلیلی دکتر ولدان زوج : دانشگاه خواجه نصیر.

(Chapter 1)

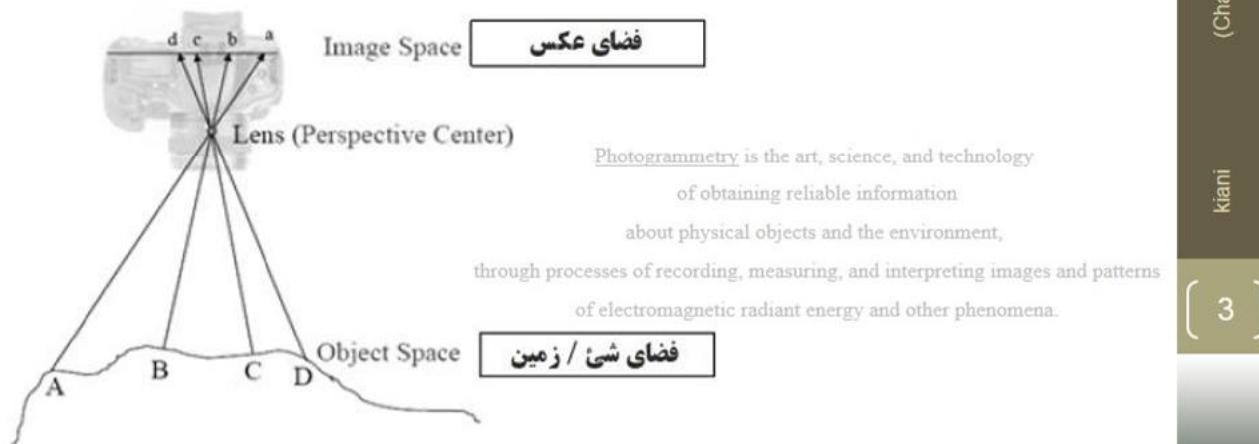
kiani

[2]

تعريف فتوگرامتری

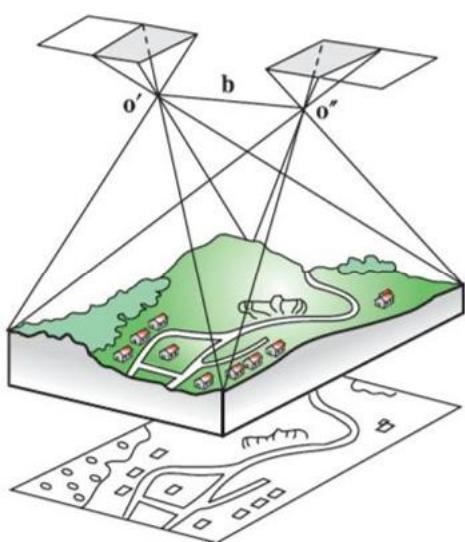
- فتوگرامتری، علم، هنر و تکنولوژی به دست آوردن اطلاعات مطمئن درباره پدیده‌های فیزیکی و محیطی از طریق ثبت، اندازه‌گیری و تفسیر تصاویر و الگوها بر روی عکس‌های هوایی و یا دیگر صورت‌های بازتاب انرژی الکترومغناطیس می‌باشد.

(بر اساس تعریف انجمن فتوگرامتری و سنجش از دور آمریکا).



تعريف فتوگرامتری

در این تعریف دو زمینه کاملاً متفاوت نهفته است که از یکدیگر جدا شده و هر کدام در مسیر خود پیش می‌روند. یکی کسب اطلاعات از طریق ثبت و اندازه‌گیری و دیگری از طریق تعبیر و تفسیر است.



(Chapter 1)

kiani

[4]

(Chapter 1)

kiani

[4]

تعريف فتوگرامتری

(Chapter 1)

kiani

فتوگرامتری متريک:

به منظور تهيه نقشه‌های توپوگرافی به کار می‌رود ضمن اينکه محاسبات ديگری مثل محاسبه سطح، حجم، ارتفاع، زاویه، اندازه و اشكال پديده‌های روی زمین را نيز می‌تواند برآورد کند.

فتوگرامتری تفسيري:

به منظور تشخيص، شناسایی، تجزیه و تحلیل پدیده‌ها بکار می‌رود و عموماً اطلاعات توضیحی و تشریحی جمع آوری می‌کند.



[5]

تعريف فتوگرامتری

(Chapter 1)

kiani

به طور کلی اطلاعاتی که در فتوگرامتری مد نظر ما هستند به دو دسته کمی و کيفی تقسيم می‌شوند.

Quantitative

- اطلاعات کمی به همان بحث اندازه‌گیری در تعريف ارائه شده بر می‌گردد.

Qualitative

- اطلاعات کيفی به تعبير و تفسير تصوير اشاره دارد.

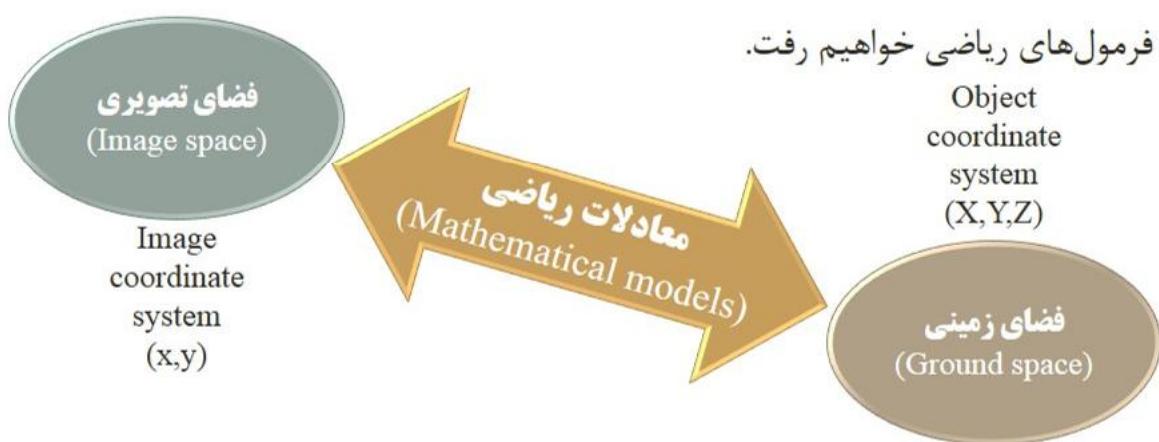
[6]

فتوگرامتری تحلیلی

Analytical photogrammetry

- فتوگرامتری تحلیلی یا فتوگرامتری محاسباتی بر روی اطلاعات کمی کار می‌کند.

هدف: استخراج اطلاعات کمی است ولی کار اندازه‌گیری را نمی‌خواهیم به صورت دستی انجام دهیم، بدین منظور بوسیله کامپیوتر و به صورت محاسباتی می‌توان این کار را انجام داد، که جهت انجام این کار به سراغ راه حل‌های ریاضی و استفاده از فرمول‌های ریاضی خواهیم رفت.

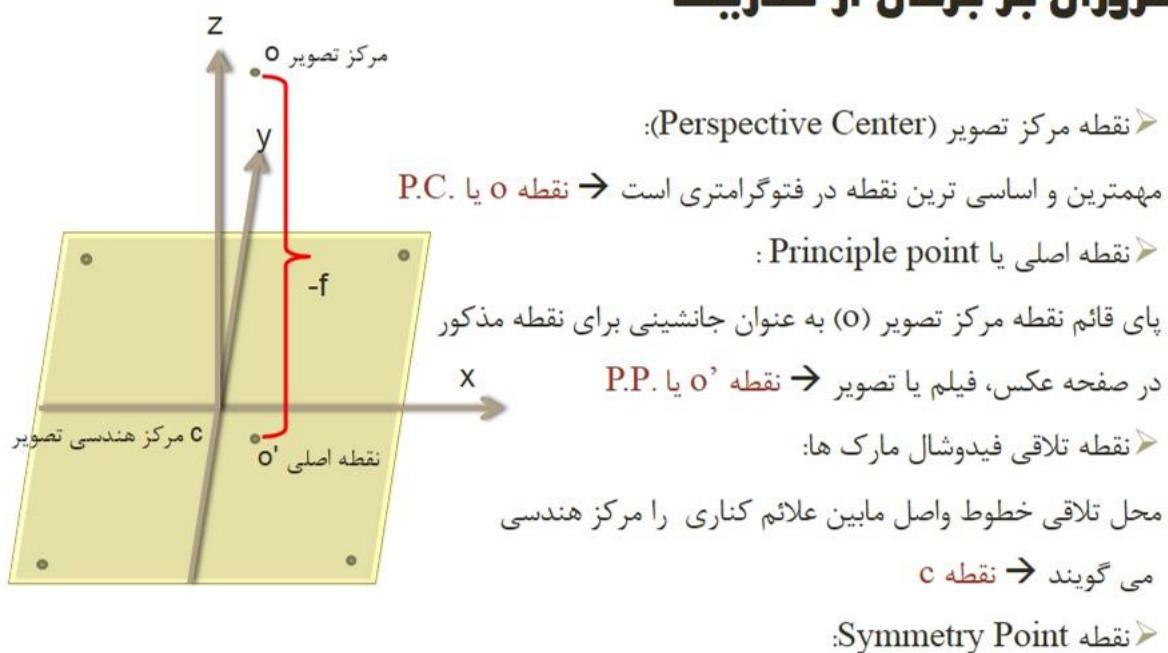


(Chapter 1)

kiani

[7]

مروری بر بخشی از تعاریف



(Chapter 1)

kiani

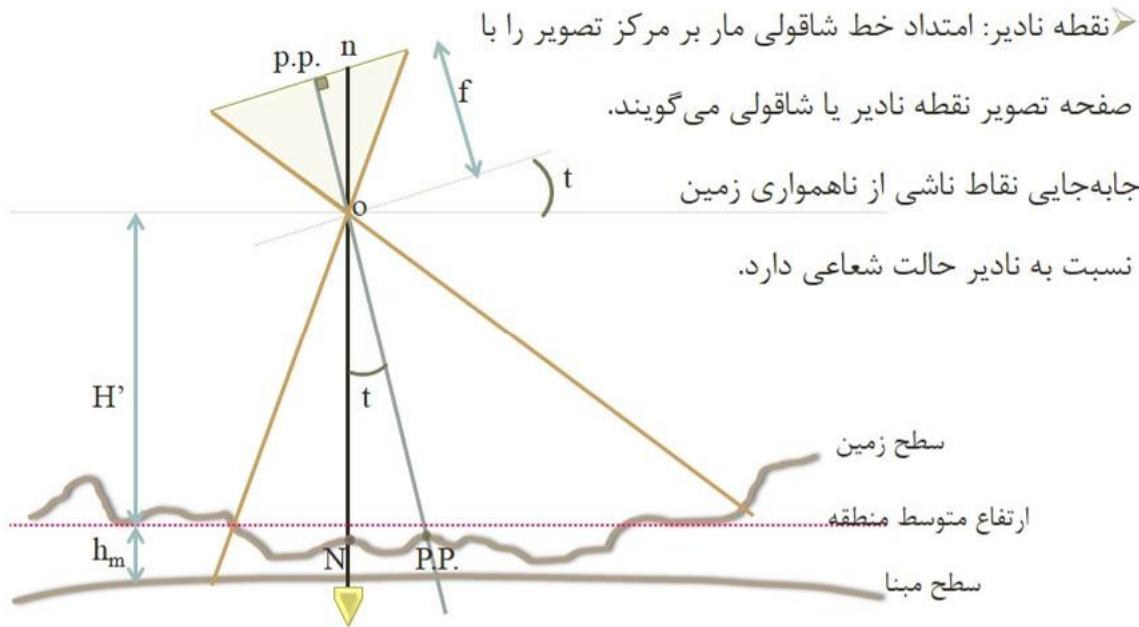
[8]

همه اعوجاجات عدسی نسبت به این نقطه حالت شعاعی دارد. در صورت عدم معرفی مختصات مربوطه می‌توان نقطه مرکز عکس را به جای آن به کار برد.

مرواری بر برحی از تعاریف

► فاصله اصلی Principle distance

فاصله مرکز تصویر (P.C.) تا صفحه تصویر را گویند و با حرف C نمایش می دهند ($f \approx C$).



(Chapter 1)

kiani

[9]

مرواری بر برحی از تعاریف

تفاوت فاصله کانونی و فاصله اصلی در چیست؟

■ در فاصله اصلی تصویر یا عکس در فاصله کانونی (f) قرار می گیرد که بهترین وضوح را خواهد داشت.

(Chapter 1)

kiani

➤ علت: به علت اینکه میزان ارتفاع پرواز در فتوگرامتری هوایی و فضایی بالاست بنابراین خواهیم داشت:

$$\frac{1}{f} + \frac{1}{h} = \frac{1}{c}$$

$$\frac{1}{h} \cong 0$$

$$h \gg c \rightarrow \frac{1}{f} = \frac{1}{c} \Rightarrow f \cong c$$

[10]

مروری بر بخشی از تعاریف

➤ خط بزرگترین شیب (Principle line)

خط وصل دو نقطه مرکز عکس (p.p.) و نقطه نadir (Nadir).

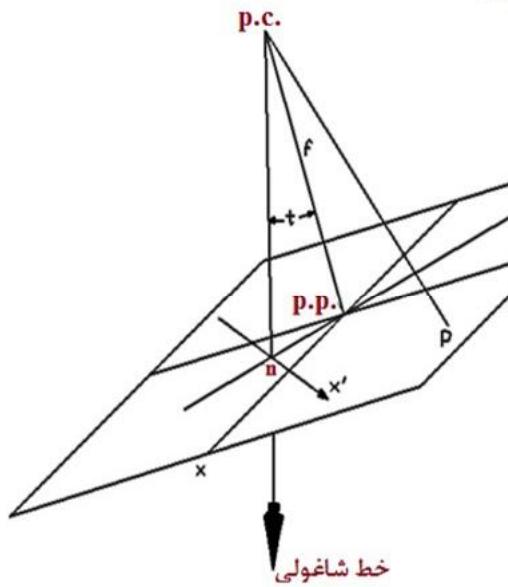
نقاط واقع بر خط بزرگترین شیب، مقیاس متفاوتی دارند.

➤ صفحه اصلی (Principle plane)

صفحه قائمی که از نقطه اصلی (P.P.)

نقطه مرکز تصویر (P.C.)

و خط بزرگترین شیب می گذرد.



(Chapter 1)

kiani

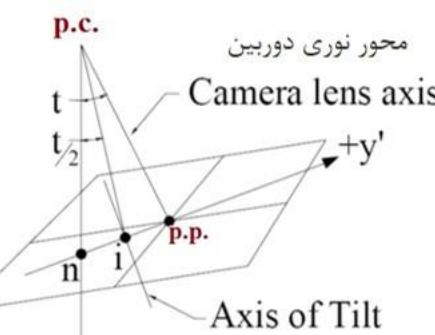
[11]

مروری بر بخشی از تعاریف

➤ نقطه ایزو سنتر (Isocenter)

تلاقی نیمساز زوایه تیلت با خط بزرگترین شیب. → نقطه i

جابجایی نقاط ناشی از تیلت نسبت به نقطه ایزو سنتر حالت شعاعی دارد.

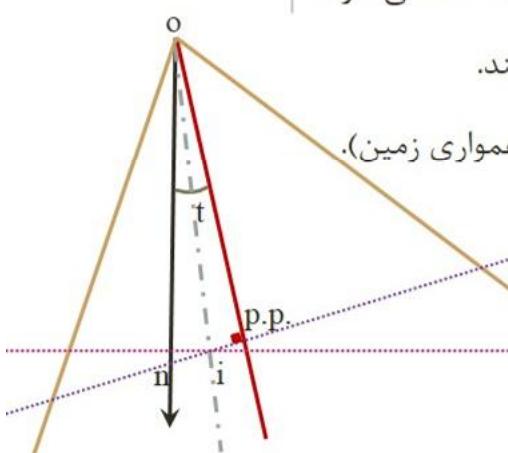


Vertical Line

خط شاغولی

(Chapter 1)

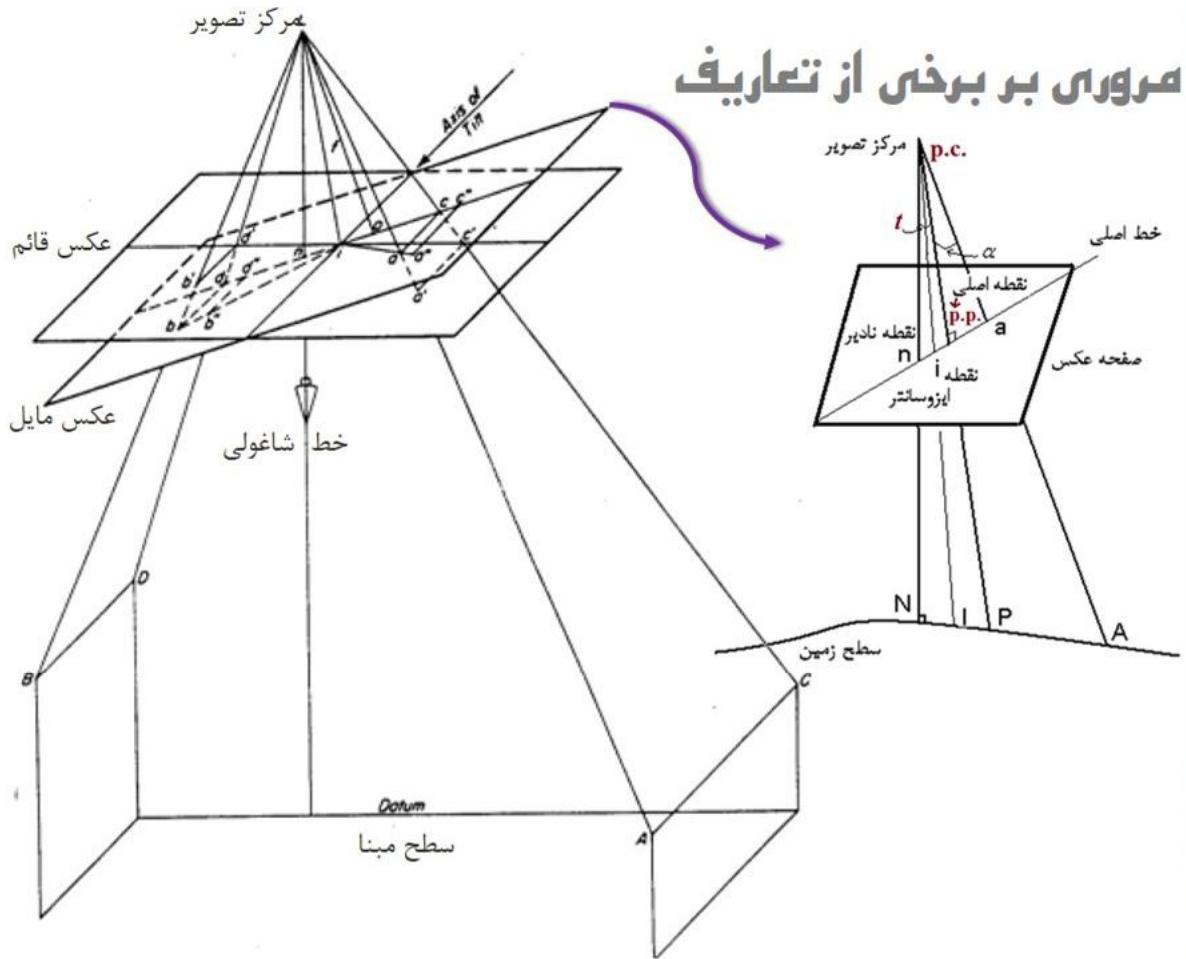
kiani



صفحه عکس غیر قائم

صفحه عکس قائم

[13]



مرواری بر بدخش از تعاریف

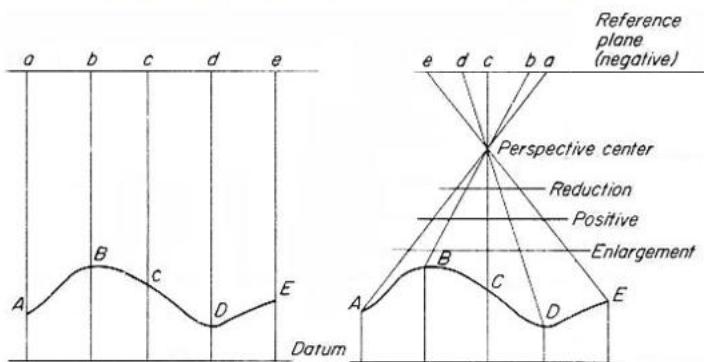
• هندسه تصویر کردن

➤ هندسه تصویرگر مرکزی (Projection)

- در این نوع هندسه تصویر کردن تمامی شعاعهای نوری از مرکز تصویر (P.C.) عبور کرده و بر روی عکس یا تصویر قرار می‌گیرند (عکس‌ها و تصاویر در فتوگرامتری و سنجش از دور)

➤ هندسه تصویرگر قائم و موازی (Orthogonal)

- در این نوع هندسه تصویر کردن، تمامی نقاط به صورت قائم (در راستای شاقولی) بر روی سطح نقشه تصویر می‌گردند (نقشه برداری زمینی و ارتوفوتو)



(Chapter 1)

[14]

سیستم مختصات

- سیستم مختصات، مبنایی است برای تعریف نقاط، خطوط و یا اشیا در فضای که توسط فواصل، زوایا و یا هر دو تعریف می‌شوند.

- به طور کلی در نقشه برداری ۲ نوع سیستم مختصات بکار برده می‌شود:

❖ سیستم مختصات قائم الزاویه

❖ سیستم مختصات کروی

در ادامه سیستم مختصاتی که در فتوگرامتری تحلیلی مرتبط با عکس، مدل سه‌بعدی و شئی به کار برده می‌شود معرفی می‌شوند.

[15]

سیستم مختصات عکس

- سیستمی سه‌بعدی، متعامد و دست راستی است که در حالت مطلوب مبدا آن روی مرکز تصویر (نقطه O یا P.C.) قرار دارد.
- صفحه عکس به عنوان صفحه x و y است که در فاصله ثابتی (فاصله عکسی یا فاصله کانونی) از آن قرار دارد.
- محور Z محور نورانی عدسی‌های دوربین عکس‌برداری در امتداد قائم بر صفحه عکس در نقطه عکسی (نقطه 'O یا P.P.) می‌باشد.
- از آنجایی که به طور فیزیکی، در مرکز تصویر (نقطه P.C.) هیچ امتداد یا صفحه مبنایی برای تعیین مختصات عکسی وجود ندارد این مبدأ روی عکس تعیین می‌شود.

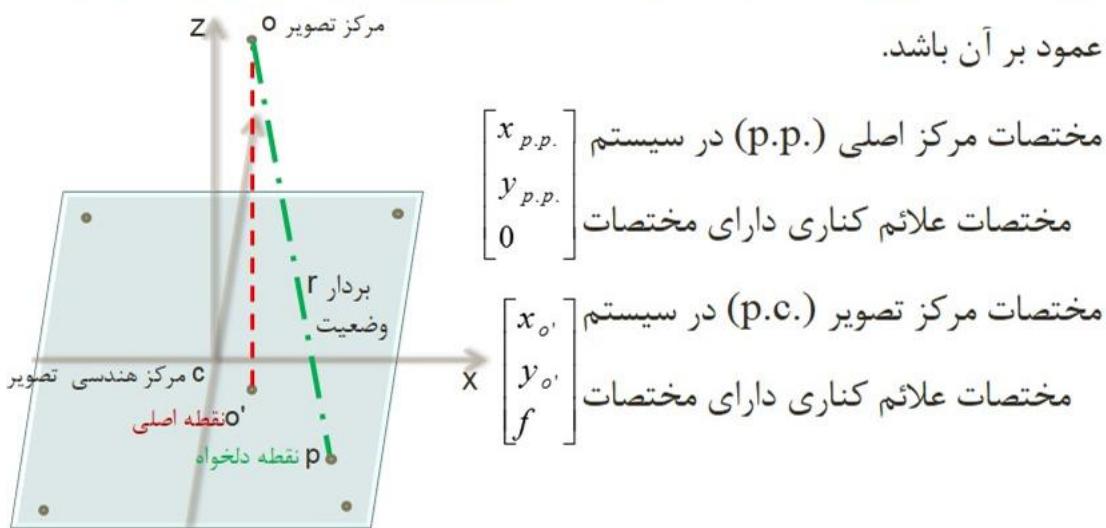
[16]

سیستم مختصات عکس

(Chapter 1)

kiani

[17]



سیستم مختصات عکس

(Chapter 1)

kiani

[18]

- سیستم مختصات علائم کناری: با استفاده از علایم کناری روی عکس، می‌توان مبنایی برای اندازه‌گیری مختصات x و y عکس ایجاد کرد، که همان نقطه c می‌باشد؛ به طوری که محور x در امتداد محور پرواز یا باز دوربین و محور y عمود بر آن باشد.

- مختصات مرکز اصلی (p.p.) در سیستم مختصات علائم کناری دارای مختصات

- مختصات مرکز تصویر (p.c.) در سیستم مختصات علائم کناری دارای مختصات

- با توجه به شکل مختصات نقطه p در سیستم مختصات علائم کناری به صورت تعريف می‌شود. بنابراین تعريف، بردار r (معرف وضعیت نقطه p نسبت به مرکز تصویر) چنین است:

$$\vec{r} = \begin{bmatrix} x_p \\ y_p \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} x_{o'} \\ y_{o'} \\ f \end{bmatrix} \Rightarrow \vec{r} = \begin{bmatrix} x_p - x_{o'} \\ y_p - y_{o'} \\ 0 - f \end{bmatrix}$$

- در یک دوربین سالم و کالیبره، مختصات نقطه اصلی در سیستم علائم کناری معمولاً صفر است و نقطه اصلی (p.p.) بر مرکز هندسی (C) منطبق می‌شود. بنابراین مختصات عکسی نقطه ای مثل p در سیستم عکسی چنین خواهد بود:

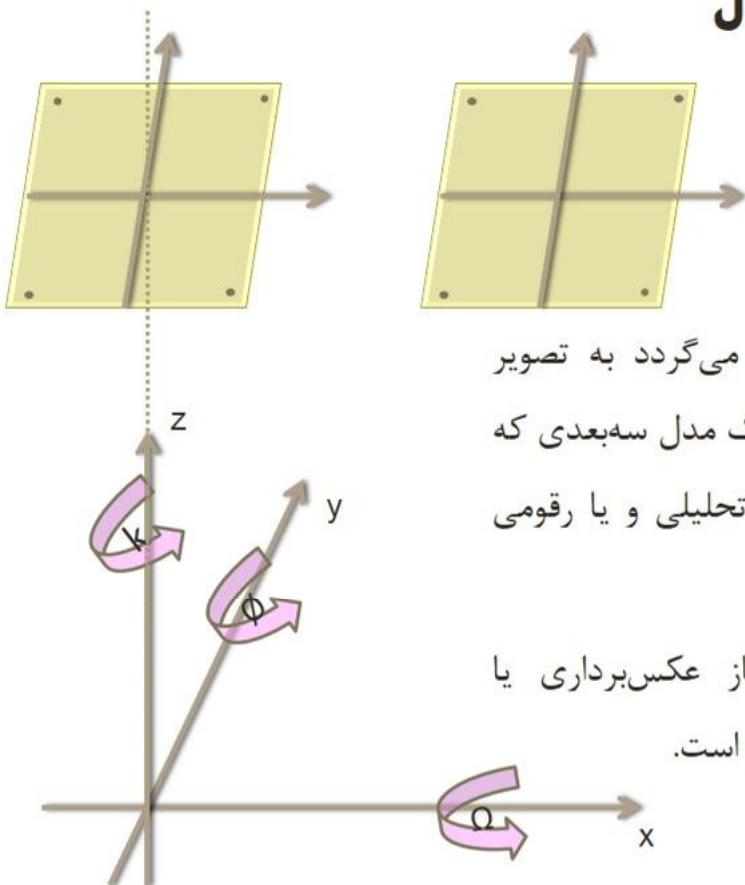
$$\vec{r} = \begin{bmatrix} x_p \\ y_p \\ -f \end{bmatrix}$$

سیستم مختصات مدل

(Chapter 1)

kiani

[19]



- سیستم مختصات مدل بر می‌گردد به تصویر مختصات نقاط عکسی در یک مدل سه‌بعدی که به صورت نوری، مکانیکی، تحلیلی و یا رقومی می‌تواند تشکیل شود.
- این سیستم معمولاً با باز عکس‌برداری یا محورهای باز دستگاه مرتبط است.

سیستم مختصات دوربین

(Chapter 1)

kiani

[20]

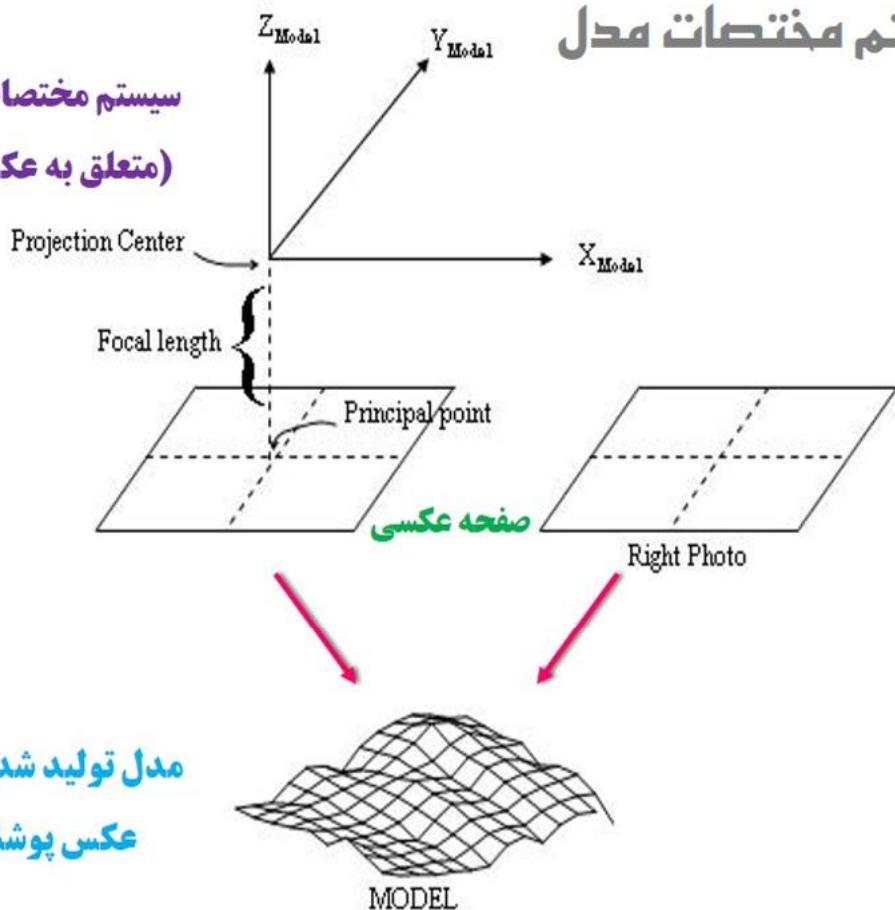
- سیستم مختصات دوربین یک سیستم قائم الزاویه، متعامد و دست راستی است به طوری که مبدأ آن مرکز تصویر عکس سمت چپ و محور X در امتداد باز دوربین است.

و محور Y عمود بر محور X می‌باشد، به طوری که سیستم دست راستی تشکیل شود.

- و محور Z در امتداد محور نوری دوربین در حالتی که عکس قائم قرار می‌گیرد.
- همچنین می‌توان مبدأ سیستم مختصات دوربین را به صورت اختیاری، طوری تعریف کرد که یک سیستم متعامد دست راستی باشد.

سیستم مختصات مدل

سیستم مختصات عکسی
(متصل به عکس چپ)



(Chapter 1)

kiani

[21]

مدل تولید شده از زوج
عکس پوشش دار

سیستم مختصات فضای شی

- این سیستم‌های مختصات برای تعریف مختصات نقاط در فضای شئی به کار برده می‌شوند. در اینجا منظور از شئی زمین است، لذا یکی از سیستم‌های مختصات زمینی را می‌توان برای آن به کار برد.



(Chapter 1)

kiani

[22]

- در فتوگرامتری سیستم مختصات مورد استفاده کارتزین سهبعدی است و برای فتوگرامتری برد کوتاه اختیاری (Arbitrary) هم می‌تواند باشد.

تبديلات بين سистемهای مختصات

- در مورد تبدیل می‌توان گفت در اثر انتقال یک جسم تحت یک تبدیل ممکن است موقعیت یا وضعیت آن جسم به طور ساده (بدون تغییر در شکل و اندازه) یا پیچیده (با تغییر در شکل و اندازه) تغییر یابد. در ادامه به تعدادی از این تبدیل‌ها اشاره خواهد شد.



معادلات ترانسفورماتیون دو بعدی

- برخی از معادلات به قرار ذیل هستند:

- معادله ساده‌ی دو بعدی

(2D Conformal Transformation)

- معادله افاین دو بعدی

(2D Affine Transformation)

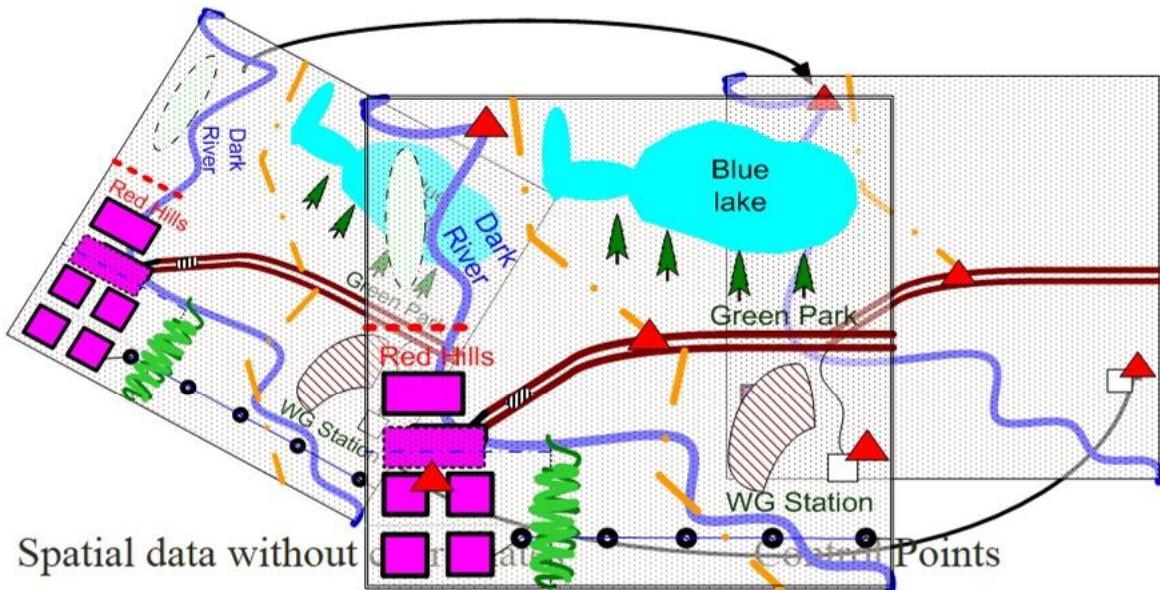
- معادله دو بعدی با استفاده از چند جمله‌ای‌ها

(2D Polynomial Transformation)

- معادله پروژکتیو دو بعدی

(2D Projective Transformation)

انتقال مختصات در حالت دو بعدی 2D Coordinate Transformations



(Chapter 1)

kiani

[25]

معادله کانفورمال (ساده) دو بعدی (2D Conformal Transformation)

برای ایجاد ارتباط میان دو سیستم مختصات عکسی و زمینی (تنها از نظر مسطحاتی) :

- شامل دو پارامتر انتقال، یک پارامتر دوران و یک پارامتر مقیاس می باشد.

$$\vec{X} = \begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix} \quad \vec{x} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

- مختصات قبل انتقال

$$\vec{X} = \lambda R \vec{x} + \vec{X}_0 \quad \Rightarrow \quad \begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix} = \lambda * \begin{bmatrix} \cos k & \sin k \\ -\sin k & \cos k \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} X_0 \\ Y_0 \end{bmatrix}$$

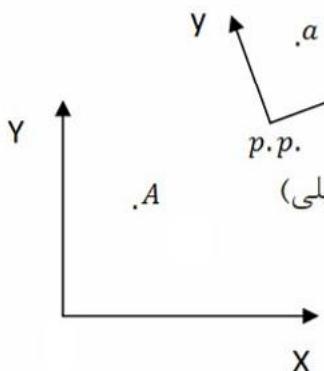
- در فتوگرامتری این تبدیل را می توان برای تبدیل مختصات

اندازه گیری شده توسط یک دستگاه تحلیلی مانند کمپراتور به

مختصات عکسی نسبت به عالم کناری به کار برد (توجیه داخلی تحلیلی)

در این حالت X و y مختصات در سیستم دستگاهی و

X و Y مختصات در سیستم عکس نسبت به عالم کناری است.



(Chapter 1)

kiani

[26]

معادله کانفورمال دو بعدی

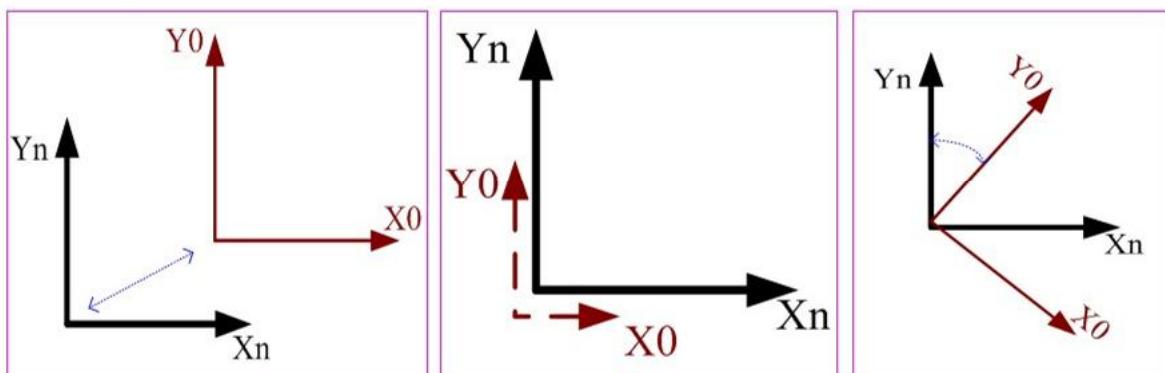
Three different transformation primitives for the Similarity transformation:

Translation- origin is moved, axes do not rotate i.e.:

$$X_n = X_0 \pm DX_0 \quad Y_n = Y_0 \pm DY_0$$

Scaling - both origin and axes are fixed, scale change

Rotation - origin fixed, axes move (rotate about origin)



(Chapter 1)
kiani

[27]

Translation

Scaling

Rotation

معادله کانفورمال دو بعدی

این معادله شامل ۴ پارامتر مجهول (a, b, c, d) است که برای تعیین این پارامترها

حداقل دو نقطه لازم است که باید در دو سیستم معلوم باشند.

با ساده سازی معادله قبل به ماتریس زیر خواهیم رسید.

-
-
-

$$X_n = x \cdot \lambda \cdot \cos(k) + y \cdot \lambda \cdot \sin(k) + X_0$$

$$Y_n = -x \cdot \lambda \cdot \sin(k) + y \cdot \lambda \cdot \cos(k) + Y_0$$

$$a = \lambda \cdot \cos(k)$$

$$b = \lambda \cdot \sin(k)$$

$$c = X_0$$

$$d = Y_0$$

$$X = ax + by + c$$

$$Y = -bx + a \cdot y + d$$

$$\begin{bmatrix} X_n \\ Y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & y & 1 & 0 \\ y & -x & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{bmatrix}$$

(Chapter 1)
kiani

[28]

معادله کانفورمال دو بعدی

حالت کلی این ماتریس برای n نقطه مطابق زیر است:

$$\begin{bmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ X_2 \\ Y_2 \\ \vdots \\ X_n \\ Y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_a & y_a & 1 & 0 \\ y_a & -x_a & 0 & 1 \\ x_b & y_b & 1 & 0 \\ y_b & -x_b & 0 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x_d & y_d & 1 & 0 \\ y_d & -x_d & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{bmatrix} \quad X_{4 \times 1}$$

$$L_{2n \times 1} \quad A_{2n \times 4}$$

(Chapter 1)

پس از حل پارامترهای کانفورمال اگر بخواهیم پارامترهای مقیاس، دوران و انتقال را تعیین کنیم خواهیم داشت:

$$\lambda = \sqrt{a^2 + b^2} \quad k = \tan^{-1}\left(\frac{b}{a}\right) \quad X_0 = c \quad Y_0 = d$$

kiani

[29]

معادله کانفورمال دو بعدی

مثال) برای دو نقطه مختصات نقاط عکسی و کالیبره مطابق جدول زیر می باشد، مطلوب است محاسبه ی مختصات تصحیح شده ی نقطه ای مانند C با مختصات عکسی زیر:

$$x_c = 120$$

$$y_c = 20$$

اگر تغییرات فیلم درجهت محورهای (x) و (y) یکسان باشد.

شماره نقطه	مختصات اندازه گیری شده		مختصات کالیبره نقاط	
	x_{mm}^m	y_{mm}^m	x_{mm}^c	y_{mm}^c
A	10	10	350	190
B	80	60	250	300
	مختصات اندازه گیری شده		مختصات تصحیح شده	
C	x_{mm}	y_{mm}	x'_{mm}	y'_{mm}
	120	20	?	?

(Chapter 1)

[30]



معادله کانفورمال دو بعدی

مختصات
کالیبره
شده

مختصات
اندازه گیری
شده

$$\begin{bmatrix} X_A \\ Y_A \\ X_B \\ Y_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_a & y_a & 1 & 0 \\ y_a & -x_a & 0 & 1 \\ x_b & y_b & 1 & 0 \\ y_b & -x_b & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{bmatrix}$$

پارامترهای
تبدیل

را خواهیم داشت:

(معادله کانفورمال دو بعدی):

$$\begin{bmatrix} 350 \\ 190 \\ 250 \\ 300 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 & 10 & 1 & 0 \\ 10 & -10 & 0 & 1 \\ 80 & 60 & 1 & 0 \\ 60 & -80 & 0 & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{bmatrix}$$

تعداد پارامترهای مجهول: ۴

با حل معادله‌ی ماتریسی قبل پارامترهای معادله

مشابه زیر محاسبه خواهد شد:

$$\begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 & 10 & 1 & 0 \\ 10 & -10 & 0 & 1 \\ 80 & 60 & 1 & 0 \\ 60 & -80 & 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1} * \begin{bmatrix} 350 \\ 190 \\ 250 \\ 300 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.203 \\ -1.716 \\ 369.189 \\ 174.865 \end{bmatrix}$$

(Chapter 1)

kiani



معادله کانفورمال دو بعدی

• حال با استفاده از پارامترهای بدست آمده، مختصات زمینی برای نقطه c به راحتی قابل

محاسبه خواهد بود. برای این کار می‌توان طبق حالات ۱ یا ۲ عمل نمود.

$$\begin{bmatrix} X_c \\ Y_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_c & y_c & 1 & 0 \\ y_c & -x_c & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{bmatrix}$$

• حالت ۱

$$\begin{bmatrix} X_c \\ Y_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 120 & 20 & 1 & 0 \\ 20 & -120 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -0.203 \\ -1.716 \\ 369.189 \\ 174.865 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 310.509 \\ 376.725 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} X_c \\ Y_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ -b & a \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} x_c \\ y_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c \\ d \end{bmatrix}$$

• حالت ۲

$$\begin{bmatrix} X_c \\ Y_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.203 & -1.716 \\ 1.716 & -0.203 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 120 \\ 20 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 369.189 \\ 174.865 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 310.509 \\ 376.725 \end{bmatrix}$$

(Chapter 1)

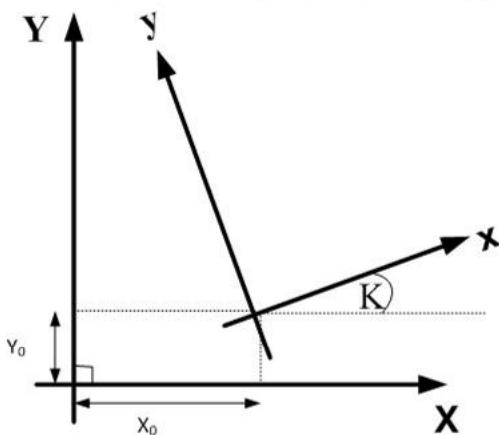
kiani



معادله افاین دو بعدی

(2D Affine Transformation)

- در تبدیل ساده‌ی دو بعدی فرض بر این بود که در فضای دو بعدی مقیاس در تمام جهات یکسان است. در صورتی که مقیاس در امتداد محور های سیستم‌های مختصات یکسان نباشد، تبدیل افاین دو بعدی مطرح می‌شود.



$$\vec{X} = \lambda R \vec{x} + \vec{X}_0 \quad \text{• با مراجعه به معادله‌ی دو جهت}$$

در صورتی که فاکتور مقیاس در دو جهت x و y یکی نباشد

به معادله‌ی افاین متعامد یا Helmert خواهیم رسید.

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_x & 0 \\ 0 & \lambda_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos k & \sin k \\ -\sin k & \cos k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} X_0 \\ Y_0 \end{bmatrix} \quad [33]$$

معادله افاین دو بعدی

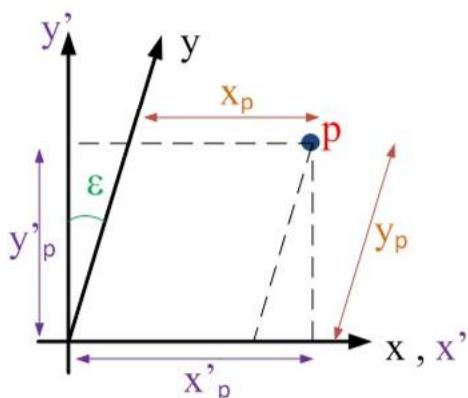
البته در حالت ذکر شده فرض بر تعامد محورهای مختصات بر یکدیگر بوده است ($\epsilon=0$) که

به این حالت خاص از تبدیل افاین Orthogonal affine یا Helmert نیز می‌نامند.

در حالت عمومی در تبدیل افاین علاوه بر یکسان نبودن مقیاس در جهت محورها، یک

پارامتر دیگر به نام عدم تعامد محورها نیز وجود دارد، به عبارت دیگر محورهای x و y به

یکدیگر عمود نباشند و زاویه‌ی بین آنها ($90-\epsilon$) باشد.



$$x'_p = x_p + y_p \cdot \sin \xi$$

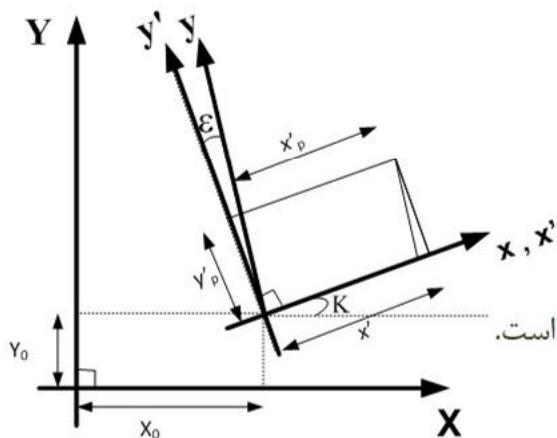
$$y'_p = y_p \cdot \cos \xi$$

$$\begin{bmatrix} x'_p \\ y'_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \sin \xi \\ 0 & \cos \xi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_p \\ y_p \end{bmatrix}$$

معادله افاین دو بعدی

که در حالت کلی تبدیل افاین دو بعدی شامل عبارت زیر خواهد بود:
یک دوران - دو انتقال - دو مقیاس - یک عدم تعامد محورها

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \sin \xi \\ 0 & \cos \xi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_x & 0 \\ 0 & \lambda_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos k & \sin k \\ -\sin k & \cos k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} X_0 \\ Y_0 \end{bmatrix}$$



ضرائب مقیاس: λ_x, λ_y

دوران (rotation): k

عدم تعامد (non-perpendicularity): ϵ

شیفت: X_0, Y_0

نکته: متعامد نبودن محورهای سیستم بسیار جزیی است.

$$\sin \xi \cong \epsilon \quad \cos \xi \cong 1$$

(Chapter 1)
kiani

[35]

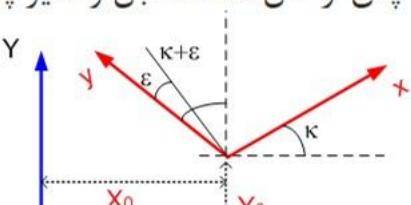
معادله افاین دو بعدی

پس از حل معادله قبل و تغیر پارامتر (ساده سازی) به معادله زیر خواهیم رسید:

$$X = ax + by + c$$

$$Y = dx + ey + f$$

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ d & e \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c \\ f \end{bmatrix}$$



فرم ماتریسی عبارت فوق:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ \vdots \\ X_n \\ Y_n \end{bmatrix}}_{L_{2n \times 1}} = \underbrace{\begin{bmatrix} x_1 & y_1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & x_1 & y_1 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x_n & y_n & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & x_n & y_n & 1 \end{bmatrix}}_{A_{2n \times 6}} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \\ e \\ f \end{bmatrix}}_{X_{6 \times 1}}$$

حال اگر بخواهیم این ماتریس

را برای نقطه بنویسیم خواهیم

داشت:

(Chapter 1)
kiani

[36]

معادله آفاین دو بعدی

(Chapter 1)

kiani

[37]



- تمرين: به صورت پارامتریک مقادیر مقیاس، دوران، امتداد و شیفت را از طریق ضرایب معادله آفاین به دست آورید.

معادله پروژکتیو دو بعدی

(2D Projective Transformation)

$$X = \frac{a_1 \cdot x + a_2 \cdot y + a_3}{c_1 \cdot x + c_2 \cdot y + 1}$$
$$Y = \frac{b_1 \cdot x + b_2 \cdot y + b_3}{c_1 \cdot x + c_2 \cdot y + 1}$$

- در فتوگرامتری، در مواردی که یک عکس مورد استفاده قرار می‌گیرد، برای ارتباط بین صفحه نقشه (X,Y) و صفحه عکس (x,y) می‌توان از معادله پروژکتیو دو بعدی روبرو استفاده کرد:

در معادله‌ی فوق برای تعیین ضرائب c_1, c_2, \dots, c_4 لازم است حداقل چهار نقطه معلوم در دو سیستم مختصات موجود باشند.

تمرين: معادله‌ی فوق را از لحاظ هندسی اثبات نمایید.

$$x = \frac{(\text{???})X + (\text{???})Y + (\text{???})}{(\text{???})X + (\text{???})Y + (\text{???})}$$
$$y = \frac{(\text{???})X + (\text{???})Y + (\text{???})}{(\text{???})X + (\text{???})Y + (\text{???})}$$

تمرين: فرم معکوس معادله‌ی فوق را به دست آورید؟

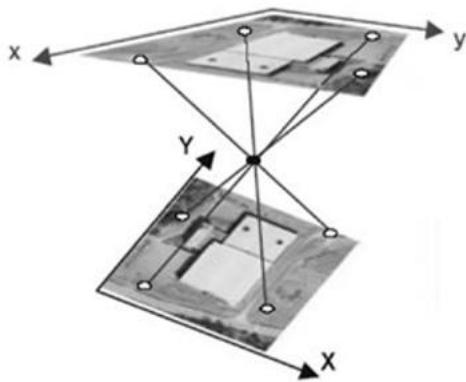
(Chapter 1)

kiani

[38]



معادله پروژکتیو دو بعدی



زمانی از این تبدیل استفاده می شود که تغییر بعد در همه ای جهات باشد. یعنی یک ذوزنقه ای ناقص باشد (تغییر بعد خطی)

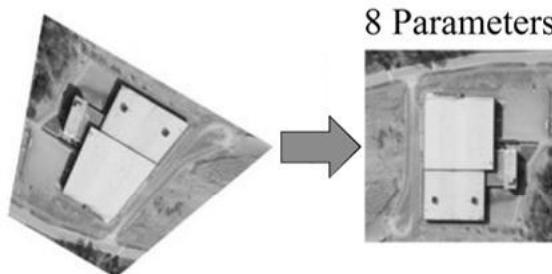
$$X = \frac{a_1 \cdot x + a_2 \cdot y + a_3}{c_1 \cdot x + c_2 \cdot y + 1}$$

$$Y = \frac{b_1 \cdot x + b_2 \cdot y + b_3}{c_1 \cdot x + c_2 \cdot y + 1}$$



$$C_1xX + C_2yX + X = a_1x + a_2y + a_3$$

$$C_1xY + C_2yY + Y = b_1x + b_2y + b_3$$



(Chapter 1)
kiani

[39]

معادله پروژکتیو دو بعدی

- برای حل حداقل به ۴ نقطه احتیاج است، برای سرشکنی باید نقاط بیشتری را وارد محاسبات نمود.

- حالت ماتریسی معادله قبل به شکل زیر است:

$$\begin{bmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ \vdots \\ X_n \\ Y_n \end{bmatrix}_{L_{2n \times 1}} = \underbrace{\begin{bmatrix} x_1 & y_1 & 1 & 0 & 0 & 0 & -x_1X_1 & -y_1X_1 \\ 0 & 0 & 0 & x_1 & y_1 & 1 & -x_1Y_1 & -y_1Y_1 \\ \vdots & \vdots \\ x_n & y_n & 1 & 0 & 0 & 0 & -x_nX_n & -y_nX_n \\ 0 & 0 & 0 & x_n & y_n & 1 & -x_nY_n & -y_nY_n \end{bmatrix}}_{A_{2n \times 8}} \cdot \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ c_1 \\ c_2 \end{bmatrix}_{X_{8 \times 1}}$$

(Chapter 1)
kiani

[40]

معادله دو بعدی با استفاده از چند جمله‌ای‌ها (2D Polynomial Transformation)

- فرم کلی این معادله به شکل زیر است:

$$X_n = a_0 + a_1x_0 + a_2y_0 + a_3x_0y_0 + a_4x_0^2 + a_5y_0^2 + \dots$$

Constant term Linear term Quadratic term

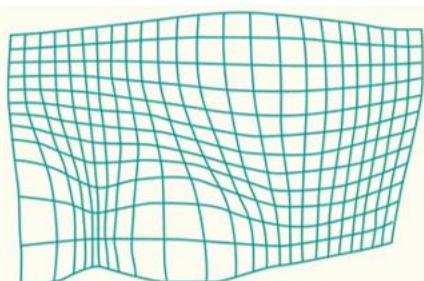
$$Y_n = b_0 + b_1x_0 + b_2y_0 + b_3x_0y_0 + b_4x_0^2 + b_5y_0^2 + \dots$$

- از این نوع تبدیل می‌توان در حالات زیر استفاده کرد:
 - در تعیین اعوجاجات غیرخطی ناشی از عدسی دوربین روی عکس.
 - کالیبره کردن یک کمپراتور.

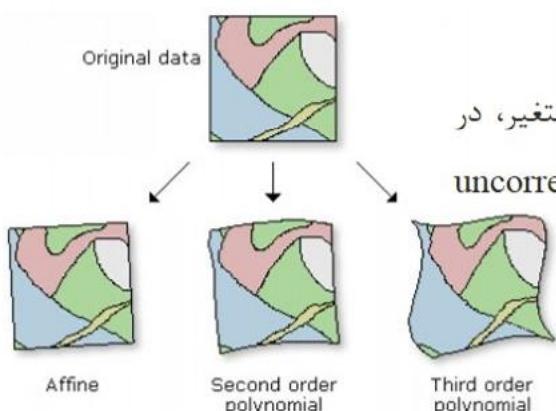
(Chapter 1)
kiani

[41]

معادله دو بعدی با استفاده از چند جمله‌ای‌ها



معادله غیر خطی چند جمله‌ای می‌تواند برای اعمال انتقال، دوران و تغییر مقیاس متغیر مورد استفاده قرار گیرد. توابع چند جمله‌ای می‌توانند ترم‌های زیادی (نامحدود) داشته باشد. حداقل ۶ نقطه کنترل (۱۲ ضرایب و یا مجهول: $a_0, \dots, a_5, b_0, \dots, b_5$) برای حل یک تبدیل چند جمله‌ای درجه دوم ساده نیاز است.

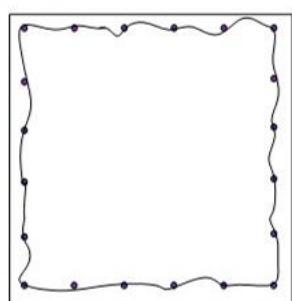


تبدیل چند جمله‌ای برای اصلاح تفاوت مقیاس متغیر، در تصاویر ماهواره‌ای اصلاح نشده (uncorrected satellite (image)

(Chapter 1)
kiani

[42]

[43]



معمولاً تبدیلی بهتر جواب می دهد که تعداد مجھولاتش بیشتر باشد، چون رفتار سیستم برای ما مشخص نیست. ولی این موضوع بایستی توسط نقاط چک مورد بررسی قرار گیرد. به عبارت دیگر، همیشه بالا بردن تعداد مجھولات لزوماً بهتر نیست؛ برای مثال در پولی نومیال، اگر از چند جمله‌های با درجه بالا استفاده کنیم، نقاط انتخابی به خوبی fix می‌شوند اما بین نقاط یک حالت نوسانی وجود می‌آید.

به عبارت دقیق‌تر اگر درجه‌ی معادلات را بی‌حساب زیاد over parameterization کنیم خود باعث ایجاد خطای می‌شود، پس باید بهترین ترم‌ها را در نظر بگیریم.

مروری بر معادلات سرشکنی Least Squares Adjustment Review



n: # of observations

$$L = A \cdot \Delta + V$$

m: # of parameters

L: is a vector of given observation

V: is the vector of residuals

A: is the matrix of coefficients

p: is the matrix of weights

Δ or X: is the vectors of parameters to be estimated

Number of observation is larger than number of parameters (redundant observations). The solution that minimize the least-squares criterion ($v^T w v$) is:

[44]

$$\hat{\Delta} = (A^T \cdot p \cdot A)^{-1} \cdot A^T \cdot p \cdot L$$

صروری بر معادلات سرشکنی



Coordinate transformation results

The error in the adjustment from one set of coordinates to another is called the RMS error. Results are reported as root-mean-square (RMS) error and average error.

$$e = \sqrt{(x_t - x_d)^2 + (y_t - y_d)^2}$$

$$RMSE = \sqrt{\sum e_i^2 / n}$$

In manual digitizing, factors contributing to this error can be human error, shrinkage or physical alteration of the paper map and projection differences.

(Chapter 1)
kiani

[45]

مقایسه مدل‌های ترانسفورماسیون دو بعدی

تمرین: مختصات علامت کناری (F.M.s) در دو سیستم دستگاهی و عکسی مطابق جدول زیر موجود می‌باشند. همچنین مختصات عکسی دو نقطه a و b توسط کمپرатор قرائت شده است. مطلوب است:

(الف) حل مدل‌های ترانسفورماسیون دو بعدی کانفورمال، افاین

(ب) مقایسه دقت کانفورمال و افاین

(ج) بدست آوردن مختصات نقاط a و b

	Photo Coordinates		Known Values	
Point No.	x	y	X	Y
1	-111.734	-114.293	-113.007	-112.997
2	111.734	114.293	113.001	112.989
3	-114.289	111.699	-112.997	113.004
4	114.280	-111.749	112.985	-112.997
a	74.794	12.202		
b	-67.123	53.432		

(Chapter 1)
kiani

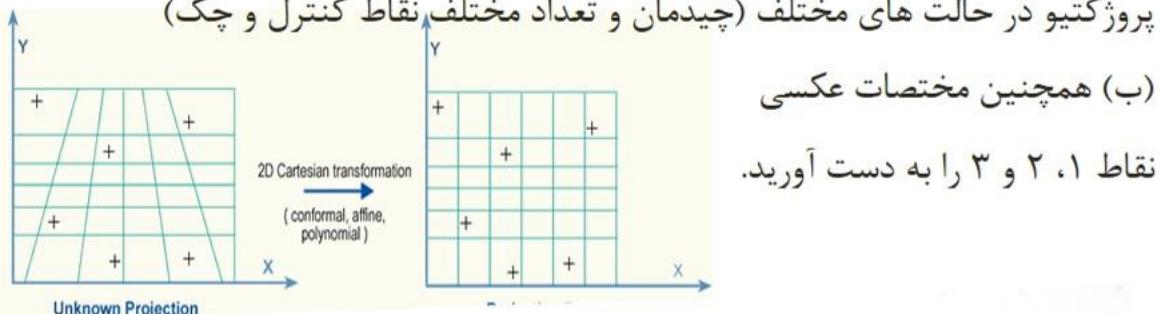
[46]



مقایسه مدل‌های ترانسفورماسیون دو بعدی

تمرین: مختصات علائم کناری (F.M.s) در دو سیستم دستگاهی و عکسی در اختیار است. مطلوبست: (الف) حل مدل‌های ترانسفورماسیون دو بعدی کانفورمال، افاین و

پروژکتیو در حالت‌های مختلف (چیدمان و تعداد مختلف نقاط کنترل و چک)



	Comparator Coordinates (mm)		Calibrated coordinates (mm)	
Point	x	y	X	Y
A	228.170	129.730	112.995	0.034
B	2.100	129.520	-113.006	0.005
C	115.005	242.625	0.003	112.993
D	115.274	16.574	-0.012	-113.000
I	206.674	123.794		
2	198.365	132.856		
3	91.505	18.950		

(Chapter 1)

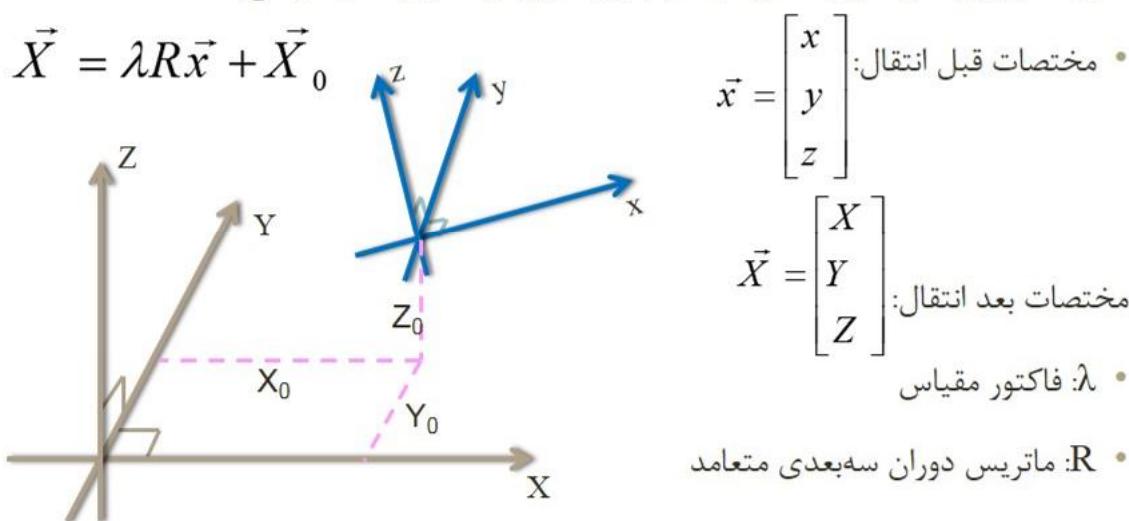
kiani



تبديل ساده/متشابه سه بعدی

(3D Conformal/Similarity Transformation)

- شامل هفت پارامتر: سه انتقال، سه دوران و یک فاکتور مقیاس می‌باشد.
- اگر (x,y,z) و (X,Y,Z) مختصات نقطه‌ای در دو سیستم مختصات قائم الزاویه باشند، رابطه‌ی زیر معرف ارتباط دو سیستم بدون تغییر در شکل یک جسم می‌باشد.



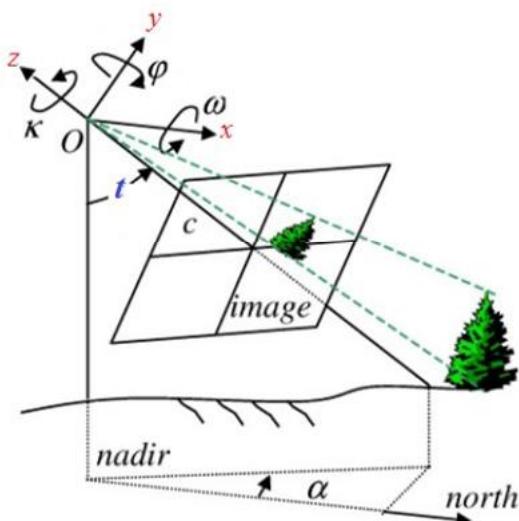
(Chapter 1)

kiani



ساخت ماتریس R توسط المان های اولوی (Ω, \emptyset, K)

- در اینجا ساخت ماتریس R توسط المان های دورانی انجام می شود.
- در صورتی که یک سیستم سه بعدی (X,Y,Z) به ترتیب حول هر یک از محورهای خود در جهت خلاف عقربه های ساعت (جهت مثلثاتی) دوران کند



داریم:

❖ دوران حول محور X (Ω)

❖ دوران حول محور Y (\emptyset)

❖ دوران حول محور Z (K)

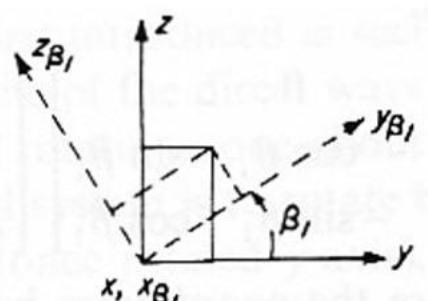
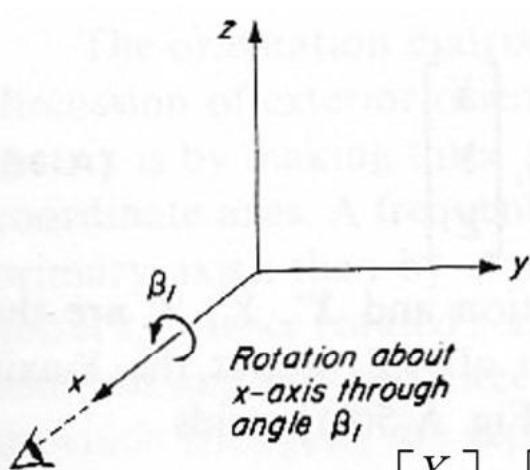
(Chapter 1)

kiani

[49]

ساخت ماتریس R توسط المان های اولوی (Ω, \emptyset, K)

دوران حول محور اول برای یک زاویه دلخواه مانند β



$$\vec{X} = M_{\beta_1} \vec{x} \rightarrow \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \beta_1 & \sin \beta_1 \\ 0 & -\sin \beta_1 & \cos \beta_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$

(Chapter 1)

kiani

[50]

ساخت ماتریس R توسط المان های اولوی (Ω, ϕ, K)

❖ دوران حول محور X (Ω)

تحت این دوران که اغلب اولین دوران است محورهای Y و Z به ترتیب تبدیل به محورهای Z_Ω و Y_Ω می‌شوند.

$$X_\Omega^P = X^P$$

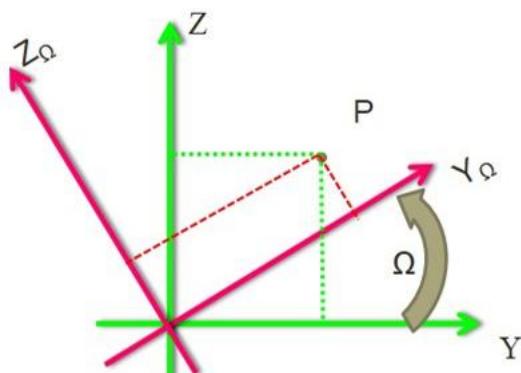
$$Y_\Omega^P = Y^P \cdot \cos \Omega + Z^P \cdot \sin \Omega$$

$$Z_\Omega^P = -Y^P \cdot \sin \Omega + Z^P \cdot \cos \Omega$$

بنابراین نقطه ای دلخواه مانند P پس از

دوران نخست در سیستم مختصات

جدید، چنین مختصاتی خواهد داشت:



$$M_\Omega = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \Omega & \sin \Omega \\ 0 & -\sin \Omega & \cos \Omega \end{bmatrix}$$

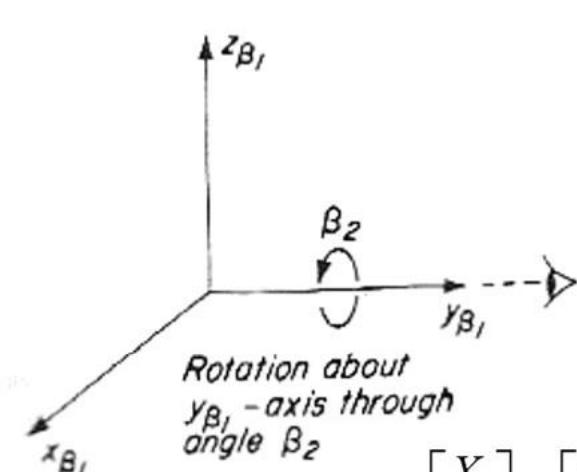
(Chapter 1)

kiani

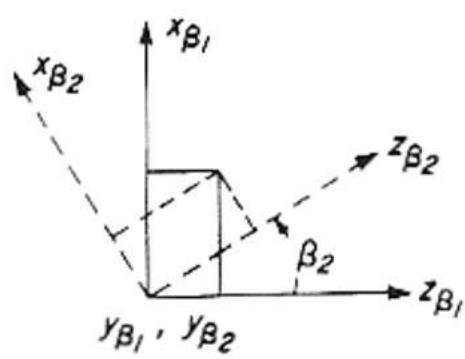
[51]

ساخت ماتریس R توسط المان های اولوی (Ω, ϕ, K)

❖ دوران حول محور دوم برای یک زاویه دلخواه مانند β



$$\vec{X} = M_{\beta_2} \vec{x} \rightarrow \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \phi & 0 & -\sin \phi \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \phi & 0 & \cos \phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$



Looking from positive end of y_{B_1} -axis

(Chapter 1)

kiani

[52]

ساخت ماتریس R توسط المان های اولوی (Ω, ϕ, K)

❖ دوران حول محور Y (ϕ)

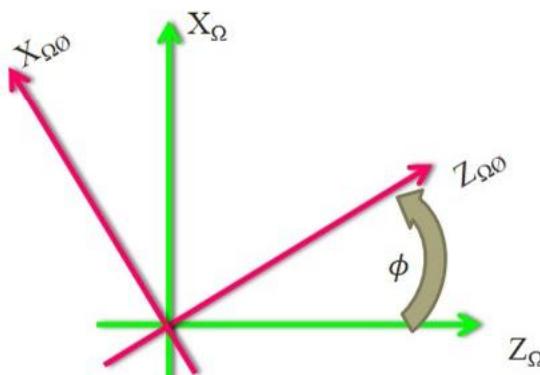
تحت این دوران (دومین دوران) محورهای X_Ω و Z_Ω به ترتیب تبدیل به محورهای $X_{\Omega\phi}$ و $Z_{\Omega\phi}$ می‌شوند.

$$X^P_{\Omega\phi} = X^P_\Omega \cdot \cos \phi - Z^P_\Omega \cdot \sin \phi$$

بنابراین نقطه‌ی P پس از دومین دوران در سیستم مختصات جدید،

$$Y^P_{\Omega\phi} = Y^P_\Omega$$

چنان مختصاتی خواهد داشت:



$$M_\phi = \begin{bmatrix} \cos \phi & 0 & -\sin \phi \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \phi & 0 & \cos \phi \end{bmatrix}$$

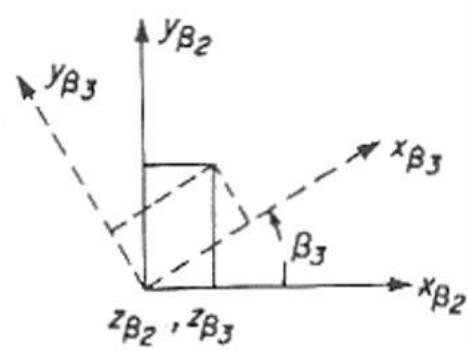
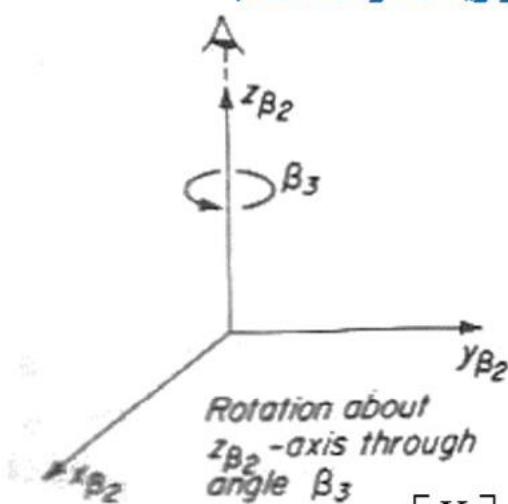
(Chapter 1)

kiani

[53]

ساخت ماتریس R توسط المان های اولوی (Ω, ϕ, K)

❖ دوران حول محور سوم برای یک زاویه دلخواه مانند β



$$\vec{X} = M_{\beta_3} \vec{x} \rightarrow \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos K & \sin K & 0 \\ -\sin K & \cos K & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$

(Chapter 1)

kiani

[54]

ساخت ماتریس R توسط المان های اولوی (Ω, ϕ, K)

❖ دوران حول محور Z (K)

تحت دوران سوم محورهای $X_{\Omega\phi}$ و $Y_{\Omega\phi}$ به ترتیب تبدیل به محورهای $X_{\Omega\phi K}$ و $Y_{\Omega\phi K}$ می‌شوند.

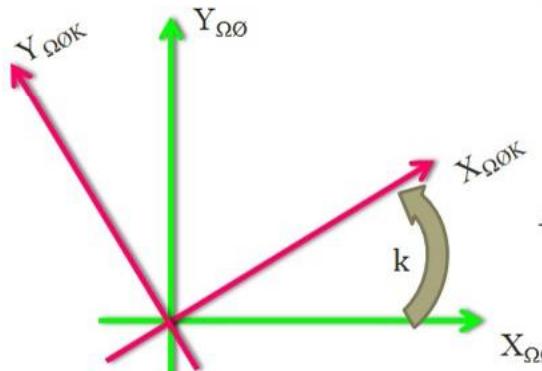
$$X^P_{\Omega\phi K} = X^P_{\Omega\phi} \cdot \cos K + Y^P_{\Omega\phi} \cdot \sin K$$

$$Y^P_{\Omega\phi K} = -X^P_{\Omega\phi} \cdot \sin K + Y^P_{\Omega\phi} \cdot \cos K$$

$$Z^P_{\Omega\phi K} = Z^P_{\Omega\phi}$$

بنابراین نقطه‌ی P پس از دوران سوم در سیستم

مختصات جدید، چنین مختصاتی خواهد داشت:



$$M_K = \begin{bmatrix} \cos K & \sin K & 0 \\ -\sin K & \cos K & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

(Chapter 1)

kiani

[55]

ساخت ماتریس R توسط المان های اولوی (Ω, ϕ, K)

• اثبات دوران حول محور Z در حالت دو بعدی (روش نخست)

$$u = X^P_{\Omega\phi} \cdot \cos K$$

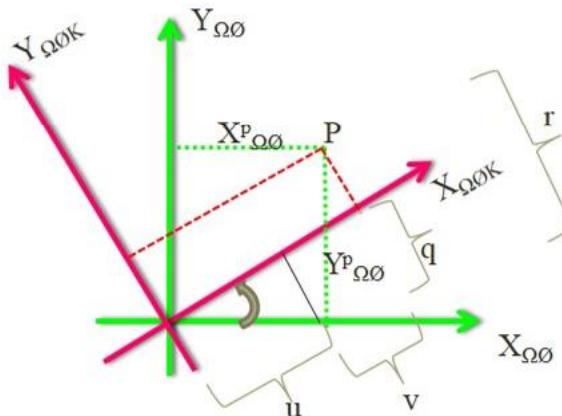
$$X_{\Omega\phi K} = u + v \rightarrow X_{\Omega\phi K} = X^P_{\Omega\phi} \cdot \cos K + Y^P_{\Omega\phi} \cdot \sin K$$

$$v = Y^P_{\Omega\phi} \cdot \sin K$$

$$Y_{\Omega\phi K} = r - q \rightarrow Y_{\Omega\phi K} = -X^P_{\Omega\phi} \cdot \sin K + Y^P_{\Omega\phi} \cdot \cos K$$

$$r = Y^P_{\Omega\phi} \cdot \cos K$$

$$q = X^P_{\Omega\phi} \cdot \sin K$$



$$Z_{\Omega\phi K} = Z^P_{\Omega\phi}$$

از این سه رابطه
خواهیم داشت:

$$M_K = \begin{bmatrix} \cos K & \sin K & 0 \\ -\sin K & \cos K & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

(Chapter 1)

kiani

[56]

ساخت ماتریس R توسط المان های اولی (Ω, φ, κ)

• اثبات دوران حول محور Z در حالت دو بعدی (روش دوم)

$$x'_1 = r \cos(\theta - \beta)$$

$$y'_1 = r \sin(\theta - \beta)$$

$$x'_1 = r \cos\theta \cos\beta + r \sin\theta \sin\beta$$

$$y'_1 = r \sin\theta \cos\beta - r \cos\theta \sin\beta$$

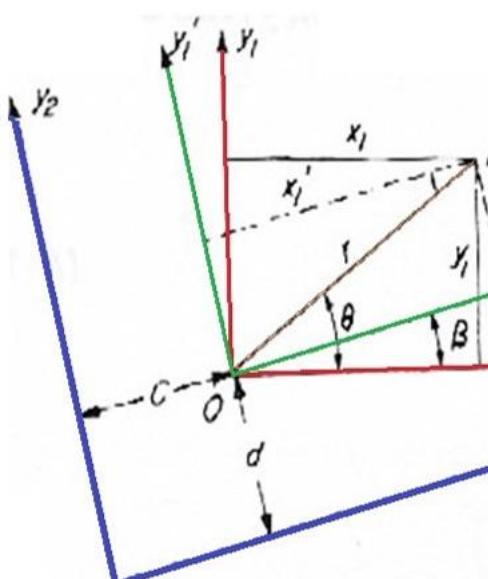
$$x'_1 = x_1 \cos\beta + y_1 \sin\beta$$

$$y'_1 = y_1 \cos\beta - x_1 \sin\beta$$

$$\begin{pmatrix} x'_1 \\ y'_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\beta & \sin\beta \\ -\sin\beta & \cos\beta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix}$$

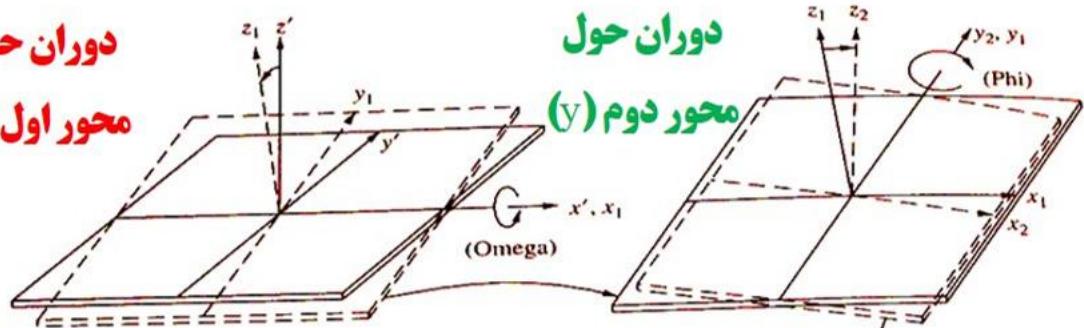
$$\begin{pmatrix} x'_1 \\ y'_1 \\ z'_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\beta & \sin\beta & 0 \\ -\sin\beta & \cos\beta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{pmatrix}$$

(Chapter 1)
kiani

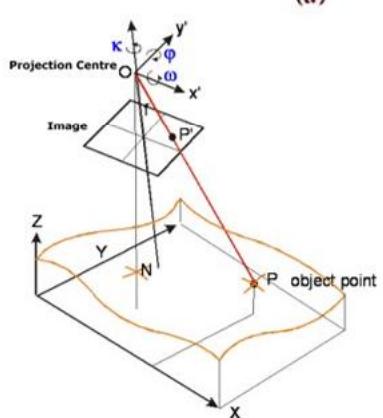
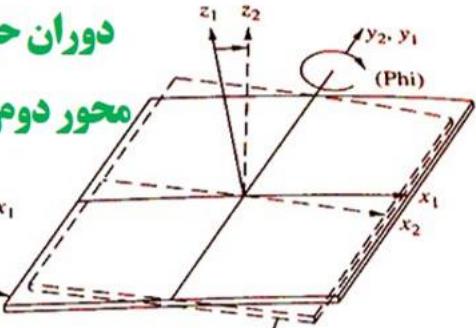


ساخت ماتریس R توسط المان های اولی (Ω, φ, κ)

**دوران حول
محور اول (x)**



**دوران حول
محور دوم (y)**



**دوران حول
محور سوم (z)**

(Chapter 1)
kiani

[58]

ساخت ماتریس R توسط المان های اولوی (Ω, ϕ, K)

- مختصات (X, Y, Z) پس از سه دوران مذکور، به مختصات (X', Y', Z') تبدیل می شود.

$$\begin{bmatrix} X' \\ Y' \\ Z' \end{bmatrix} = M_K M_\phi M_\Omega \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = M_{\Omega\phi K} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}$$

$$M_{\Omega\phi K} = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} \end{bmatrix}$$

$$M_{\Omega\phi K} = \begin{bmatrix} \cos\phi\cos\kappa & \cos\omega\sin\kappa + \sin\omega\sin\phi\cos\kappa & \sin\omega\sin\kappa - \cos\omega\sin\phi\cos\kappa \\ -\cos\phi\sin\kappa & \cos\omega\cos\kappa - \sin\omega\sin\phi\sin\kappa & \sin\omega\cos\kappa + \cos\omega\sin\phi\sin\kappa \\ \sin\phi & -\sin\omega\cos\phi & \cos\omega\cos\phi \end{bmatrix} \quad [59]$$

- چنانچه ترتیب دوران ها عوض شود، ماتریس M دورانی به فرم جدیدی تغییر می کند.

ساخت ماتریس R توسط المان های اولوی (Ω, ϕ, K)

- از آنجا که M یک ماتریس اورتogonal می باشد:

- در رابطه \vec{R} با M^T از $M^T = \lambda R \vec{x} + \vec{X}_0$ برای موازی کردن سیستم (x, y, z) با

$$\vec{R} = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix} = M^T \quad \text{سیستم } (X, Y, Z) \text{ استفاده می کنیم.}$$

- وقتی زوایای دورانی کوچک باشند با تقریب خوبی می توان به جای ماتریس M از

$$M = \begin{bmatrix} 1 & K & -\phi \\ -K & 1 & \Omega \\ \phi & \Omega & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{aligned} &\text{ماتریس تقریبی آن استفاده کرد.} \\ &\sin \theta \approx \theta \\ &\cos \theta \approx 1 \\ &\sin^2 \theta \approx 0 \end{aligned} \quad [60]$$



ساخت ماتریس R توسط المان های اولوی (Ω, ϕ, K)

تمرین ۱: صحت ماتریس زیر را به صورت پارامتریک بررسی نمایید.

$$M_{\Omega\phi K} = \begin{bmatrix} \cos\phi\cos\kappa & \cos\omega\sin\kappa + \sin\omega\sin\phi\cos\kappa & \sin\omega\sin\kappa - \cos\omega\sin\phi\cos\kappa \\ -\cos\phi\sin\kappa & \cos\omega\cos\kappa - \sin\omega\sin\phi\sin\kappa & \sin\omega\cos\kappa + \cos\omega\sin\phi\sin\kappa \\ \sin\phi & -\sin\omega\cos\phi & \cos\omega\cos\phi \end{bmatrix}$$

تمرین ۲: برای المانهای ω , ϕ , K و Ω مقداری کمتر از شش درجه انتخاب کرده و مقدار عددی ماتریس دورانی M را به دست آورید.

تمرین ۳: از طریق محاسبات عددی بررسی نمایید آیا رابطه $M^T = M^{-1}$ برقرار است؟

[61]

ساخت ماتریس R توسط المان های (α, s, t)

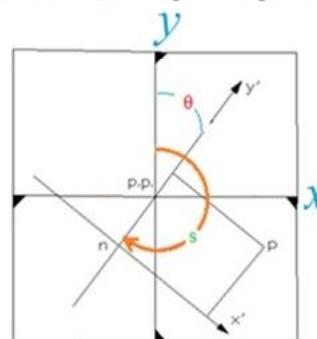


مجموعه سه دوران آزیمут (α), تیلت (t) و سوئینگ (s) نیز می‌توانند در توجیه دو سیستم به کار روند.

□ آزیموت: زاویه میان محور Y زمینی (شمال) و صفحه اصلی در جهت عقربه های ساعت می‌باشد.

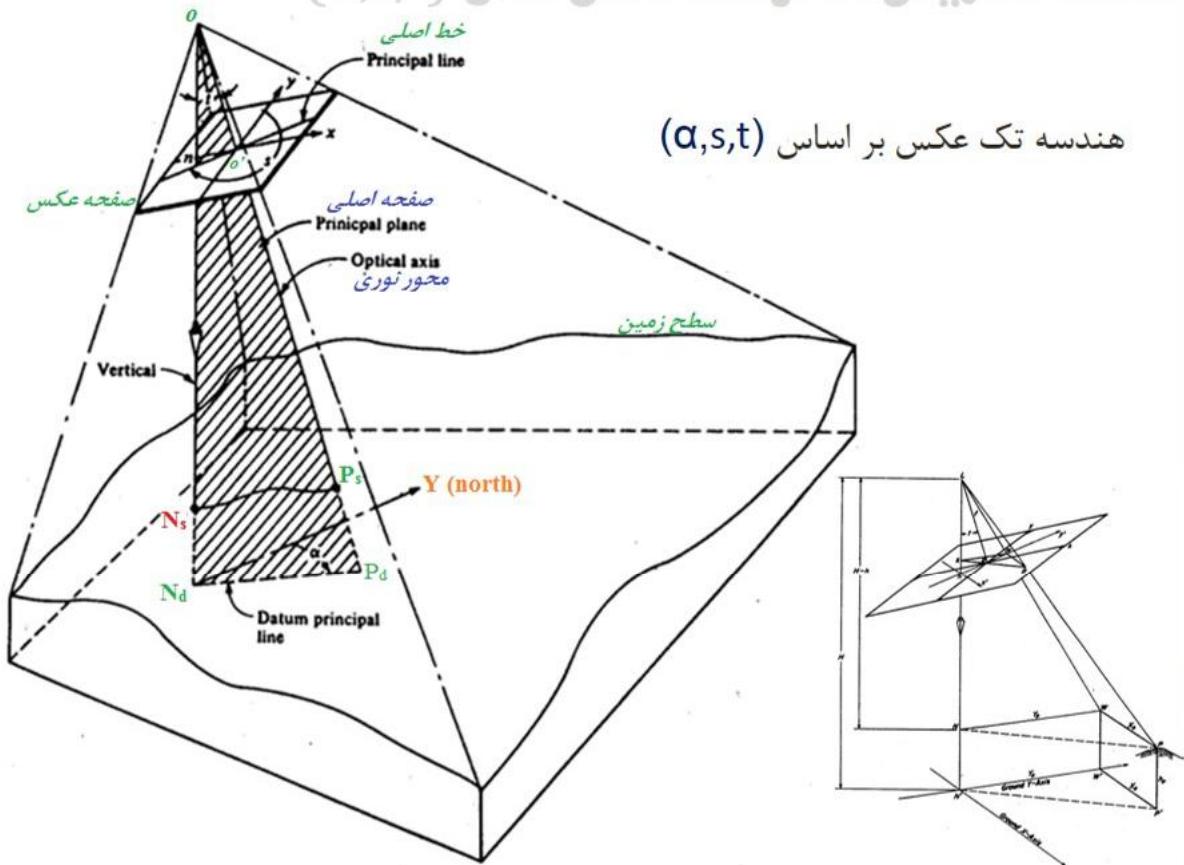
□ تیلت: زاویه بین محور نورانی و امتداد قائم است.

□ سوئینگ: زاویه میان محور y عکسی و خط اصلی در جهت حرکت عقربه های ساعت می‌باشد.



[62]

ساخت ماتریس R توسط المان های (α, s, t)

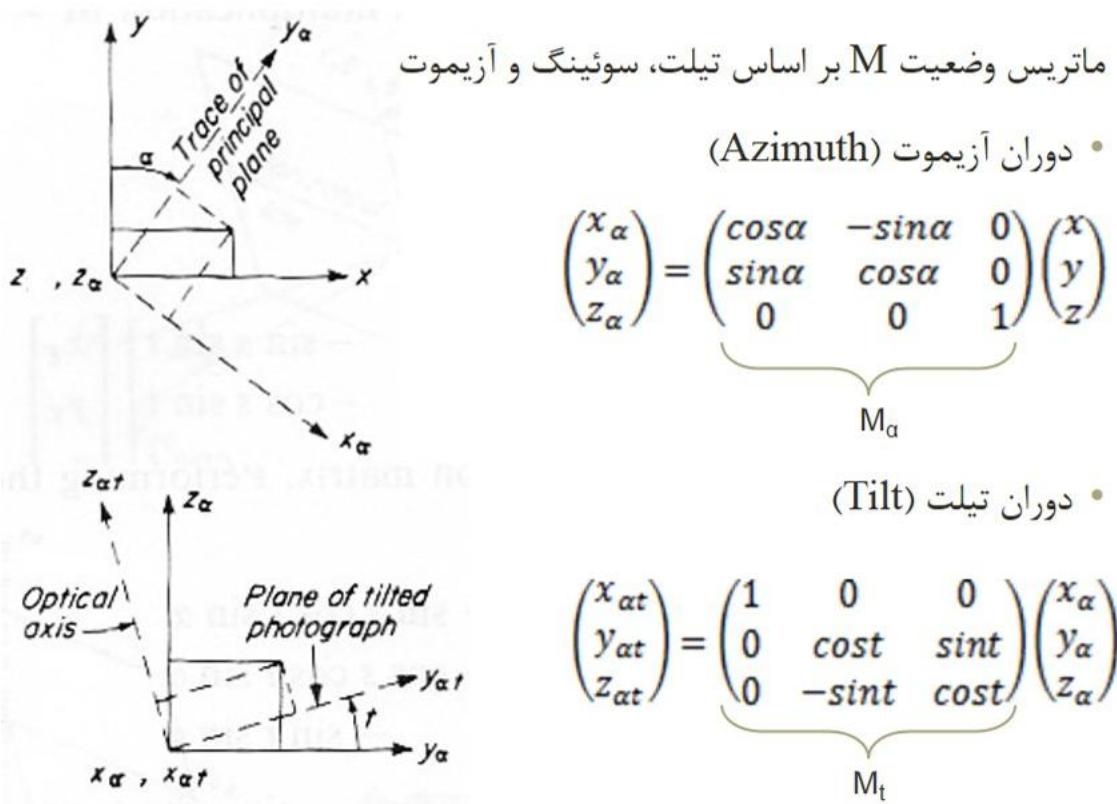


(Chapter 1)

kiani

[63]

ساخت ماتریس R توسط المان های (α, s, t)



(Chapter 1)

kiani

[64]

• دوران سوئینگ

$$\begin{pmatrix} x_{\alpha ts} \\ y_{\alpha ts} \\ z_{\alpha ts} \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} -\cos s & -\sin s & 0 \\ \sin s & -\cos s & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}}_{M_s} \begin{pmatrix} x_{\alpha t} \\ y_{\alpha t} \\ z_{\alpha t} \end{pmatrix}$$

$$\theta = 180 - s$$

$$\theta = s - 180$$

• به کارگیری توابع المان های تیلت، سوئینگ و آزیموت

$$M_{\alpha ts} = M_s \cdot M_t \cdot M_\alpha$$

$$\begin{pmatrix} x_{\alpha ts} \\ y_{\alpha ts} \\ z_{\alpha ts} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\cos s & -\sin s & 0 \\ \sin s & -\cos s & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos t & \sin t \\ 0 & -\sin t & \cos t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha & 0 \\ \sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \quad [65]$$

ساخت ماتریس R توسط المان های (α, s, t)

• ماتریس M در حالت کلی

$$M = \begin{pmatrix} -\cos s \cdot \cos \alpha - \sin s \cdot \cos t \cdot \sin \alpha & \cos s \cdot \sin \alpha - \sin s \cdot \cos t \cdot \cos \alpha & -\sin s \cdot \sin t \\ \sin s \cdot \cos \alpha - \cos s \cdot \cos t \cdot \sin \alpha & -\sin s \cdot \sin \alpha - \cos s \cdot \cos t \cdot \cos \alpha & -\cos s \cdot \sin t \\ -\sin t \cdot \sin \alpha & -\sin t \cdot \cos \alpha & \cos t \end{pmatrix}$$

تمرین ۱: صحت رابطه فوق را بررسی نمایید.

تمرین ۲: به ازای مقادیر دلخواه ماتریس M را محاسبه نمایید.

tilt: (0° to 180°) omega: (-180° to 180°)
swing: (-180° to 180°) phi: (-90° to 90°)
azimuth. (-180° to 180°) kappa: (-180° to 180°)

تمرین ۳: ماتریس های وضعیت زیر را به لحاظ پارامتری و عددی با هم مقایسه نمایید.

$$M_{\Omega \phi K} = M_K \cdot M_\phi \cdot M_\Omega$$

[66]

$$M_{K \phi \Omega} = M_\Omega \cdot M_\phi \cdot M_K$$



[67]

مقایسه دو مجموعه المان دورانی (α, s, t) و (Ω, \emptyset, K)

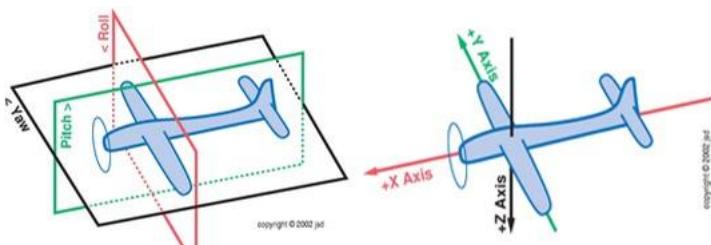
✓ برای مشخص کردن وضعیت Platform کدام مجموعه بهتر است؟

مجموعه دوران های اولری (حول محورهای X, Y و Z) برتری دارد.

دلیل: تعریف خط بزرگترین شیب در حالت عکس برداری کاملاً قائم ($t=0$) امکان ناپذیر است (انطباق نقطه نادیر با نقطه (p.p.)).

در سیستم دورانهای اولری نیازی به مشخص کردن موقعیت نقطه نادیر نیست.

- با استفاده از هر دو مجموعه المان دورانی می‌توان ماتریس دورانی M را تولید کرد. که $R=M^T$ یک ماتریس متعامد است، بنابراین از خواص ماتریس متعامد پیروی می‌کند:
- ساخت ماتریس R توسط ماتریس های متعامد دیگری نیز می‌تواند صورت گیرد مانند:
ماتریس کوسینوس های هادی
ماتریس های متعامد رودریگز و کیلی
ماتریس متعامد اسخات



یادآوری

✓) انواع حرکتهای متحرک در فضا:

✓ هر متحرک در فضا ۶ درجه آزادی دارد که ۳ حرکت خطی و ۳ حرکت دورانی است برای مشخص نمودن حرکت دورانی متحرک در فضا از ۳ محور عمود بر هم استفاده می‌شود که عبارتند از: «محور رول یا محور طول»، «محور پیچ یا محور عرضی» و «محور یاو».

❖ **محور رول:** محور طولی یا محور جلو - عقب را محور رول می‌نامند و حرکت رول یعنی دوران متحرک حول محور طولی خودش.

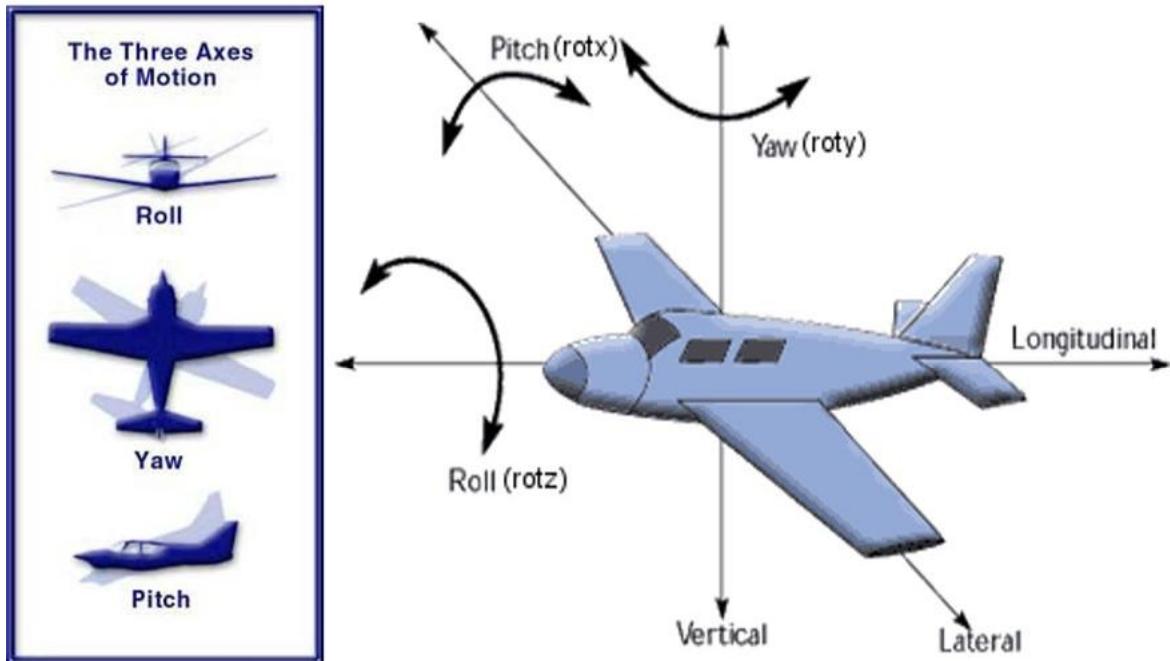
❖ **محور پیچ:** محور عرضی یا جنبی را محور پیچ گویند. و حرکت پیچ دوران متحرک حول محور عرضی خودش است که محوری افقی است و عمود بر محور طولی می‌باشد.

❖ **محور یاو:** محور عمود بر دو محور یاو و پیچ است و دوران متحرک حول این محور قائم را دوران یاو گویند.

[68]



- اختلاف بین المان boro sight angle را (Roll, pitch, yaw) و (Ω, ϕ, K) گویند (در حالتی که دوربین و هواپیما کاملا به هم فیکس شده باشند دیگر اختلافی وجود ندارد).



(Chapter 1)

kiani

[69]



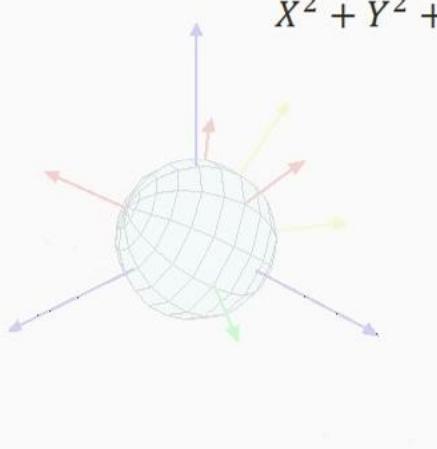
خواص ماتریس های متعامد (orthogonal matrix)

یک تبدیل خطی وقتی متعامد است که طول بردارها تحت تبدیل تغییر نکند. اگر این

تبدیل توسط ماتریس R نمایش داده شود، دارای خواص زیر است:

$$R^T = R^{-1}, \quad R.R^T = R.R^{-1} = I$$

$$X^2 + Y^2 + Z^2 = x^2 + y^2 + z^2 \quad \text{آنگاه } \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = R \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \quad \text{اگر}$$



$$\vec{R} = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix} = M^T$$

(Chapter 1)

kiani

[70]

خواص ماتریس های متعادل

$$\vec{R} = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix}$$

$r_{11}^2 + r_{12}^2 + r_{13}^2 = r_{11}^2 + r_{21}^2 + r_{31}^2 = \dots = 1$ مجموع مربعات هر سطر و ستون یک است. ✓

$(r_{11} \cdot r_{12}) + (r_{21} \cdot r_{22}) + (r_{31} \cdot r_{32}) = \dots = 0$ حاصلضرب داخلی هر دو سطر و ستون مجاور صفر است. ✓

$(r_{32})^2 = (r_{11} \cdot r_{23} - r_{21} \cdot r_{13})^2$; ... برای هر عنصر داریم: ✓

(Chapter 1)

تمرین) در صورتی که M ماتریس دوران سه بعدی مورد استفاده برای برقراری ارتباط میان

فضای عکس و سیستم مختصات زمینی باشد، کدامیک از موارد زیر در مورد المان های این

$$\begin{bmatrix} m_{11} & \frac{\sqrt{3}}{2} & m_{13} \\ -\frac{\sqrt{3}}{2} & m_{22} & 0 \\ m_{31} & m_{32} & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{array}{l} m_{11} = \frac{1}{2}, \quad m_{22} = \frac{1}{2} \quad (\text{ب}) \quad m_{11} = \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad m_{22} = \frac{1}{2} \quad (\text{الف}) \\ m_{11} = \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad m_{22} = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad (\text{د}) \quad m_{11} = \frac{1}{2}, \quad m_{22} = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad (\text{ج}) \end{array}$$

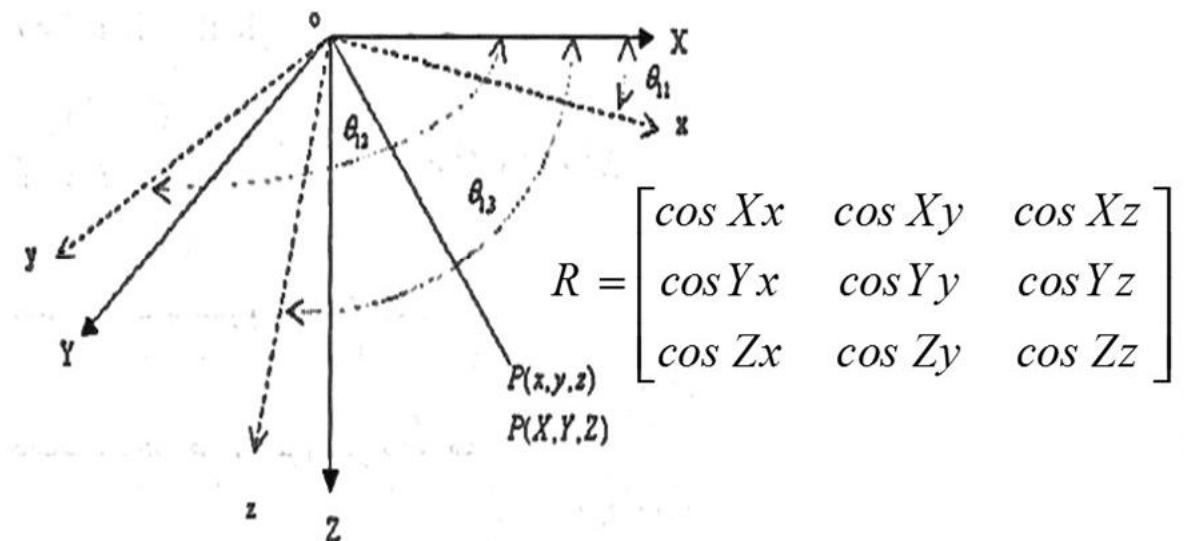
ماتریس درست می باشد. kiani [71]



کسینوس های هادی

ماتریس دورانی R را می توان برحسب کسینوس های هادی، که با زوایای دورانی بین محورهای نظیر در دو سیستم مرتبط است، بیان کرد. در این حالت المان های ماتریس

بر حسب کسینوس های هادی، به صورت زیر بیان می شوند:



کسینوس های هادی

در صورتی که $(\theta_{11}, \theta_{12}, \theta_{13})$ زوایای دورانی باشند
که محورهای x,y,z با محور X می سازند و
 $(\theta_{21}, \theta_{22}, \theta_{23})$ زوایای دورانی باشند که محورهای x,y,z با محور Y می سازند
که محورهای x,y,z با محور Z می سازند داریم:

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos Xx & \cos Xy & \cos Xz \\ \cos Yx & \cos Yy & \cos Yz \\ \cos Zx & \cos Zy & \cos Zz \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = M \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_{11} & \cos \theta_{12} & \cos \theta_{13} \\ \cos \theta_{21} & \cos \theta_{22} & \cos \theta_{23} \\ \cos \theta_{31} & \cos \theta_{32} & \cos \theta_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = M \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

kiani (Chapter 1)

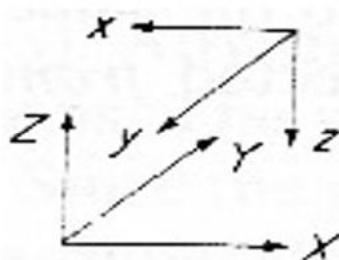
[73]

کسینوس های هادی

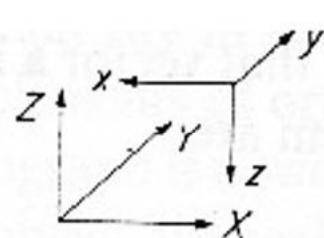
تمرین ۱: از طریق محاسبات عددی بررسی نمایید آیا رابطه زیر برقرار است؟

$$M^t = M^{-1}$$

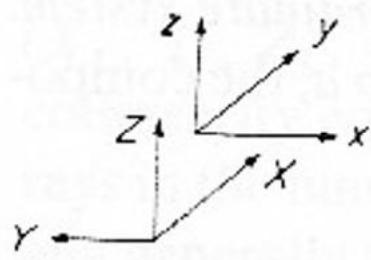
تمرین ۲: بر اساس کسینوس های هادی ارتباط میان مجموعه سیستم های مختصات زیر را به دست آورید (ماتریس M)؟



(a)



(b)



(c)

kiani (Chapter 1)

[74]



[75]



ماتریس متعامد رودریگز و کیلی

اولین بار کیلی (cayley) نشان داد که ماتریس زیر همواره متعامد است:

$$R_c = (I - S)(I + S)^{-1}$$

که I یک ماتریس یکه و S ماتریس قرینه ای به شکل زیر می باشند.

$$S = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & v & -\mu \\ -v & 0 & \lambda \\ \mu & -\lambda & 0 \end{bmatrix} \quad I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$(I - S)^T = (I + S)$$

با توجه به خواص ماتریس S داریم:

$$(I + S)^T = (I - S)$$

$$R_c^T = (I - S)^{-1}(I + S)$$

در نتیجه خواهیم داشت:

بنابراین می توان گفت هر زوج به شکل زیر اورتogonal است.

$$(I \mp S)(I \pm S)^{-1} = (I \pm S)^{-1}(I \mp S)$$

ماتریس متعامد رودریگز و کیلی

با محاسبه R_c به فرم ماتریسی متعامد زیر که توسط رودریگز (Rodrigues) اشاره شد

$$R_c = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2}v & \frac{1}{2}\mu \\ \frac{1}{2}v & 1 & -\frac{1}{2}\lambda \\ -\frac{1}{2}\mu & \frac{1}{2}\lambda & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2}v & -\frac{1}{2}\mu \\ -\frac{1}{2}v & 1 & \frac{1}{2}\lambda \\ \frac{1}{2}\mu & -\frac{1}{2}\lambda & 1 \end{bmatrix}^{-1}$$

می رسیم:

در صورتی که θ دوران حول محور دورانی و با کسینوس های هادی مشخص باشد،

پارامترهای (λ, μ, v) توابعی از این زاویه و کسینوس های هادی محور به صورت (l, m, n)

$$\begin{bmatrix} \lambda \\ \mu \\ v \end{bmatrix} = 2 \cdot \tan \frac{\theta}{2} \begin{bmatrix} l \\ m \\ n \end{bmatrix}$$

است، در این صورت داریم:

مزیت روش رودریگز این است که تقریبی نمی باشد و با یک تکرار به جواب می رساند. ولی

اگر θ به 180° نزدیک شوند یکی از مولفه ها یا هر سه (λ, μ, v) به بینهایت میل می کنند

که برای حل این مشکل ماتریس متعامد اسخات معرفی می شود.

[76]



ماتریس متعامد اسخات

همانطور که در قسمت قبل دیدیم در صورتی که $\theta = \pi$ باشد، معادله برای استفاده مناسب

نمی‌باشد. این مشکل با پیشنهاد ماتریس اسخات (schut) حل شد:

$$R_s = (dI - S)^{-1} (dI + S)$$

$S = \begin{bmatrix} 0 & -c & b \\ c & 0 & -a \\ -b & a & 0 \end{bmatrix}$ که I یک ماتریس یکه و S به صورت روپرتو تعریف می‌شود: که با جایگذاری در معادله قبل خواهیم داشت:

$$R_s = \begin{bmatrix} d & c & -b \\ -c & d & a \\ b & -a & d \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} d & -c & b \\ c & d & -a \\ -b & a & d \end{bmatrix}$$

$$R_s = \frac{1}{a^2 + b^2 + c^2 + d^2} \begin{bmatrix} a^2 - b^2 - c^2 + d^2 & 2ab - 2cd & 2ac + 2bd \\ 2ab + 2cd & -a^2 + b^2 - c^2 + d^2 & 2bc - 2ad \\ 2ac - 2bd & 2bc + 2ad & -a^2 - b^2 + c^2 + d^2 \end{bmatrix} [77]$$

kiani (Chapter 1)



تبديل افاین سه بعدی

(3D Affine Transformation)

در تبدیل ساده‌ی سه‌بعدی فرض بر این بود که در فضای سه‌بعدی مقیاس در تمام جهات یکسان است. در صورتی که مقیاس در امتداد محورهای سیستم‌های مختصات

یکسان نباشد، تبدیل افاین سه‌بعدی مطرح می‌شود.



$$\vec{X} = \lambda R \vec{x} + \vec{X}_0 \quad \vec{x} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \quad \vec{X} = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}$$

بنابراین تعداد پارامترها در این تبدیل برابر خواهد بود با:

$$\lambda = 1, \quad \vec{x} = [\lambda_x x \quad \lambda_y y \quad \lambda_z z]^T = \begin{bmatrix} \lambda_x x \\ \lambda_y y \\ \lambda_z z \end{bmatrix}$$

kiani (Chapter 1)



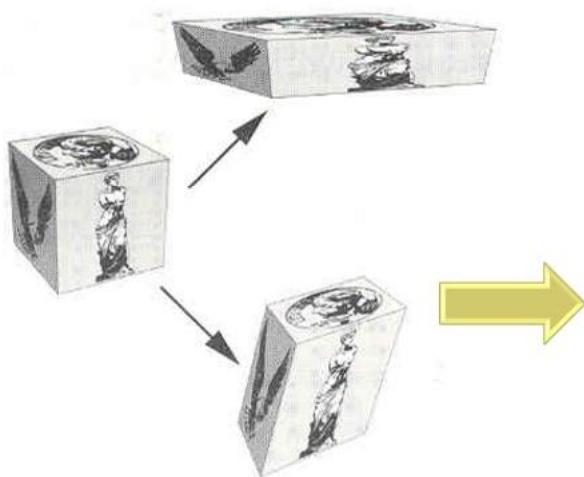
سه دوران-سه انتقال-سه مقیاس (با فرض تعامد محورهای مختصات بر یکدیگر)

تبدیل افاین سه بعدی

(Chapter 1)

kiani

[79]



که در حالت کلی تبدیل افاین سه بعدی شامل

۱۲ پارامتر زیر خواهد بود:

➢ سه پارامتر انتقال

➢ سه پارامتر دوران

➢ سه پارامتر مقیاس

➢ سه پارامتر عدم تعادم محورها

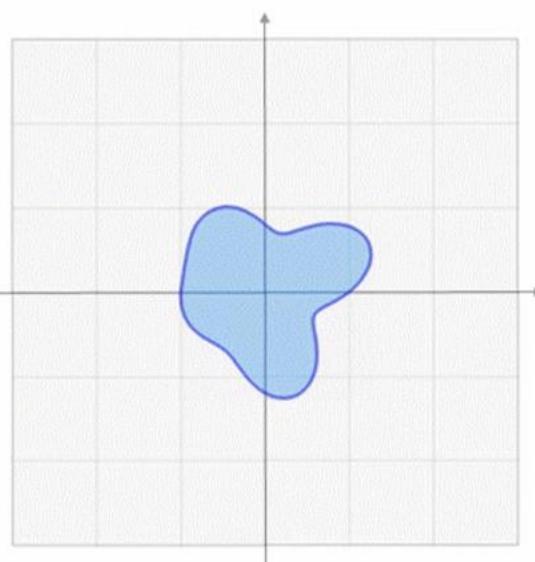
تبدیل افاین سه بعدی

(Chapter 1)

kiani

[80]

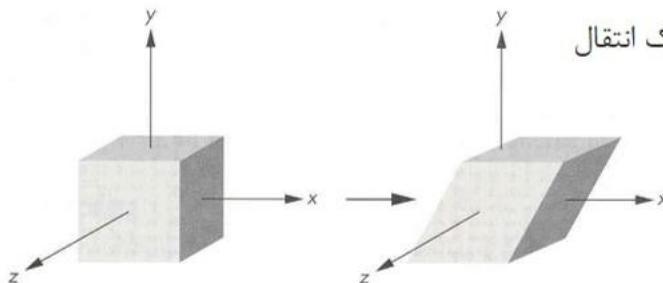
Affine transformations on the 2D plane can be performed in three dimensions. Translation is done by shearing along over the z axis, and rotation is performed around the z axis.



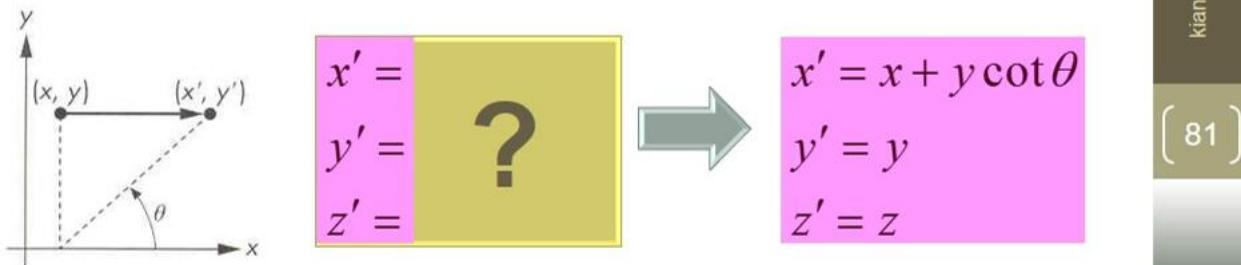
تبدیل افاین سه بعدی



تاثیر shear مانند هل دادن یک شی هندسی در یک جهت موازی با یک صفحه سه بعدی (3D) یا در یک سیستم مختصات دو بعدی (2D) است. در شکل روبرو سیلندر قرمز نتیجه اعمال یک انتقال shear بر روی سیلندر زرد است.



shear the object in the x direction



تبدیل افاین سه بعدی

- Shear in the x direction

$$\begin{aligned} x' &= x + y \cot \theta \\ y' &= y \\ z' &= z \end{aligned} \quad \xrightarrow{H_x(\theta)} \quad p' = H_x p$$

?

$$H_x = \begin{bmatrix} 1 & \cot \theta & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

shearing matrix

- Inverse of a shearing matrix

$$H_x^{-1}(\theta) = H_x(-\theta) = ? \quad \xrightarrow{H_x^{-1}(\theta)} \quad H_x^{-1}(\theta) = \begin{bmatrix} 1 & -\cot \theta & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

[82]

تبديل پروجكتيو سه بعدی

(3D Projective Transformation)

پروجكتيو سه بعدی حالت خاصی از Rational Function می باشد.

$$\left\{ \begin{array}{l} x = \frac{p_1(x,y,z)}{p_2(x,y,z)} = \frac{(1 \ z \ y \ x \ ... \ z^3 \ y^3 \ x^3)(a_0 \ ... \ a_{19})^T}{(1 \ z \ y \ x \ ... \ z^3 \ y^3 \ x^3)(1 \ b_1 \ ... \ b_{19})^T} \\ y = \frac{p_3(x,y,z)}{p_4(x,y,z)} = \frac{(1 \ z \ y \ x \ ... \ z^3 \ y^3 \ x^3)(c_0 \ ... \ c_{19})^T}{(1 \ z \ y \ x \ ... \ z^3 \ y^3 \ x^3)(1 \ d_1 \ ... \ d_{19})^T} \\ z = \frac{p_5(x,y,z)}{p_6(x,y,z)} = \frac{(1 \ z \ y \ x \ ... \ z^3 \ y^3 \ x^3)(e_0 \ ... \ e_{19})^T}{(1 \ z \ y \ x \ ... \ z^3 \ y^3 \ x^3)(1 \ f_1 \ ... \ f_{19})^T} \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \text{با پيدايش هندسي} \\ \text{و dynamic} \\ \text{فتogramtri فضائي} \\ \text{معادلات توابع كسرى} \\ \text{رايج شدهاند که از نوع} \\ \text{پروجكتيوند.} \end{array}$$

(Chapter 1)

$$\left\{ \begin{array}{l} x = \frac{p_1(x,y,z)}{p_2(x,y,z)} = \frac{a_0 + a_1x + a_2y + a_3z}{1 + b_0x + b_1y + b_2z} \\ y = \frac{p_3(x,y,z)}{p_4(x,y,z)} = \frac{c_0 + c_1x + c_2y + c_3z}{1 + d_0x + d_1y + d_2z} \\ z = \frac{p_5(x,y,z)}{p_6(x,y,z)} = \frac{e_0 + e_1x + e_2y + e_3z}{1 + f_0x + f_1y + f_2z} \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \text{معادله فوق } 117 \text{ معادله درجه سه) پaramتر مجھول دارد.} \\ \text{پروجكتيو سه بعدی نمايش درجه يك از} \\ \text{چند جمله های كسرهای فوق می باشد.} \end{array}$$

kiani

[83]

تبديل پروجكتيو سه بعدی

در حالت کلی حالت کسری (تقسیم) چندجمله‌ای‌های درجه نخست به شکل زیر می باشد:

$$x = \frac{a_{11}X + a_{12}Y + a_{13}Z + a_{14}}{a_{41}X + a_{42}Y + a_{43}Z + a_{44}} \quad y = \frac{a_{21}X + a_{22}Y + a_{23}Z + a_{24}}{a_{51}X + a_{52}Y + a_{53}Z + a_{54}} \quad z = \frac{a_{31}X + a_{32}Y + a_{33}Z + a_{34}}{a_{61}X + a_{62}Y + a_{63}Z + a_{64}}$$

(Chapter 1)

برای ساده تر شدن این معادلات مخرج ها را يکسان فرض می کنیم ($P_4=P_5=P_6$). به عبارتی ارتباط بین فضا را با ۱۶ پارامتر ایجاد می کنیم که از این تعداد a_{44} را می توان حذف نمود. اگر این کار را نکنیم و این را به شکل مجھول وارد محاسبات کنیم ماتریس سینگولار (singular) خواهد شد. بنابراین ارتباط بین فضاهای با ۱۵ پارامتر مستقل برقرار می شود.

kiani

$$x = \frac{a_{11}X + a_{12}Y + a_{13}Z + a_{14}}{a_{41}X + a_{42}Y + a_{43}Z + 1} \quad y = \frac{a_{21}X + a_{22}Y + a_{23}Z + a_{24}}{a_{41}X + a_{42}Y + a_{43}Z + 1} \quad z = \frac{a_{31}X + a_{32}Y + a_{33}Z + a_{34}}{a_{41}X + a_{42}Y + a_{43}Z + 1}$$

[84]

تبدیل پروژکتیو سه بعدی

$$\begin{aligned}x &= a_{11}X + a_{12}Y + a_{13}Z + a_{14} \\y &= a_{21}X + a_{22}Y + a_{23}Z + a_{24} \\z &= a_{31}X + a_{32}Y + a_{33}Z + a_{34}\end{aligned}$$

اگر $a_{41}=a_{42}=a_{43}=0$ به افاین سه بعدی خواهیم رسید:

که در افاین سه بعدی دوازده مجهول داشتیم.

$$\vec{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$

شکل زاما حفظ نمی شود ولی مساحت حفظ می شود

شکل بزرگتر می شود

شکل کوچکتر می شود

اگر $A^T A = K \cdot I$ نشان دهندهی حالتی از تعامد کامل است و ضریب مقیاس در تمام جهات برابر و $|A|=1$ یکسان است یعنی:

$$A^T A = \begin{bmatrix} k & 0 & 0 \\ 0 & k & 0 \\ 0 & 0 & k \end{bmatrix}, \quad \xi_{xy} = \xi_{yz} = \xi_{xz} = 0, \quad \lambda_x = \lambda_y = \lambda_z = k$$

در این حالت تعداد پارامترها به هفت عدد کاهش می یابد.

اگر $A^T A = I$ تعداد پارامترها به شش عدد کاهش می یابد (که مخصوص اجسام صلب است و در آن ضریب مقیاس یک است)

(Chapter 1)
kiani

[85]

تبدیل پروژکتیو سه بعدی

مثال) معادلات افاین سه بعدی را مد نظر بگیرید. در صورتی که ماتریس ضرائب را با A نمایش

دهیم، گزینه صحیح کدام است؟

۱) در صورتی که از بعد سوم یکی از فضاهای صرفنظر شود، معادلات پروژکتیو ۲ بعدی حاصل می شود.

۲) در صورتی که $A^T A = K \cdot I$ ضریب ثابت)، محورها عمود بر هم باشد، تعداد مجهولات به ۹ کاهش می یابد.

۳) در صورتی که $|A|=1$ باشد، هر شکلی که وارد معادلات شود، با همان شکل خارج می شود، ولی مساحت آن تغییر می کند.

۴) در صورتی که $A^T A = K \cdot I$ باشد (ماتریس یک)، مقیاسها در تمام جهات برابر بوده و تعداد مجهولات برابر ۷ می باشد.

۵

مثال) در معادلات افاین سه بعدی (3D affine) در صورتی که ماتریس ضرائب A متعامد گردد

($A^T A = I$) تعداد پارامترهای مستقل مجهول چه اندازه خواهد شد؟

الف

۱) ۶ پارامتر (سه پارامتر انتقال، سه پارامتر دوران)

۲) ۷ پارامتر (سه پارامتر انتقال، سه پارامتر دوران، ۱ پارامتر ضریب مقیاس)

۳) ۹ پارامتر (سه پارامتر انتقال، سه پارامتر دوران، سه پارامتر عمود نمودن محورها (Non-orthogonality))

۴) ۹ پارامتر (سه پارامتر انتقال، سه پارامتر دوران، سه پارامتر ضریب مقیاس)

(Chapter 1)
kiani

[86]

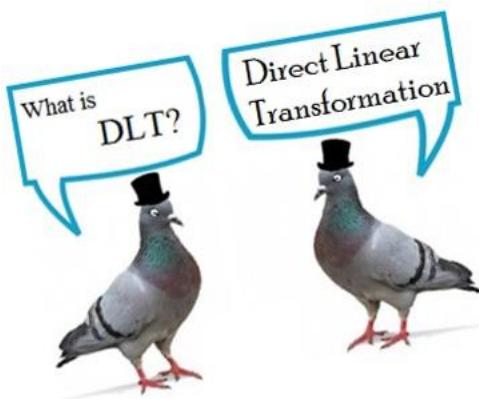


معادلات DLT

(Chapter 1)

kiani

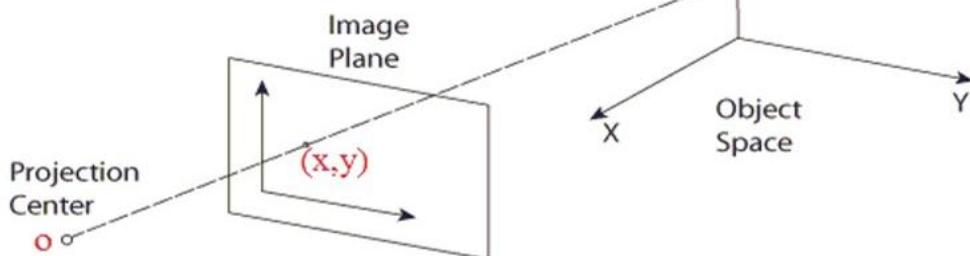
[87]



اگر در یکی از فضاهای ابعاد کم شود مثل فتوگرامتری به معادلات DLT می‌رسیم، که مستقیماً از فضای تصویر به فضای زمین با ۱۱ پارامتر مستقل ارتباط برقرار می‌کند. به عبارتی معادلات DLT از فضای تصویری خام به فضای زمینی به طور مستقیم ارتباط برقرار می‌کند.

$$x = \frac{a_{11}X + a_{12}Y + a_{13}Z + a_{14}}{a_{41}X + a_{42}Y + a_{43}Z + 1}$$

$$y = \frac{a_{21}X + a_{22}Y + a_{23}Z + a_{24}}{a_{41}X + a_{42}Y + a_{43}Z + 1}$$

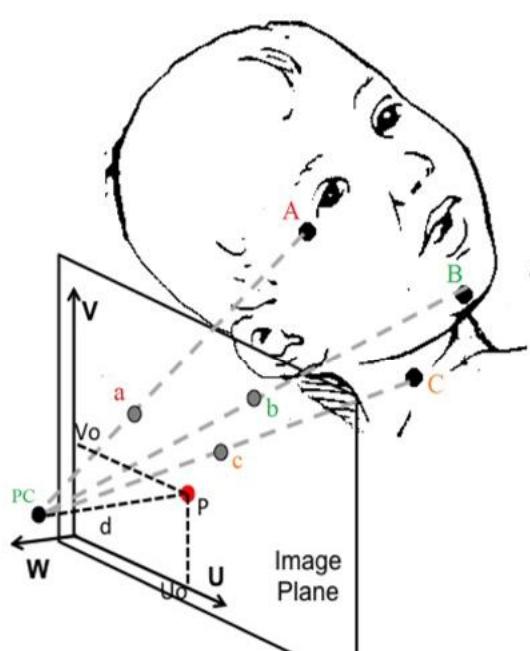


معادلات DLT

(Chapter 1)

kiani

[88]



افزایش GCP‌ها افزایش درجه آزادی و افزایش دقت را خواهیم داشت.

یکی از موارد کاربرد این معادله، در دوربین‌های غیر متریک در فتوگرامتری برد کوتاه می‌باشد.

تبدیل سه بعدی با استفاده از چندجمله‌ای‌ها (3D Polynomial Transformation)

به منظور بررسی خطاهای انتشار داده شده یا تغییر شکل سیستماتیک در یک مدل سه بعدی یا اتصال مدل‌ها در یک نوار تشکیل شده در مثلثبندی مدل پیوسته، معمولاً استفاده از چند جمله‌ای‌ها به عنوان یک روش مناسب پیشنهاد می‌شود.

با توجه به کاربرد مورد نظر، چند جمله‌ای‌ها را می‌توان به شکل‌های مختلفی به کاربرد.

$$X = a_0 + \text{چند جمله‌ای‌های سه بعدی عمومی:}$$

$$+ a_1x + a_2y + a_3z \\ + a_4x^2 + a_5y^2 + a_7z^2 + a_8xy + a_9xz + a_{10}yz + \dots$$

$$Y = b_0 + b_1x + b_2y + b_3z + \dots$$

$$Z = c_0 + c_1x + c_2y + c_3z + \dots$$

[89]

تبدیل سه بعدی با استفاده از چندجمله‌ای‌ها

• تعداد پارامترها به صورت نامحدود می‌تواند افزایش یابد.

First order polynomial (4 coefficients per coordinate)

- $x' = k_{x1} + k_{x2}x + k_{x3}y + k_{x4}z$
- $y' = k_{y1} + k_{y2}x + k_{y3}y + k_{y4}z$
- $z' = k_{z1} + k_{z2}x + k_{z3}y + k_{z4}z$

Second order polynomial (10 coefficients per coordinate)

- $x' = k_{x1} + k_{x2}x + k_{x3}y + k_{x4}z + k_{x5}x^2 + k_{x6}xy + k_{x7}y^2 + k_{x8}xz + k_{x9}yz + k_{x10}z^2$
- $y' = k_{y1} + k_{y2}x + k_{y3}y + k_{y4}z + k_{y5}x^2 + k_{y6}xy + k_{y7}y^2 + k_{y8}xz + k_{y9}yz + k_{y10}z^2$
- $z' = k_{z1} + k_{z2}x + k_{z3}y + k_{z4}z + k_{z5}x^2 + k_{z6}xy + k_{z7}y^2 + k_{z8}xz + k_{z9}yz + k_{z10}z^2$

Third order polynomial (20 coefficients per coordinate)

Fourth order polynomial (35 coefficients per coordinate) and ...

(Chapter 1)

kiani

[90]

مدل‌های ریاضی

در ادامه لیستی از مدل‌های شناخته شده تر ارایه شده است، تا به اینجا با تعدادی از این مدل‌ها و روابط مربوطه آشنا شده اید، برخی دیگر از آنها در ساعت عملی همین درس ارایه خواهد شد.

2D Mathematical Models

- Parametric Models
- Interpolative Models
 - ✓ Global Polynomial
 - ✓ Piece-Wise Polynomial
 - ✓ Point-Wise Polynomial
 - ✓ Multi-Quadratic Transformation
 - ✓ 2D-Projective Transformation

3D Mathematical Models

- Parametric Models
 - ✓ Co-linearity Condition Equation
 - ✓ Co-planarity Condition Equation
- Interpolative Models
 - ✓ Rational Functions
 - ✓ 3D projective Transformation
 - ✓ 3D Affine Transformation
 - ✓ 3D Similarity Transformation
 - ✓ Direct Linear Transformation

(Chapter 1)

kiani

[91]



در فتوگرامتری

- خطای تغییر بعد قیلم
- خطای امواج عدسی
- خطای عدم انتظامی مرکز عکس
- خطای انكسار انتسفر
- خطای ناشی از گروهت زمین
- خطای ناشی از تاهمواری زمین
- خطای ناشی از دوران زمین
- خطای ناشی از تبلت
- خطای کشیدگی تصویر
- خطای تغییر مقیابی در اثر تغییر ارتفاع پرواز



کیانی

خطای سیستماتیک

خطای منظم یا سیستماتیک دارای جهت یا الگوی مشخص می‌باشد.
الگوی این خطا قابل پیش بینی می‌باشد، به عبارتی می‌توان برای آن

فرمول ریاضی یا فیزیکی نوشت.



خطای عدم انتباق مرکز عکسی

عدم انتباق نقطه اصلی و محل تقاطع علائم کناری :

نقطه اصلی، پای عمود از نوادال عقبی عدسی بر روی صفحه کانونی است که اگر سیستم

ایده ال باشد مشکلی به وجود نمی آید و با مرکز تقاطع علایم کناری یکسان می شود.

ولی همیشه شرایط ایده ال نیست.

عدم انتباق نقطه اصلی و

محل تقاطع علائم کناری

در اکثر محاسبات به صورت زیر اعمال می شود :

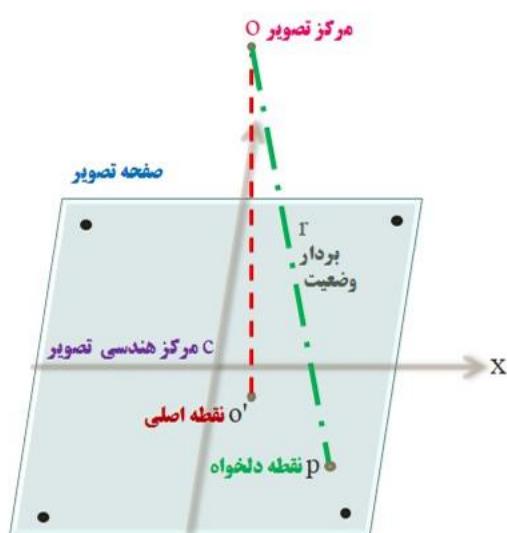
$$X' = X - X_0$$

$$Y' = Y - Y_0$$

(Chapter 2)

kiani

[3]



خطای عدم انتباق مرکز عکسی

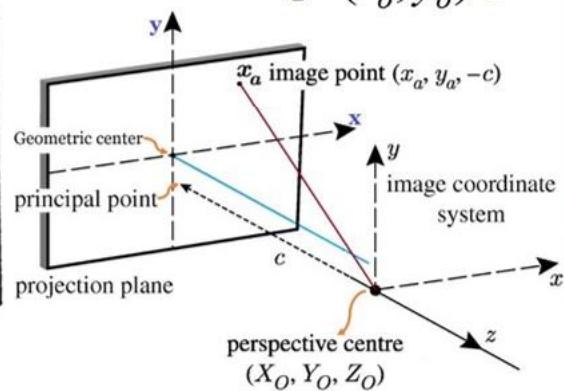
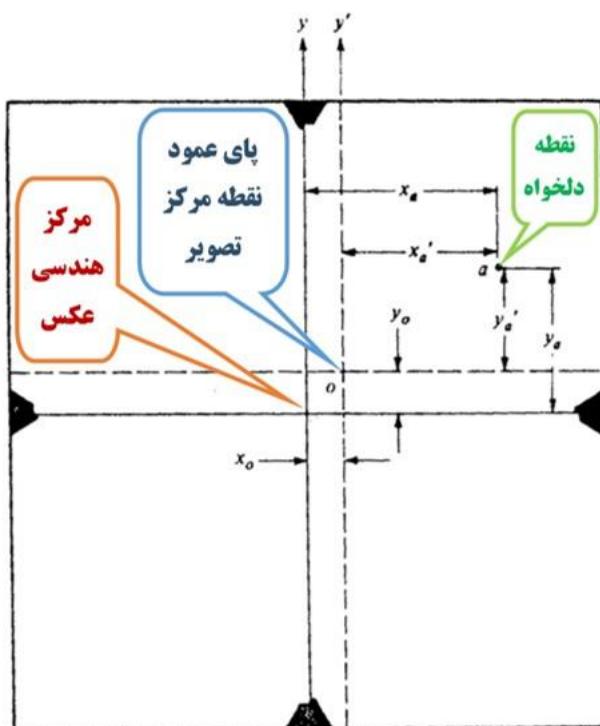
محل تلاقی خطوطی که از به هم وصل

کردن نقاط حاشیه عکس بدست می آید

لزوماً منطبق بر نقطه اصلی نخواهد شد.

مختصات واقعی نقطه اصلی مطابق

شکل (x_o, y_o) می باشد.



(Chapter 2)

kiani

[4]

خطاهاي تغيير بعده فيلم (Film deformation)

فيلم در اثر عوامل محيطى نظير: دما، رطوبت، فشار و مواد مصرفى در موقع ظهرور تغيير بعده پيدا مى كند. از اين رو عکس مثبتى که از آن تهيه مى شود داراي خطا است. اين خطا عمدتاً به جنس فيلم و ضخامت آن بستگى دارد.

موادي که از آن مى توان به عنوان برگه حامل مواد حساس استفاده نمود:

.1. شيشه: كمترین تغيير بعد را دارد.

.2. پلاستيك پوليستر: نسبت به کاغذ بهتر است.

.3. کاغذ: تغيير بعد زیادی دارد، عوامل تغيير بعد کاغذ حرارت، رطوبت جنس و ضخامت هستند.

- | | | |
|---------------------------------|---|--------------------------------------|
| (1) تغيير بعده يکنواخت فيلم | } | این تغيير بعده در سه حالت رخ مى دهد: |
| (2) تغيير بعده غير يکنواخت فيلم | | |
| (3) تغيير بعده نا منظم فيلم | | |

[5]

خطاهاي تغيير بعده فيلم

در حالت کلي با اندازه‌گيري فواصل نقاط فيدوشل‌مارک بر روی عکس (x_m or y_m) و مقایسه آن با همین فاصله که مقدار آن در کالibrه نمودن دوربین (x_c or y_c) به دست می‌آيد می‌توان به مقدار تغيير بعد دست یافت:

$$\frac{x'_a}{x_a} = \frac{x_c}{x_m} \quad \frac{y'_a}{y_a} = \frac{y_c}{y_m}$$

$$x'_a = \left(\frac{x_c}{x_m} \right) x_a \quad y'_a = \left(\frac{y_c}{y_m} \right) y_a$$

به نسبت‌های داخل پرانتز در فرمول‌های فوق ضریب مقیاس در جهت‌های X و Y گفته می‌شود. البته این کار را می‌توان در کامپیوتر و به روش فتوگرامتری تحلیلی (از طریق ماتریس‌های ترانسفورماتیون) نیز انجام داد که در ادامه به این موضوع پرداخته می‌شود.

kiani (Chapter 2)

[6]

تغییر بُعد یکنواخت فیلم

اگر تغییرات فیلم درجهٔت محورهای (x) و (y) یکسان باشد،
یعنی $(\Delta x = \Delta y)$ در این صورت از معادله کانفورمال یا متشابه جهت تصحیح

(Chapter 2)

kiani

[7]

$$\begin{bmatrix} x_c \\ y_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & y & 1 & 0 \\ y & -x & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{bmatrix}$$

تغییر بُعد غیر یکنواخت فیلم

اگر تغییرات فیلم در راستای دو محور (x) و (y) یکسان نباشد یعنی $(\Delta x \neq \Delta y)$
آنگاه تغییرات فیلم غیر یکنواخت است. و برای بدست آوردن مختصات
تصحیح شده نقاط در این نوع فیلم از معادله افاین استفاده می‌شود.

(Chapter 2)

kiani

[8]

$$\begin{bmatrix} x_c \\ y_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & y & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & x & y & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \\ e \\ f \end{bmatrix}$$

تغییر بُعد نامنظم فیلم

اگر تغییرات فیلم در جهت‌های مختلف، متفاوت باشد به آن تغییر بُعد نامنظم فیلم می‌گویند.

عوامل ایجاد کننده:

➤ خاصیت الاستیسیته مواد روی فیلم

➤ غیر هم سطح بودن سطح حامل لایه حساس

(Chapter 2)

kiani

معادله پروجکتیو دو بعدی

که به دو صورت دسته بندی می‌شوند:

(1) غیر یکسان و خطی در راستای دو محور x و y

معادله چند جمله‌ای
دو بعدی

(2) غیر یکسان و غیر خطی در راستای دو محور x و y

[9]

تغییر بُعد نامنظم فیلم

➤ غیر یکسان و خطی در راستای دو محور x و y

برای بدست آوردن مختصات تصحیح شده نقاط در این نوع فیلم از معادله پروجکتیو

$$x_c = \frac{a_1 \mathbf{x} + a_2 \mathbf{y} + a_3}{c_1 \mathbf{x} + c_2 \mathbf{y} + 1}$$

دو بعدی استفاده می‌شود.

$$y_c = \frac{b_1 \mathbf{x} + b_2 \mathbf{y} + b_3}{c_1 \mathbf{x} + c_2 \mathbf{y} + 1}$$

➤ غیر یکسان و غیر خطی در راستای دو محور x و y

برای بدست آوردن مختصات تصحیح شده نقاط در این نوع فیلم از معادله چند

$$\begin{cases} x_c = a + b\mathbf{x} + c\mathbf{y} + d\mathbf{xy} + \dots \\ y_c = e + f\mathbf{x} + g\mathbf{y} + h\mathbf{xy} + \dots \end{cases}$$

جمله‌ای استفاده می‌شود.

(Chapter 2)

kiani

[10]

تغییر بُعد فیلم

مثال) در عکسی، فواصل اندازه‌گیری شده X و Y نقاط فیدوشال به ترتیب ۲۳۳/۸۵ و ۲۳۳/۴۶ میلی‌متر است. همین فاصله‌ها در تنظیم دوربین ۲۳۲/۶۰ و ۲۳۲/۶۲ میلی‌متر می‌باشند. مطلوبست مقادیر تصحیحات برای مختصات اندازه‌گیری شده جدول زیر.

(Chapter 2)

شماره نقطه	x .mm	y .mm
1	-102.57	95.18
2	-98.43	-87.77
3	16.28	-36.06
4	65.72	61.84
5	104.88	-73.49

kiani

[11]



تغییر بُعد فیلم

هر یک از مقادیر اندازه‌گیری شده در فرمول‌های روبرو جایگذاری شده و مختصات تصحیح شده در ستون مختصات تصحیح شده جدول نوشته می‌شود.

$$x_a' = \left(\frac{x_c}{x_m} \right) x_a = \left(\frac{232.60}{233.85} \right) x_a$$

$$y_a' = \left(\frac{y_c}{y_m} \right) y_a = \left(\frac{232.62}{233.46} \right) y_a$$

(Chapter 2)

شماره نقطه	مختصات اندازه‌گیری شده		مختصات تصحیح شده	
	x .mm	y .mm	x ' .mm	y ' .mm
1	-102.57	95.18	-102.02	94.84
2	-98.43	-87.77	-97.9	-87.45
3	16.28	-36.06	16.19	-35.93
4	65.72	61.84	65.37	61.62
5	104.88	-73.49	104.32	-73.23

kiani

[12]



تغییر بُعد فیلم

مثال) کدام روش کمترین دقت را در رابطه با تصحیح خطاهای مربوط به تغییر ابعاد

فیلم (Film shrinkage) یک عکس هواپی در فرآیند پالایش تصویر ارائه می‌دهد؟

الف) استفاده از یک شبکه‌ی نقاط توزیع شده در سطح فیلم (Reseau grid)

ب) مقایسه فواصل اندازه‌گیری شده و کالیبره شده نقاط فیدوشیال

ج) استفاده از تبدیل افاین

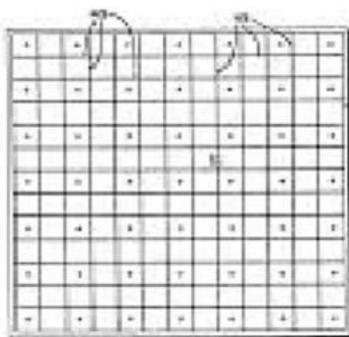
د) هیچکدام

(Chapter 2)
kiani

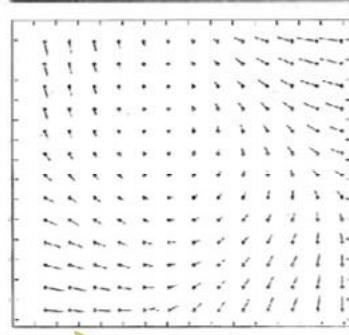
[13]



تغییر بُعد فیلم



در تصحیح خطاهای مربوط به تغییر ابعاد فیلم توسط دوربین‌های هواپی غیر متریک استفاده از یک شبکه گرد منظم در سطح فیلم بیشترین دقت را دارد. چون به صورت محلی (Local) اعوجاجات را حذف می‌کنیم.



استفاده از تبدیل افاین می‌تواند تغییر بعد غیریکنواخت را حل کند، یعنی اعوجاج را به صورت کلی (global) گرفته و اعوجاج بستگی به جای مشخص نقطه در عکس ندارد، بنابراین از روش قبل دقت کمتری دارد. در مقایسه فواصل اندازه‌گیری شده و کالیبره شده فیدوشیال، تنها می‌توان خطاهای مربوط به کشیدگی تصویر را حذف کرد. این روش نیز

Reseau grid

بنابراین گزینه ب جواب سوال است.

یک روش global است.

(Chapter 2)
kiani

[14]



تغییر پُعد فیلم

مثال) برای دو نقطه مختصات نقاط عکسی و کالیبره مطابق جدول زیر می‌باشد، مطلوب است محاسبهٔ مختصات تصحیح شدهٔ نقطه‌ای مانند C با مختصات عکسی زیر:

$$x_c = 120$$

$$y_c = 20$$

اگر تغییرات فیلم درجهٔ محورهای (x) و (y) یکسان باشد.

شماره نقطه	مختصات اندازه‌گیری شده		مختصات کالیبره نقطه	
	x_{mm}^m	y_{mm}^m	x_{mm}^c	y_{mm}^c
A	10	10	350	190
B	80	60	250	300
C	120	20	?	?

(Chapter 2)

kiani

[15]



تغییر پُعد فیلم

$$\begin{bmatrix} X_A \\ Y_A \\ X_B \\ Y_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_a & y_a & 1 & 0 \\ y_a & -x_a & 0 & 1 \\ x_b & y_b & 1 & 0 \\ y_b & -x_b & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{bmatrix}$$

برای حل دستگاه مطابق جزوء معادله دو بعدی روبرو را خواهیم داشت:

$$\begin{bmatrix} 350 \\ 190 \\ 250 \\ 300 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 & 10 & 1 & 0 \\ 10 & -10 & 0 & 1 \\ 80 & 60 & 1 & 0 \\ 60 & -80 & 0 & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{bmatrix}$$

تعداد پارامترهای مجهول: ۴

با حل معادله‌ی ماتریسی قبل پارامترهای معادله

مشابه زیر محاسبه خواهد شد:

$$\begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 & 10 & 1 & 0 \\ 10 & -10 & 0 & 1 \\ 80 & 60 & 1 & 0 \\ 60 & -80 & 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1} * \begin{bmatrix} 350 \\ 190 \\ 250 \\ 300 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.203 \\ -1.716 \\ 369.189 \\ 174.865 \end{bmatrix}$$

(اگر ماتریس وارون پذیر نباشد

از روش‌های سرشکنی

استفاده می‌نماییم).

(Chapter 2)

kiani

[16]



تغییر پُعد فیلم

حال با استفاده از پارامترهای بدست آمده، مختصات زمینی برای نقطه‌ی c به راحتی قابل محاسبه خواهد بود.

مختصات اندازه‌گیری
شده نقطه‌ی c

$$\begin{bmatrix} X_c \\ Y_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_c & y_c & 1 & 0 \\ y_c & -x_c & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{bmatrix}$$

پارامترهای
تبديل بدست آمده از
اسلاید قبل

$$\begin{bmatrix} X_c \\ Y_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 120 & 20 & 1 & 0 \\ 20 & -120 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -0.203 \\ -1.716 \\ 369.189 \\ 174.865 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 310.509 \\ 376.725 \end{bmatrix}$$

مختصات تصحیح شده‌ی
نقطه‌ی c

(Chapter 2)

kiani



خطای CCD Calibration

در سیستم‌های دیجیتال وجود دارد.

برای حالت‌های Line Type و Frame Type برای دوربین‌های دیجیتال وجود دارد.

با در نظر گرفتن یک پیکسل مرکزی میزان جابه‌جایی پیکسل‌ها را نسبت به یک پیکسل محاسبه می‌کنند.

(Chapter 2)

kiani



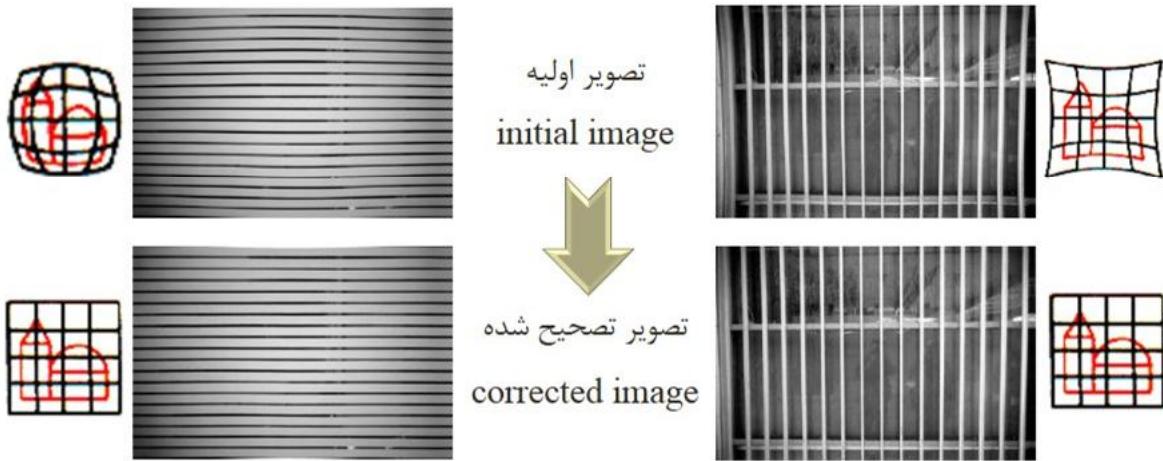
خطای اعوجاج عدسی (Lens distortion)

اعوجاج عدسی در اثر کیفیت ساخت عدسی به وجود می‌آید. اگر عدسی ایده‌آل باشد دقیقاً بر طبق قوانین نور در عدسی‌ها رفتار می‌کند. ولی به علت اینکه عدسی‌ها به دست انسان ساخته می‌شوند، خطاهایی به وجود می‌آید و نور همانند قانون عدسی‌ها عبور نمی‌کند که در این صورت اعوجاج عدسی پدید می‌آید.

(Chapter 2)

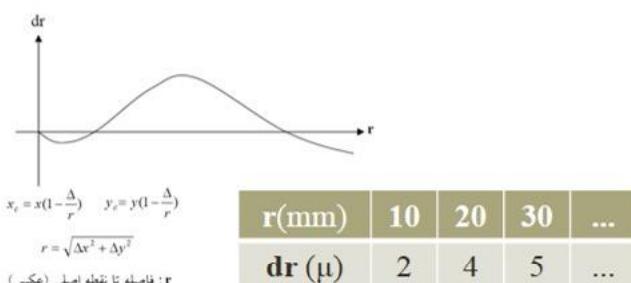
kiani

[19]



خطای اعوجاج عدسی

خطای ناشی از عدسی نسبت به نقطه اصلی عکسی شعاعی می‌باشد. چنانچه مقدار این خطا در اثنای کالیبره نمودن دوربین معلوم گردد در آن صورت می‌توان موقعیت نقاط را تصحیح نمود.



سه روش جهت تصحیح عدسی وجود دارد:

✓ بهره گیری از منحنی خطای عدسی

✓ بهره گیری از جدول

✓ روش‌های عددی حل مساله $(\partial r)\Delta = k_0 r + k_1 r^3 + k_2 r^5 + \dots$

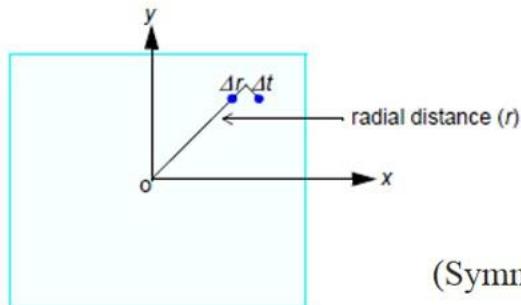
در تمام این روش‌ها فرض بر این است که تغییر موقعیت نقاط نسبت به نقطه اصلی شعاعی است. معمولاً تصحیحات مربوط به خطای عدسی بعد از اعمال تصحیحات تغییر بعد عکس صورت می‌گیرد.

(Chapter 2)

kiani

[20]

خطاهای اعوجاج عدسی



سه نوع اعوجاج عدسی داریم:

- اعوجاج شعاعی متقارن (Symmetric Radial Distortion)

عوارض به فاصله یکسان در جلو و پشت عدسی قرار دارند (در تمام جهات میزان جابجایی یکسان است).

Radial vs. Tangential Lens Distortion

اعوجاج شعاعی اعوجاجی است که نسبت به مرکز عدسی جابجایی ایجاد می‌کند.

- اعوجاج شعاعی نامتقارن (Asymmetric Radial Distortion)

در این نوع از اعوجاج میزان جابجایی یکسان نیست.

- اعوجاج مماسی (Tangential Distortion)

این اعوجاج در جهت عمود بر اعوجاج شعاعی است.

این اعوجاج در عدسی‌های مرکب در صورتی که مرکز آن‌ها

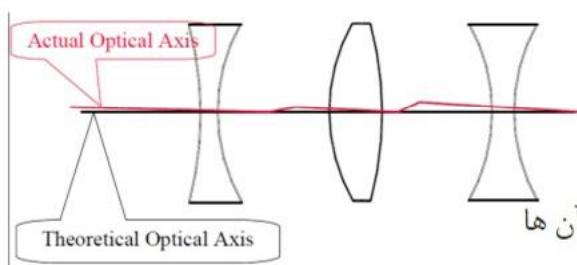
در یک امتداد قرار نداشته باشند اتفاق می‌افتد.

اعوجاج مماسی در لنزهای آماتور وجود دارد و فقط در فتوگرامتری بردکوتاه با آن برخورد می‌کنیم.

(Chapter 2)

kiani

[21]



خطاهای اعوجاج شعاعی متقارن

• خطاهای شماره ۲ و ۳ بسیار کوچک هستند و به همین دلیل در پروژه‌های با دقت بسیار بالا به کار می‌روند. این خطاهای در دوربین‌های جدید تقریباً به صفر رسیده است. در زیر روش بدست آوردن خطا با استفاده از چند جمله‌ای‌ها آورده شده است.

$$(\partial r)\Delta = k_0 r + k_1 r^3 + k_2 r^5 + \dots$$

• در این رابطه، Δr خطای عدسی نقطه‌ای است که به فاصله‌ی r از نقطه‌ی اصلی واقع شده است. k ‌ها ضرایبی هستند که شکل منحنی را تعیین می‌نمایند.

• ضرایب k با استفاده از داده‌های معلوم به دست می‌آید.

• پارامتر r با استفاده از رابطه‌های زیر بدست می‌آید:

$$r = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2} \quad \text{or} \quad r = f \times \tan(\alpha)$$

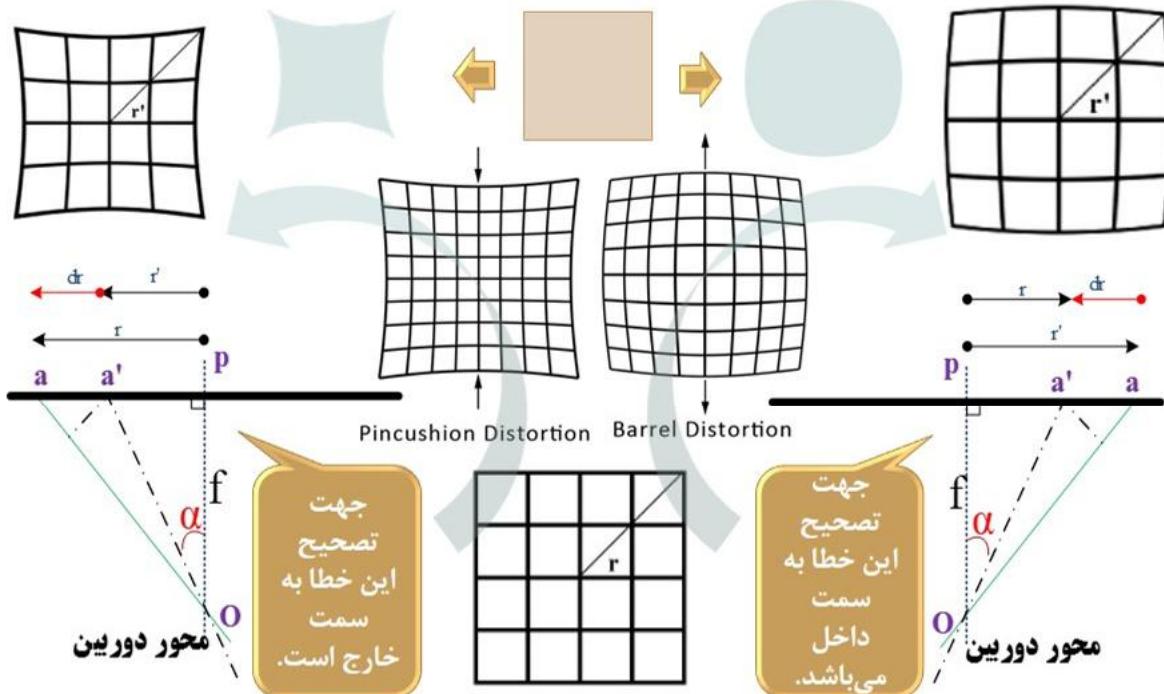
(Chapter 2)

kiani

[22]

خطاهاي اعوجاج شعاعي متقارن

- اعوجاج اگر از نقطه اصلی دور شود مثبت و اگر نزدیک شود منفی خواهد بود.



خطاهاي اعوجاج شعاعي متقارن

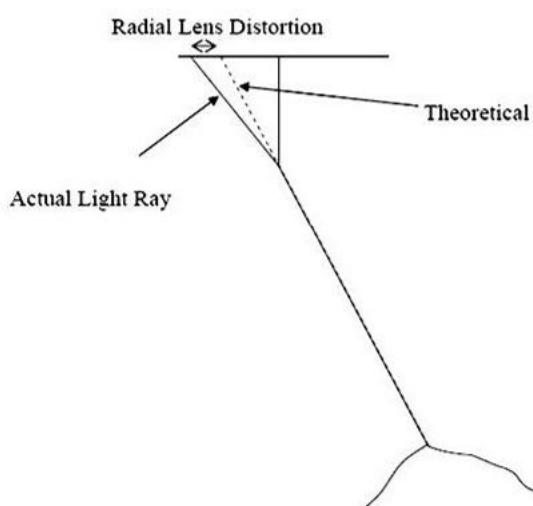
- اعوجاج شعاعي در مرحله کالibrاسيون دوربین تعیین می‌گردد.

مقادير اعوجاج شعاعي می توانند مثبت یا منفی باشند، در حالت مثبت، راستاي خطا در جهت دور شدن از نقطه اصلی است و در حالت منفي راستاي خطا در جهت نزديك

شدن به نقطه اصلی می باشد،

بديهی است که جهت تصحيح خطا

در جهت مخالف بردار خطا می باشد.

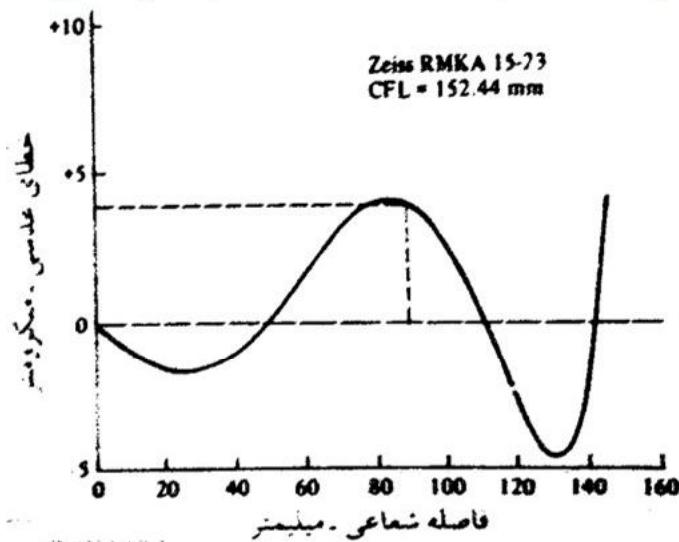


خطاهاي اعوجاج شعاعي متقارن
kiani
(Chapter 2)

[24]

خطای اعوجاج عدسی

مثال) مختصات عکسی مثل اسلاید ۱۱ از دوربینی اخذ شده است که منحنی خطای عدسی آن مطابق شکل روبروست. مطلوبست محاسبه مختصات نقطه ۴ بعد از اعمال تصحیح خطای عدسی.



جدول مختصات تصحیح شده‌ی

خطای تغییر بُعد فیلم:

شماره نقطه	x . mm	y . mm
1	-102.02	94.84
2	-97.9	-87.45
3	16.19	-35.93
4	65.37	61.62
5	104.32	-73.23

(Chapter 2)

kiani



خطای اعوجاج عدسی

$$r = \sqrt{(65.37)^2 + (61.62)^2} = 89.83 \text{ mm}$$

فاصله شعاعی ۴ از نقطه اصلی تا نقطه ۴:

با تقاطع نقطه ۸۹/۷۳ با نموار و محور y‌ها، رقم ۰/۰۰۴ میلی‌متر بدست آمده خطای

$$r' = r - \Delta r \Rightarrow r'_4 = 89.83 - 0.004 = 89.826 \text{ mm}$$

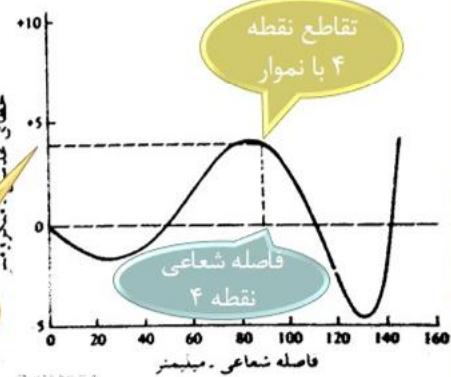
عدسی (Δr) می‌باشد.

حال مختصات تصحیح شده با استفاده از فرمول مطابق زیر محاسبه خواهد شد:

$$x' = \left(\frac{r'}{r} \right) x = \left(\frac{89.826}{89.83} \right) 65.37 = 65.367 \text{ mm}$$

$$y' = \left(\frac{r'}{r} \right) y = \left(\frac{89.826}{89.83} \right) 61.62 = 61.617 \text{ mm}$$

تقاطع نقطه
با محور y‌ها



(Chapter 2)

kiani





خطای اعوجاج عدسی و عدم انطباق مرکز

مثال) برای نقطه‌ای به مختصات عکسی $x=62/579$ و $y=-80/916$ میلی‌متر نسبت به محل تقاطع عالیم کناری در صورتی که دارای خطای اعوجاج عدسی باشد و فاصله کانونی کالیبره شده $153/206$ میلی‌متر و مختصات کالیبره شده‌ی نقطه اصلی زاویه، طبق جدول زیر در ستون‌های جدول گزارش شده باشد. مختصات تصحیح شده نقطه مذبور را نسبت به نقطه اصلی تعیین کنید.

شماره نقطه	۱	۲	۳	۴	۵	۶
زاویه α (degree)	7/5	15	22/5	30	35	40
Δr (mm)	0.004	0.007	0.007	0.001	-0.003	-0.004



خطای اعوجاج عدسی و عدم انطباق مرکز

$$r = f \times \tan \alpha \Rightarrow \begin{cases} r_1 = 0.153206 \times \tan 7/5^\circ = 0.0202^m \\ \dots \\ r_6 = 0.153206 \times \tan 40^\circ = 0.1286^m \end{cases}$$

شماره نقطه	۱	۲	۳	۴	۵	۶
زاویه α (degree)	7/5	15	22/5	30	35	40
Δr (mm)	0.004	0.007	0.007	0.001	-0.003	-0.004
r (m)	0.0202	0.0411	0.0635	0.0885	0.1073	0.1286



با انتخاب معادله $\Delta r = a_0 r + a_1 r^3 + a_2 r^5 + a_3 r^7$ و تشکیل شش معادله مشاهده و

حل به روش کمترین مربعات، مقادیر ضرایب معادله چنین محاسبه می‌شود:

$$a_0 = 0.2296, \quad a_1 = -35.89$$

$$a_2 = 1018, \quad a_3 = 12100$$

خطای اعوجاج عدسی و عدم انطباق مرکز

$$X' = X - X_0 = 62.579 - 0.008 = 62.571 \text{ mm} \quad \text{مختصات نقطه مورد نظر}$$

$$Y' = Y - Y_0 = -80.916 - (-0.001) = -80.915 \text{ mm} \quad \text{نسبت به نقطه اصلی}$$

محاسبه فاصله شعاعی نقطه مورد نظر نسبت به نقطه اصلی

$$r = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2} \quad r = \sqrt{(0.062571)^2 + (-0.80915)^2} = 0.1023 \text{ mm}$$

با استفاده از ضرایب بدست آمده در اسلاید قبل و فاصله

$$\Delta r = a_0 r + a_1 r^3 + a_2 r^5 + a_3 r^7 \quad \text{شعاعی محاسبه شده در فوق خواهیم داشت:}$$

$$\Delta r = (0.2296)r + (-35.89)r^3 + (1018)r^5 + (12.100)r^7$$

اعوجاج اگر از نقطه اصلی دور شود مثبت و اگر نزدیک شود منفی خواهد بود.

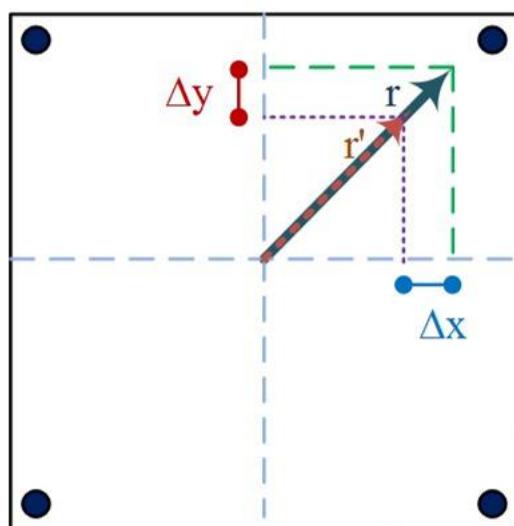


(Chapter 2)

kiani

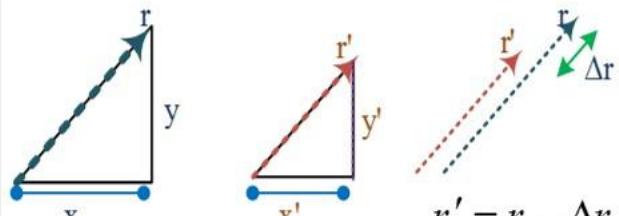


خطای اعوجاج عدسی و عدم انطباق مرکز



بين اعوجاج ها و مولفه هایشان رابطه‌ی

$$\frac{\Delta r}{r} = \frac{\Delta x}{x} = \frac{\Delta y}{y} \quad \text{روبرو برقرار است:}$$



$$r' = r - \Delta r$$

$$x' = x - \Delta x = x - x \frac{\Delta r}{r} = x \left(1 - \frac{\Delta r}{r} \right) = x \left(\frac{r - \Delta r}{r} \right) = x \left(\frac{r - (r - r')}{r} \right) = x \left(\frac{r'}{r} \right)$$

$$y' = y - \Delta y = y - y \frac{\Delta r}{r} = y \left(1 - \frac{\Delta r}{r} \right) = y \left(\frac{r - \Delta r}{r} \right) = y \left(\frac{r - (r - r')}{r} \right) = y \left(\frac{r'}{r} \right)$$

(Chapter 2)

kiani



خطای اعوجاج عدسی

مثال) اگر برای یک دوربین متریک، اعوجاج شعاعی عدسی را بتوان با تقریب مناسب به صورت $\Delta r = k_1 \times r^3$ نشان داد. برای دو نقطه عکسی زیر کدام یک از گزینه ها صحیح است؟

$$x_1 = 10 \text{ mm} \quad y_1 = 0^\circ$$

$$x_2 = 0^\circ \quad y_2 = 5 \text{ mm}$$

(تصحیحات اعوجاج شعاعی بر روی مختصات عکسی است.)

الف) $\Delta y_1 = 0, \Delta x_2 = 4 \times \Delta y_1$

ب) $\Delta y_1 = 0, \Delta x_1 = 8 \times \Delta y_2$

ج) $\Delta x_1 = 0, \Delta x_2 = 8 \times \Delta y_1$

د) $\Delta x_2 = 0, \Delta y_2 = 8 \times \Delta x_2$

(Chapter 2)

kiani



خطای اعوجاج عدسی

$$\frac{\Delta r}{r} = \frac{\Delta x}{x} \quad \frac{\Delta r}{r} = \frac{\Delta y}{y} \quad r = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2} \quad \Delta r = k_1 r^3$$

$$r_1 = \sqrt{(10)^2 + (0)^2} = 10 \quad \frac{k_1 \times 10^3}{10} = \frac{\Delta x}{10} \Rightarrow \begin{cases} \Delta x_1 = k_1 \times 10^3 \\ \Delta y_1 = 0 \end{cases}$$

$$r_2 = \sqrt{(0)^2 + (5)^2} = 5 \quad \frac{k_1 \times 5^3}{5} = \frac{\Delta y}{5} \Rightarrow \begin{cases} \Delta x_2 = 0 \\ \Delta y_2 = k_1 \times 5^3 \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{\Delta x_1}{\Delta y_2} = \frac{k_1 \times 10^3}{k_1 \times 5^3} = 8 \Rightarrow \Delta x_1 = 8 \Delta y_2 \\ \Delta y_1 = 0 \end{cases}$$

بنابراین گزینه ب جواب سوال است.

(Chapter 2)

kiani



[33]

خطای انکسار اتمسفر (Atmospheric refraction)

خطای انکسار بر اثر عبور نور از لایه‌های مختلف جو به وجود می‌آید و نور به جای مسیر

مستقیم مسیر منحنی شکلی را طی می‌کند.

• با افزایش ارتفاع، تراکم و فشردگی اتمسفر کاهش می‌یابد. به همین خاطر نور به

جای اینکه مسیر مستقیمی را داشته باشد مسیر منحنی را طی می‌کند.

• در معادلات فتوگرامتری مسیر عبور نور را مستقیم فرض می‌نماییم و جهت جبران

خطای ناشی از انکسار، معمولاً تصحیحات انکسار بر روی مختصات نقاط عکسی

اعمال می‌شود.

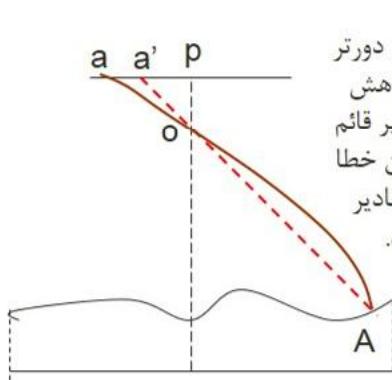
خطای انکسار اتمسفر

• خطای انکسار نسبت به نقطه نadir حالت شعاعی داشته و در نقطه Nadir مقدار آن

صفر می‌باشد.

• به علت آن که جو رفتار ثابتی ندارد فرمول‌های مختلفی برای محاسبه خطای

انکسار وجود دارد.



نور هرچه از زمین دورتر
می‌شود بعلت کاهش
چگالی هوا از مسیر قائم
دورتر می‌شود. این خطا
نسبت به نقطه Nadir
شعاعی است.

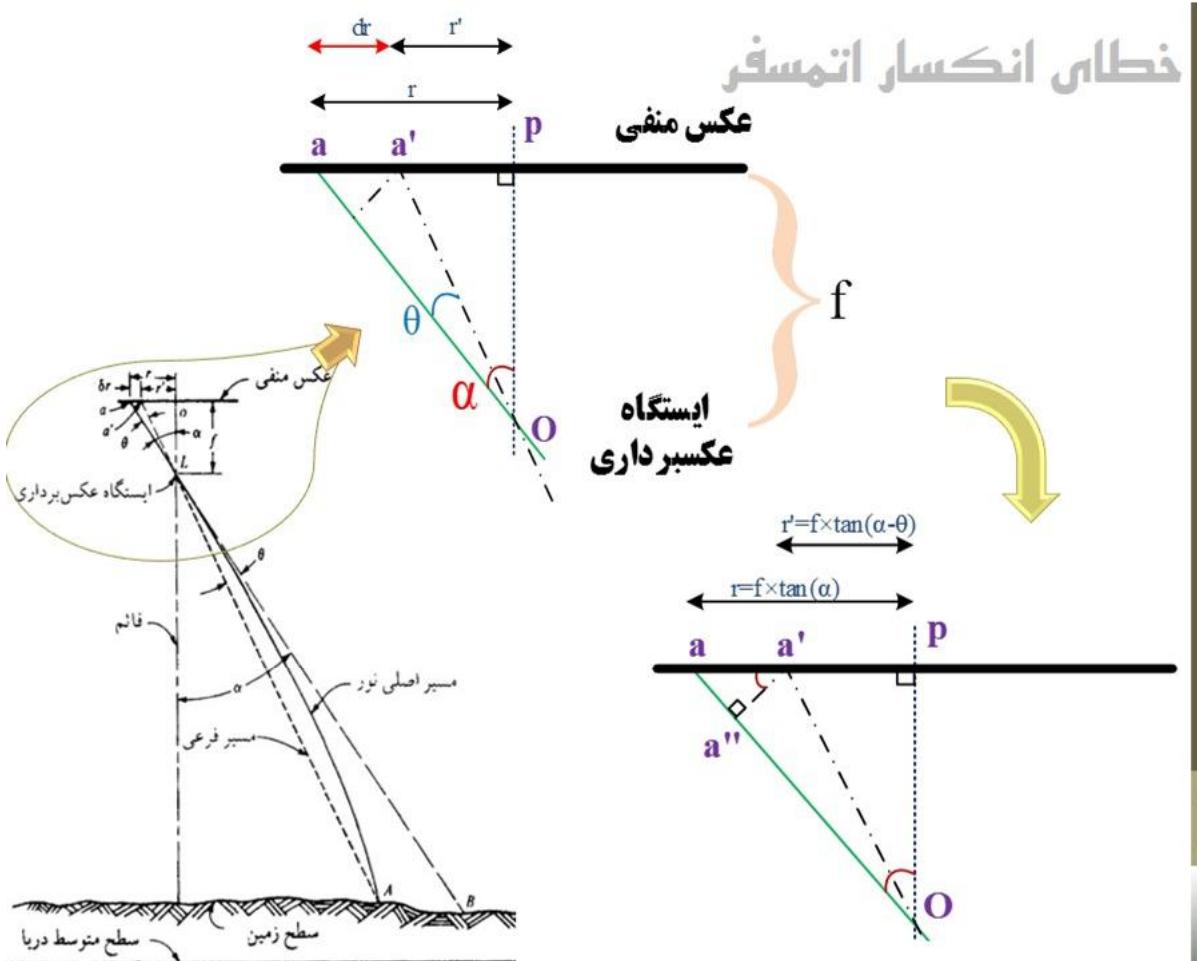
$$\overset{\wedge}{ao} \overset{\wedge}{a'} = \theta \quad \overset{\wedge}{ao} \hat{p} = \alpha$$

$$ap = r \quad a'p = r' \quad aa' = \Delta r$$

$$\Delta r = \left(\frac{r^2 + f^2}{f} \right) \theta$$

$$X'_{(a)} = \frac{r'}{r} x_{(a)} \quad Y'_{(a)} = \frac{r'}{r} y_{(a)}$$

[34]



(Chapter 2)

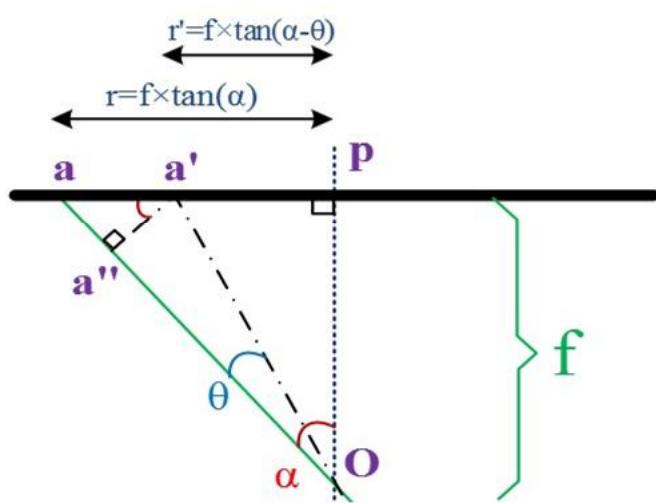
kiani

 $[35]$

خطای انکسار اتمسفر

$$a'a'' \approx Oa \times \theta$$

$$\Delta(aa'a'') \rightarrow \cos \alpha = \frac{a'a''}{\delta_r} \rightarrow \delta_r = \frac{Oa \times \theta}{\cos \alpha}$$



$$\Delta(apO) \rightarrow \cos \alpha = \frac{f}{Oa}$$

$$\delta_r = \frac{Oa^2 \times \theta}{f}$$

$$Oa = \sqrt{r^2 + f^2}$$

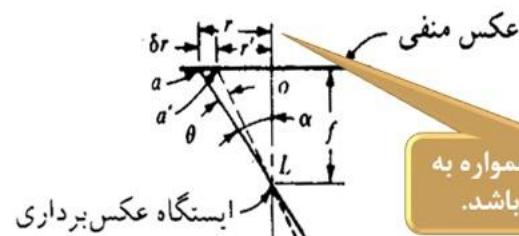
$$\Rightarrow \delta_r = \left(\frac{r^2 + f^2}{f} \right) \theta$$

(Chapter 2)

kiani

 $[36]$

خطای انکسار اتمسفر



تصحیح این خطای همواره به سمت داخل می‌باشد.

θ مقدار انحراف زاویه انحراف و dr میزان انحراف خطی روی عکس می‌باشد.

$$dr = \theta \left(\frac{r^2 + f^2}{f} \right)$$

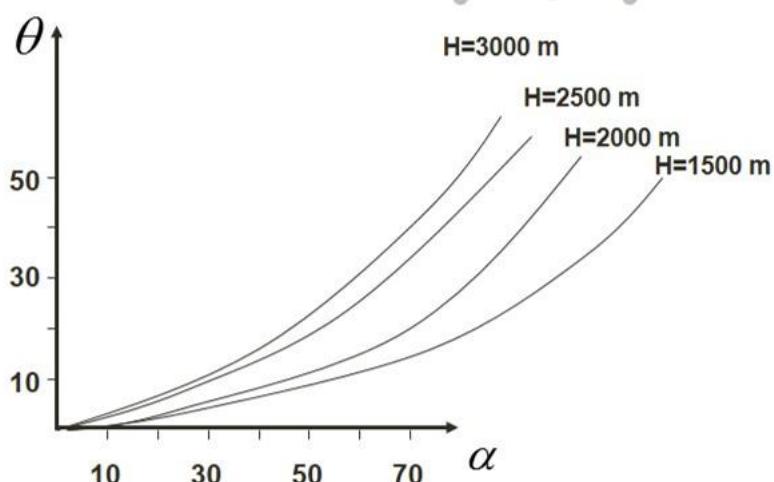
با توجه به فرمول و شکل مشخص است که مقدار جابه‌جایی انکسار نسبت به ازدیاد ارتفاع پرواز و همچنین افزایش زاویه α زیاد می‌شود.

(Chapter 2)

kiani

[37]

خطای انکسار اتمسفر



در صورت نداشتن منحنی بالا برای محاسبه Δr از این فرمول استفاده می‌شود:

$$\Delta r = k \left(r + \frac{r^3}{f^2} \right)$$

(Chapter 2)

kiani

[38]

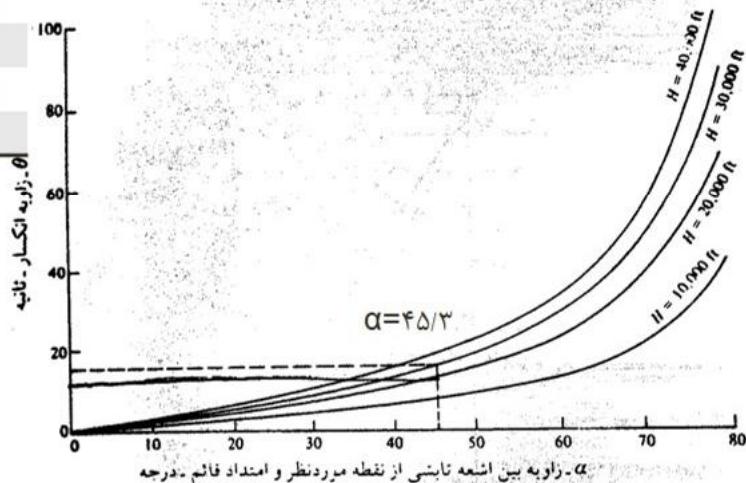
$$K = \left(\frac{2410H'}{H'^2 - 6H' + 250} - \frac{2410h^2}{H'(h^2 - 6h + 250)} \right)$$

خطای انکسار اتمسفر

مثال) مختصات عکسی دوربینی که دارای فاصله کانونی $88/92$ میلیمتر و در فاصله 20000 پایی از سطح دریاها اخذ شده مطابق جدول زیر است. مطلوبست محاسبه مختصات نقطه

۴ بعد از اعمال تصحیح انکسار اتمسفر.

	شماره نقطه	x .mm	y .mm
1	-102.02	94.84	
2	-97.9	-87.45	
3	16.19	-35.93	
4	65.37	61.62	
5	104.32	-73.23	



(Chapter 2)

kiani

[39]



خطای انکسار اتمسفر

$$r = \sqrt{(65.37)^2 + (61.62)^2} = 89.93 \text{ mm}$$

$$\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{r}{f}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{89.83}{88.92}\right) = 45.3^\circ$$

$$dr = \theta \left(\frac{r^2 + f^2}{f} \right) = \frac{16''}{206265''} \left(\frac{(89.83)^2 + (88.92)^2}{88.92} \right) = 0.014 \text{ mm}$$

$$r' = r - dr = 89.83 - 0.014 = 89.816 \text{ mm}$$

$$x' = \left(\frac{r'}{r} \right) x = \left(\frac{89.816}{89.83} \right) 65.37 = 65.360 \text{ mm}$$

$$y' = \left(\frac{r'}{r} \right) y = \left(\frac{89.816}{89.83} \right) 61.62 = 61.610 \text{ mm}$$

مطابق سوال H برابر 20000 پا می باشد
از رابطه مقدار α برابر $45/3$ محاسبه
شد در نتیجه مطابق شکل مقدار θ برابر
 16 ثانیه بدست خواهد آمد.

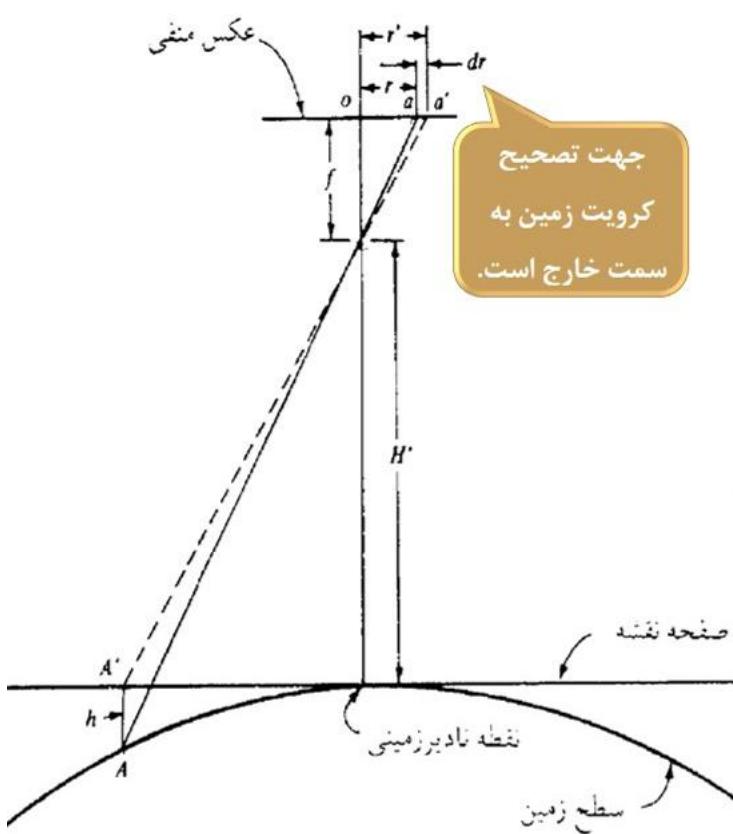
(Chapter 2)

kiani

[40]



(41)

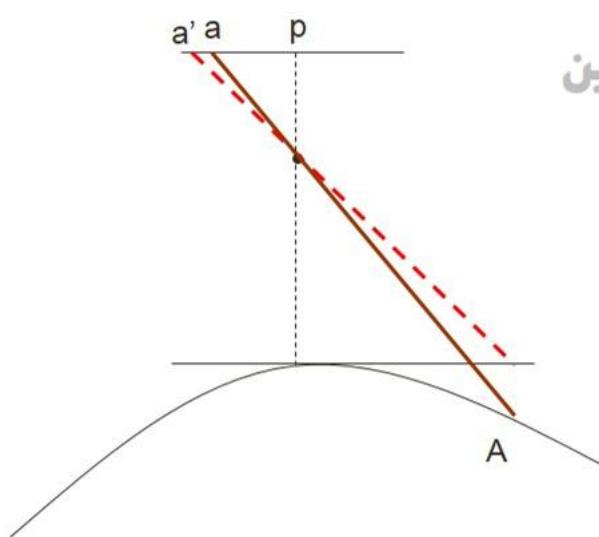


فاصله aa' برابر است با dr که همان خطای ناشی از کرویت زمین است.

$$dr = \frac{H'r^3}{2Rf^2}$$

این خطا نسبت به نقطه نadir شعاعی است.

اگر سیستم مختصات شیی یک صفحه نسبت سیستم ۳بعدی اورتوگونال باشد تصحیح کرویت الزامی نمی‌باشد.



خطای ناشی از کرویت زمین

در رابطه قبل

H' : ارتفاع پرواز از سطح منطقه

f : فاصله کانونی R : شعاع زمین

r : فاصله نقطه تا نقطه شاغولی

فاصله aa' برابر است با dr که همان خطای ناشی از کرویت زمین است.

✓ این خطا نسبت به نقطه نadir شعاعی است.

✓ جهت تصحیح کرویت زمین به سمت خارج است.

(42)

تمرین: رابطه‌ی خطای ناشی از کرویت زمین را اثبات نمایید.



(43)

خطای ناشی از کرویت زمین

نکات:

- در صورتی که سیستم مختصات زمینی مورد استفاده در پروژه سیستم زمین مرکز جهانی یا سیستم قائم الزاویه محلی باشد، اعمال تاثیر انحنای زمین به عنوان یک عامل اعوجاج وجود ندارد.
- اگر سیستم مورد استفاده سیستم مختصات صفحه ای دو بعدی نسبت به سطح مبنای معلوم باشد اعمال این اعوجاج لازم است.
- اگر صفحه تصویر یک سطح کروی باشد این خطای وجود ندارد.
- اگر صفحه تصویر دو بعدی باشد این خطای معنی دار است.
- مقدار خطای کرویت با ازدیاد فاصله نقطه از نقطه نadir افزایش می یابد. همچنین با افزایش ارتفاع پرواز و کوتاهتر شدن فاصله کانونی مقدار خطای کرویت زیاد می شود.

(44)

مثال) فرض کنیم جایی ناشی از اعوجاج شعاعی عدسی را بتوان با تقریبی مناسب تنها توسط یک

ترم با ضریب $0 < K_1 < \infty$ ($\Delta r = k_1 r^3$) بیان کرد. در صورتی که بدانیم تصحیحات مربوط به جبران اثر

کرویت زمین بزرگتر از تصحیحات مربوط به جبران اثر اعوجاج شعاعی عدسی باشد، کدامیک از روابط

زیر صحیح است؟ (s: مقیاس عکس، f: فاصله کانونی، R: شعاع زمین)

$$k_1 < \frac{1}{2Rfs} \quad (d) \quad k_1 s > \frac{1}{2Rf} \quad (c) \quad k_1 < \frac{s}{2Rf} \quad (b) \quad k_1 s > \frac{f}{2R} \quad (الف)$$

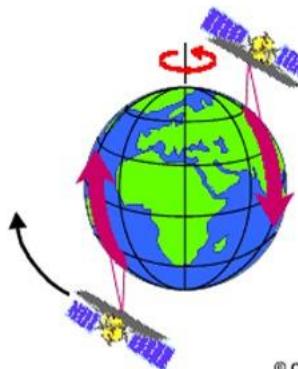
$$\text{اثر کرویت زمین} = \Delta r = k_1 r^3 < \frac{hr^3}{2Rf^2} = \text{جایه جایی اعوجاج عدسی}$$

$$\frac{hr^3}{2Rf^2} > k_1 r^3 \rightarrow \frac{h}{2Rf^2} > k_1 \xrightarrow{s=\frac{f}{h}} \frac{1}{2Rfs} > k_1$$

بنابراین گزینه d صحیح است.



خطای ناشی از دوران زمین (Earth Rotation)



© CCRS / CCT

ماهواره‌ها در حال تصویربرداری از بالا به پایین حرکت می‌کنند و زمین در حال دوران از غرب به شرق است، پس هر خط که جارب می‌شود با خط قبلی مقداری شیفت دارد و در نهایت فریم ایجاد می‌گردد که به شکل مربع نیست.

(Chapter 2)

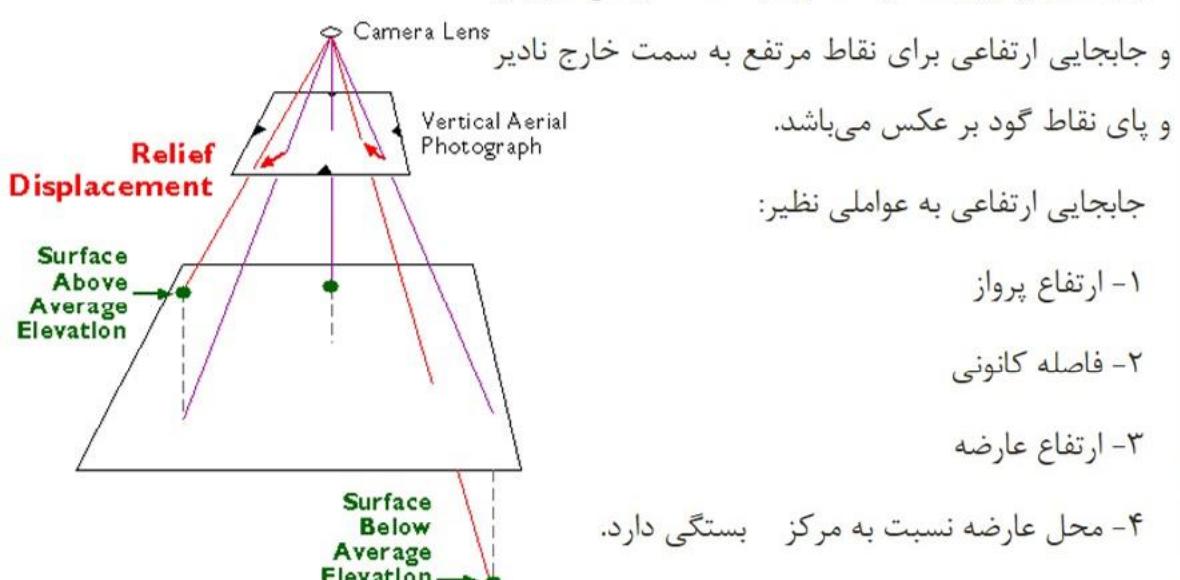
kiani

- این خطا در فتوگرامتری فضایی ایجاد می‌گردد و در فتوگرامتری هوایی و برداشت وجود ندارد.
- در تصاویر Frame type این خطا محسوس نمی‌باشد منتهی در تصاویر Line type و point type اثر گذار است و باید محاسبه گردد.

[45]

خطای ناشی از ناهمواری زمین در عکس قائم

خطای ناشی از ناهمواری زمین یا جابجایی ارتفاعی (Relief Displacement) عبارتست از:



پدیدهای بر روی عکس که در اثر اختلاف ارتفاع عوارض

و جابجایی ارتفاعی برای نقاط مرتفع به سمت خارج نادیر

و پای نقاط گود بر عکس می‌باشد.

جابجایی ارتفاعی به عواملی نظیر:

۱- ارتفاع پرواز

۲- فاصله کانونی

۳- ارتفاع عارضه

۴- محل عارضه نسبت به مرکز بستگی دارد.

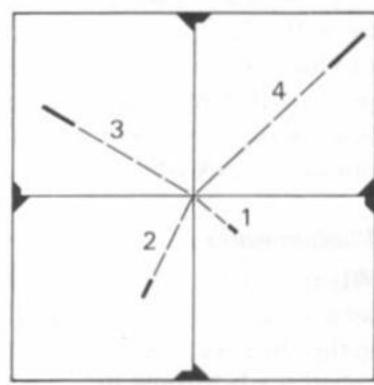
هر چه مقیاس کوچکتر باشد جابجایی کمتر می‌شود.

(Chapter 2)

kiani

[46]

خطای ناشی از ناهمواری زمین در عکس قائم



(Chapter 2)

kiani

- با نزدیک شدن به مرکز عکس جایه جایی ارتفاعی کمتر می‌شود.

- هر چه ارتفاع پرواز بیشتر باشد جابجایی ناشی از اختلاف ارتفاع کمتر است.

- در مناطق کوهستانی برای کم کردن اثر جابجایی از دوربین‌هایی با فاصله کانونی بزرگ استفاده می‌شود.

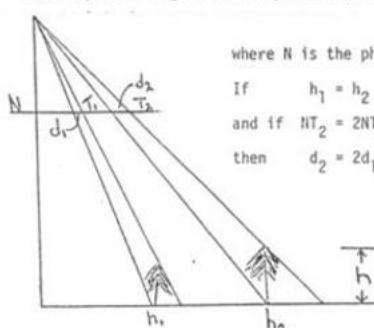
[47]

- جابجایی ناشی از عوارض مرتفع تر همیشه بیشتر است.

خطای ناشی از ناهمواری زمین در عکس قائم

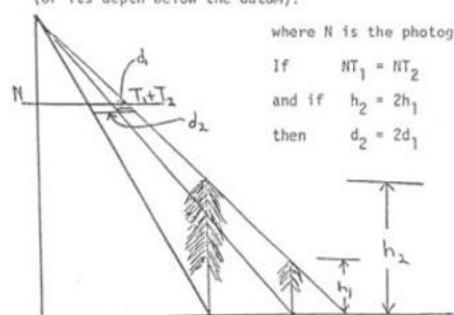
Relief Displacement

A. directly proportional to the distance of the displaced image from the photo nadir.



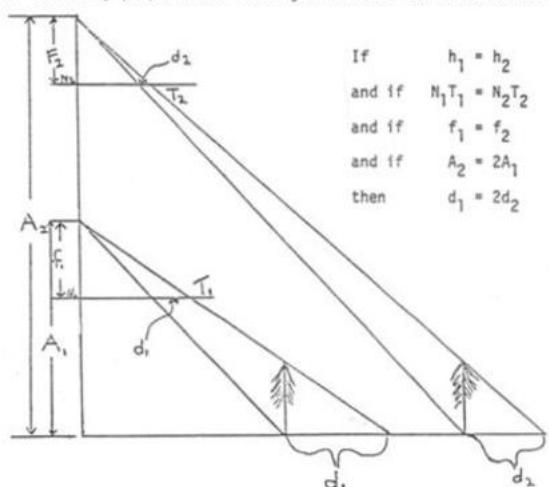
where N is the photographic Nadir
If $h_1 = h_2$
and if $NT_2 = 2NT_1$
then $d_2 = 2d_1$

B. directly proportional to the height of the displaced image above the datum (or its depth below the datum).



where N is the photographic Nadir
If $NT_1 = NT_2$
and if $h_2 = 2h_1$
then $d_2 = 2d_1$

C. Inversely proportional to flight altitude above the datum.



If $h_1 = h_2$
and if $N_1 T_1 = N_2 T_2$
and if $f_1 = f_2$
and if $A_2 = 2A_1$
then $d_1 = 2d_2$

Topographic displacement varies inversely with the flying height of the base of the object. As a result there is little apparent topographic displacement on space photography. The reason for small relief displacement from space is that to achieve a given scale a shorter focal length lens requires flying at a lower altitude. The effect of using short focal length lenses is to increase topographic displacement, distortion and the apparent depth of the third dimension (vertical exaggeration) in stereoscopic images.

(Chapter 2)

kiani

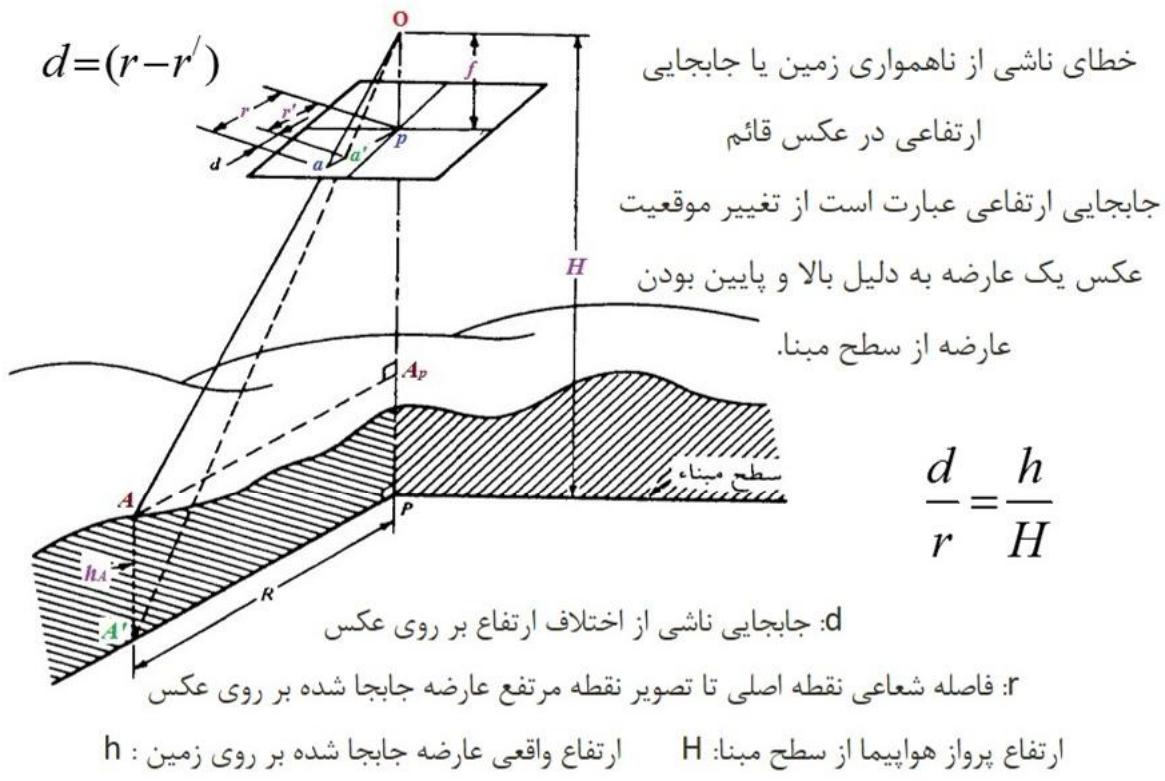
[48]

خطای ناشی از ناهمواری زمین در عکس قائم

(Chapter 2)

kiani

[49]



$$\frac{d}{r} = \frac{h}{H}$$

خطای ناشی از ناهمواری زمین در عکس قائم

(Chapter 2)

kiani

[50]

$$\left. \begin{array}{l} \Delta_{pao} \approx \Delta_{A_p Ao} \rightarrow \frac{r}{R} = \frac{f}{H - h_A} \\ \Delta_{pa'o} \approx \Delta_{PA'o} \rightarrow \frac{r'}{R} = \frac{f}{H} \end{array} \right\} \rightarrow r(H - h_A) = r'(H)$$

$$d = (r - r') \rightarrow r(H - h_A) = (r - d)(H) \Rightarrow d = \frac{r \times h_A}{H}$$

* جابه‌جایی ارتفاعی نسبت به نقطه نadir حالت شعاعی دارد.

همچنین از این رابطه می‌توان دریافت که:

* با افزایش فاصله شعاعی و ارتفاع شیی از سطح مبنا، مقدار جابه جایی ارتفاعی زیاد می‌شود.

* از طرف دیگر جابه جایی ارتفاعی با افزایش ارتفاع پرواز از سطح مبنا، کاهش می‌یابد.

[51]



مثال) هرگاه ارتفاع پرواز از سطح زمین ۳۰۰۰ متر و زمین **مسطح** فرض شود، مطلوبست ارتفاع تقریبی یک دکل برق که جایه‌جایی تصویری ناشی از ارتفاع آن بر روی عکس $1/10$ میلی‌متر و فاصله تصویر نوک دکل تا نقطه نادیر ۸ میلی‌متر باشد؟

$$d = 0.1^{mm} = 0.0001^m$$

$$r = 8^{mm} = 0.008^m$$

$$H \approx 3000^m$$

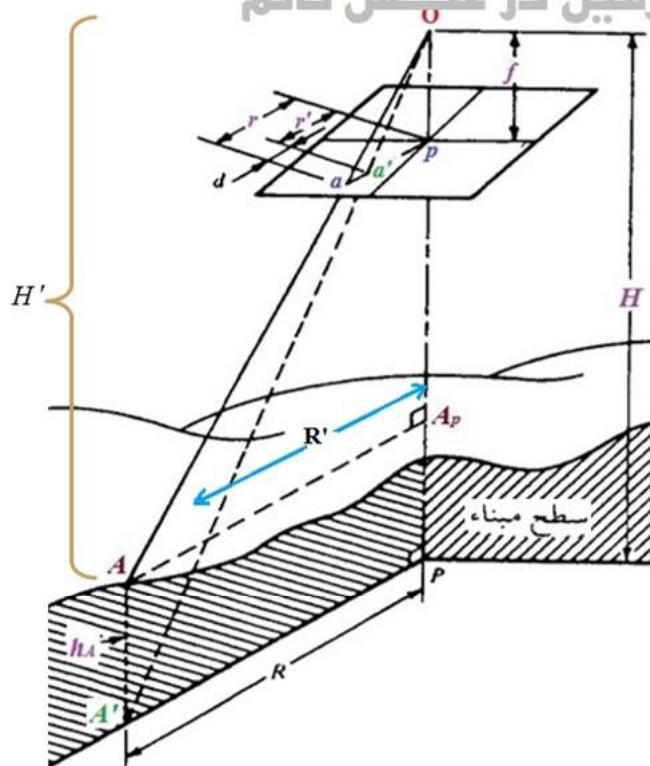
$$h = \frac{H \times d}{r}$$

$$h = \frac{0.1 \times 10^{-3} \times 3000}{8 \times 10^{-3}} = 37.5^m$$



خطای ناشی از ناهمواری زمین در عکس قائم

نکته: از شکل داریم



$$\frac{f}{H'} = \frac{r'}{R'}$$

$$\frac{f}{H} = \frac{r}{R} \rightarrow r = \frac{Rf}{H}$$

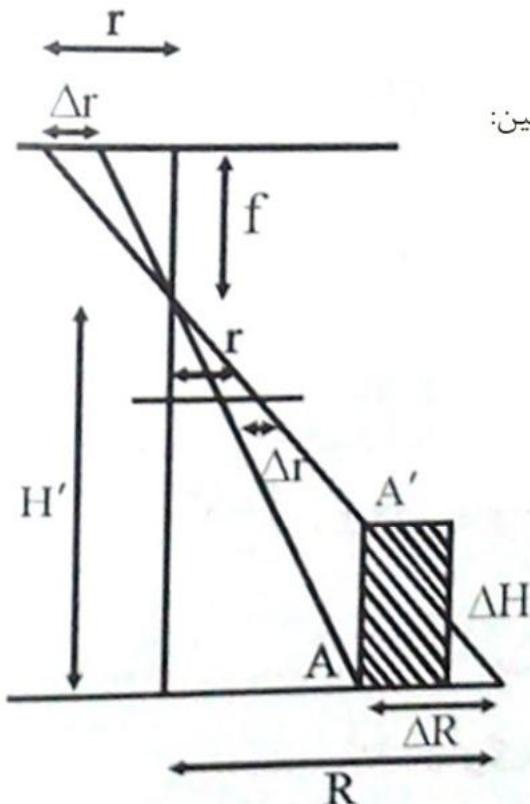
$$\frac{f}{H'} = \frac{r}{R} \rightarrow r = \frac{Rf}{H-h}$$

$$d = (r - r') = \frac{Rf}{H} - \frac{Rf}{H-h} \quad \text{or} \quad d = \frac{r \times h}{H} \quad \text{or} \quad d = \frac{r' \times h}{H-h}$$

[52]



خطای ناشی از ناهمواری زمین در عکس قائم



برای اندازه‌گیری ارتفاع نسبی عوارض روی سطح زمین:

$$\frac{f}{H'} = \frac{r}{R}$$

$$\frac{\Delta H}{H'} = \frac{\Delta R}{R} = \frac{\Delta r}{r}$$

$$\rightarrow \Delta r = r \frac{\Delta H}{H'}$$

$$\rightarrow \Delta r(H - h_A) = r(h'_A - h_A)$$

(d) جابجایی ناشی از اختلاف ارتفاع بر روی عکس

ارتفاع پرواز هواپیما از سطح منطقه: H'

ارتفاع عارضه: ΔH

(Chapter 2)

kiani



(Chapter 2)

kiani

[54]



خطای ناشی از ناهمواری زمین در عکس قائم

مثال) از فاصله‌ای به اندازه ۱۷۵۰ فوت از سطح دریا عکسبرداری صورت گرفته است. ارتفاع پای

دودکش موجود در منطقه ۸۵۰ فوت از سطح دریا است. جابه‌جایی ارتفاعی اندازه‌گیری شده

روی عکس ۲/۱۳ اینچ باشد و فاصله شعاعی نوک دودکش تا مرکز عکس ۴/۷۹ اینچ است.

مطلوبست ارتفاع دودکش؟ (مبانی فتوگرامتری-دکتر مجید همراه-مثال ۷-۴)

$$\Delta r = 2.13^{\text{inch}}$$

$$H' = H - h$$

$$r = 4.79^{\text{inch}}$$

$$\rightarrow H' = 1750 - 850 = 900^{\text{ft}}$$

$$h_A = 850^{\text{ft}}$$

$$\frac{\Delta H}{H'} = \frac{\Delta r}{r} \rightarrow$$

$$H = 1750^{\text{ft}}$$

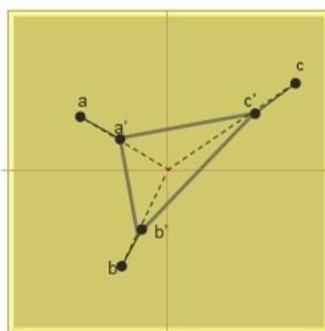
$$\frac{\Delta H}{900} = \frac{2.13}{4.79} \rightarrow \Delta H = 400^{\text{ft}}$$



خطای ناشی از ناهمواری زمین در عکس قائم

مثال) شکل عکس قائمی را نشان می‌دهد که با دوربینی به فاصله کانونی ۶ اینچ (۱۵۲.۴ میلی‌متر) و از فاصله‌ی ۶۵۰۰ فوتی از سطح منطقه اخذ شده است. در عکس نقاط a، b و c نقاطی هستند که فاصله شعاعی آنها از نقطه اصلی به ترتیب ۹۱/۴۲، ۸۳/۵۰ و ۷۰.۰۶ میلی‌متر می‌باشد.

ارتفاع همین نقاط یعنی A، B و C از سطح دریا به ترتیب عبارتست از ۸۳۵، ۶۰۰ و ۴۵۰ فوت. مطلوبست جابه‌جایی ارتفاعی 'aa'، 'bb' و 'cc' جهت تصحیح موقعیت نقاط و همچنین محاسبه مقیاس منطقه؟ (مبانی فتوگرامتری-دکتر مجید همراه-مثال ۸-۴)



(55)

خطای ناشی از ناهمواری زمین در عکس قائم

$$\begin{array}{lll} h_A = 835^{\text{ft}} & r_a = 91.42^{\text{mm}} & H = 6500^{\text{ft}} \\ h_B = 600^{\text{ft}} & r_b = 83.50^{\text{mm}} & f = 2.17^{\text{mm}} \\ h_C = 450^{\text{ft}} & r_c = 70.06^{\text{mm}} & d = r \frac{h}{H} \end{array}$$

$$aa' = r_a \frac{h_A}{H} = 91.42 \frac{835}{6500} = 11.73 \text{ mm}$$

$$bb' = r_b \frac{h_B}{H} = 83.50 \frac{600}{6500} = 7.71 \text{ mm}$$

$$cc' = r_c \frac{h_C}{H} = 70.06 \frac{450}{6500} = 4.85 \text{ mm}$$

$$Scale = \frac{f}{H'} = \frac{6 \text{ in}}{6500 \text{ ft}} = \frac{0.1524 \text{ m}}{1981.2 \text{ m}} = \frac{1}{13000}$$

حال جابه‌جایی تصویری را می‌توان به صورت
شعاعی در جهت نقطه اصلی تصحیح نمود
(مشابه شکل اسلاید قبل)
چنانی تصویر تصحیح شده‌ای نظری نقشه
دارای موقعیت مسطحاتی نسبی دقیقی است.

(56)

خطای ناشی از ناهمواری زمین در عکس قائم

در یک عکسبرداری کاملاً قائم توسط دوربینی با فاصله کانونی ۱۵۰ میلی‌متر، اگر اختلاف ارتفاع دو نقطه زمینی A و B، $h_B - h_A = 75m$ کدامیک از گزینه‌های زیر در مورد عدد مقیاس صحیح است؟

- (الف) عدد مقیاس در نقطه A، ۲۰۰۰ واحد بزرگتر از عدد مقیاس در نقطه B است.
- (ب) عدد مقیاس در نقطه A، ۲۰۰۰ واحد کوچکتر از عدد مقیاس در نقطه B است.
- (ج) عدد مقیاس در نقطه B، ۵۰۰ واحد کوچکتر از عدد مقیاس در نقطه A است.
- (د) عدد مقیاس در نقطه B، ۵۰۰ واحد بزرگتر از عدد مقیاس در نقطه A است.

$$S_A = \frac{H - h_A}{f} \quad S_B = \frac{H - h_B}{f}$$

بنابراین گزینه ج صحیح است. [57]

$$\rightarrow S_A - S_B = \frac{H - h_A - H + h_B}{f} = \frac{h_B - h_A}{f} = \frac{75m}{150mm} = 500$$


خطای ناشی از ناهمواری زمین

مثال) جابجایی تصویر روی عکس هوایی در یک مقیاس ثابت به چه عواملی بستگی دارد؟

الف

الف- ارتفاع جسم و تیلت

ب- فاصله کانونی

ج- ارتفاع پرواز

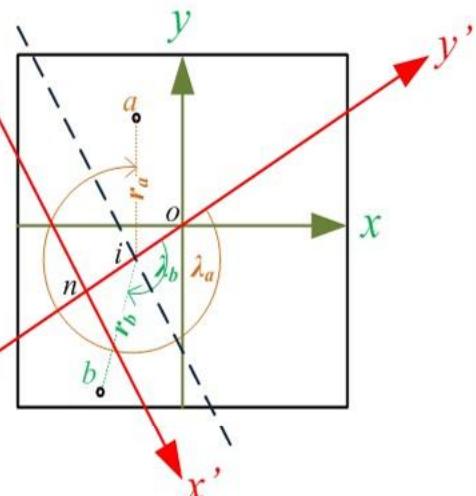
د- ارتفاع متوسط منطقه

تمرین) اگر در یک عکسبرداری قائم با دوربینی به فاصله کانونی ۱۵۰ میلی‌متر، عدد مقیاس در نقطه‌ی عکسی a، ۲۰۰ واحد بزرگتر از عدد مقیاس در نقطه عکسی b باشد، مطلوبست محاسبه‌ی اختلاف ارتفاع نقاط زمینی متناظر با آن‌ها بر حسب متر.



خطای ناشی از تیلت

در عکس‌های هوایی به دلیل وجود تیلت، موقعیت نقاط ثبت شده روی عکس از مکان اصلی، کمی جابه‌جا می‌شوند. که این مقدار جابجایی نسبت به نقطه ایزوستر سنجیده می‌شود.



t : فاصله کانونی

i : فاصله‌ی شعاعی از نقطه ایزوستر تا تصویر نقطه مورد نظر

λ : زاویه‌ی بین خط اصلی و خط واصل بین دو نقطه

ایزوستر و تصویر نقطه در صفحه عکس

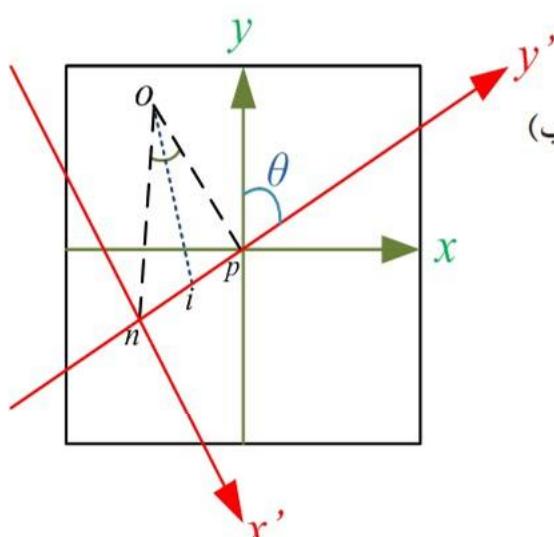
(Chapter 2)

kiani

[59]

$$dt = \frac{r_i^2 \sin(t) \cos^2(\lambda)}{f - r_i \sin(t) \cos(\lambda)}$$

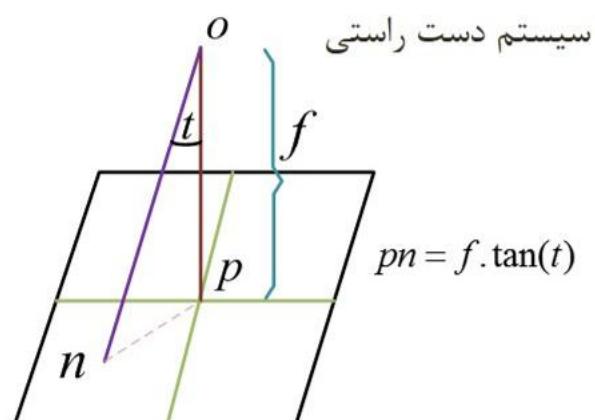
یادآوری: مختصات و مقیاس در عکس مایل



سیستم مختصات عکسی مایل:

محور y' در امتداد خط اصلی (بزرگترین شیب)

مرکز روی نقطه‌ی نadir



زاویه‌ی بین محور y و محور y' θ

(Chapter 2)

kiani

[60]

یادآوری

یادآوری: مختصات و مقیاس در عکس مایل

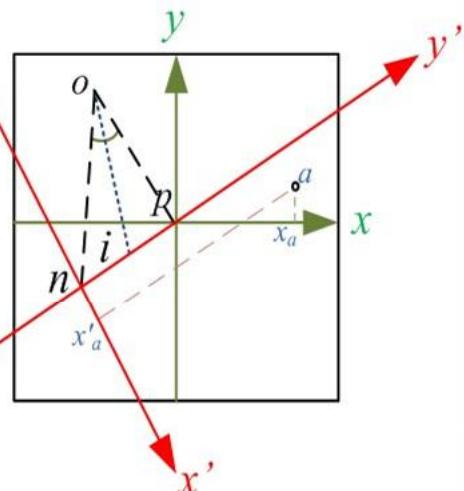
kiani
(Chapter 2)

[61]

یادآوری

$$\begin{cases} x'_a = x_a \cdot \cos \theta + y_a \cdot \sin \theta \\ y'_a = -x_a \cdot \sin \theta + y_a \cdot \cos \theta + f \cdot \tan(t) \end{cases}$$

مختصات زمینی:



$$\begin{cases} X_A = x'_a \times \frac{1}{S_t} \\ Y_A = y'_a \cdot \cos(t) \times \frac{1}{S_t} \end{cases}$$

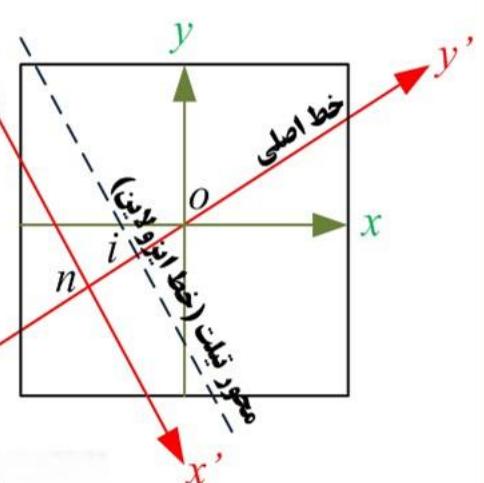
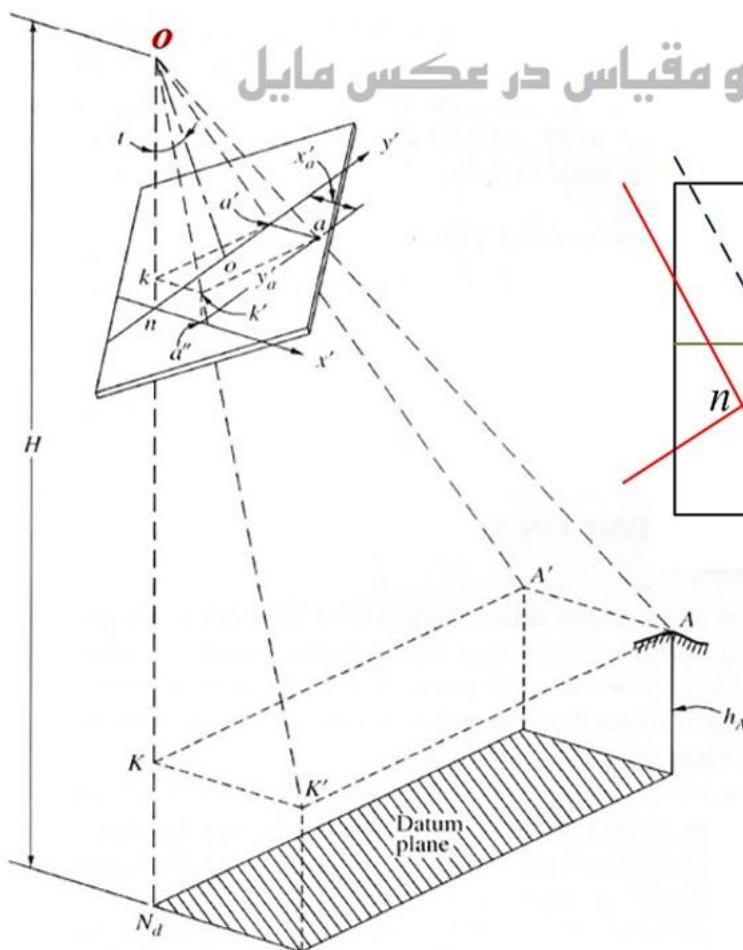
یادآوری: مختصات و مقیاس در عکس مایل

kiani
(Chapter 2)

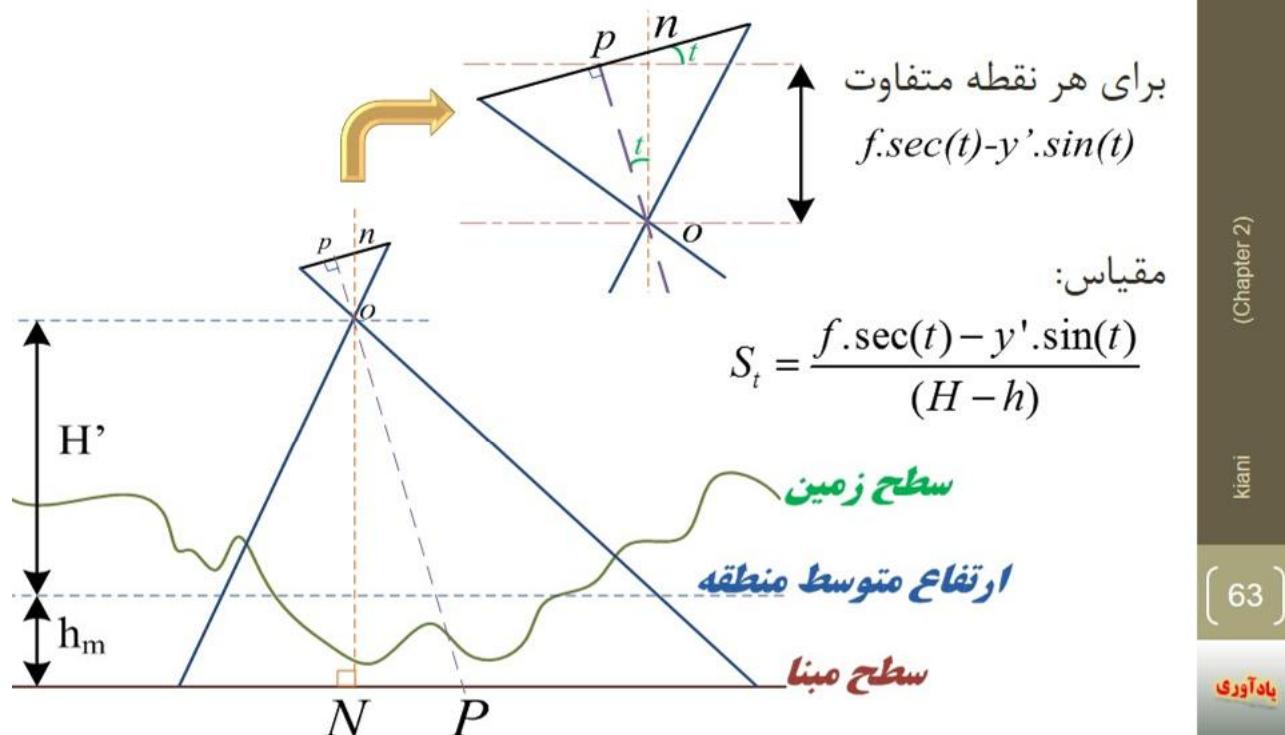
[62]

مختصات زمینی:

$$\begin{cases} X_A = x'_a \times \frac{1}{S_t} \\ Y_A = y'_a \cdot \cos(t) \times \frac{1}{S_t} \end{cases}$$

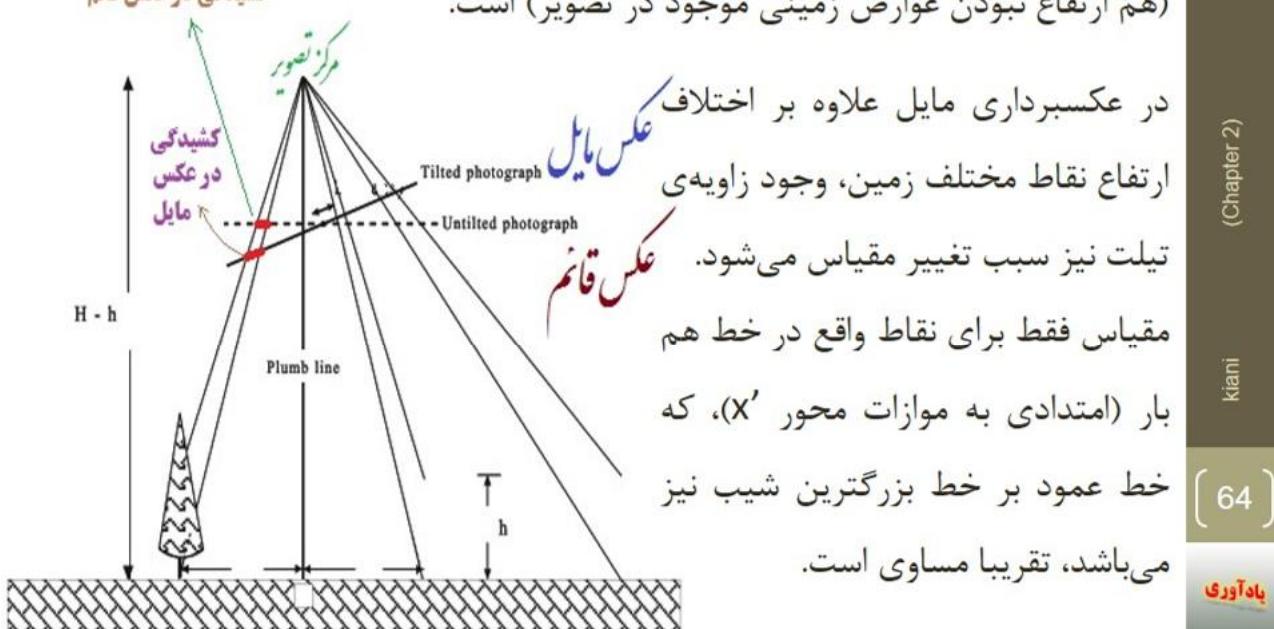


یادآوری: مختصات و مقیاس در عکس مایل



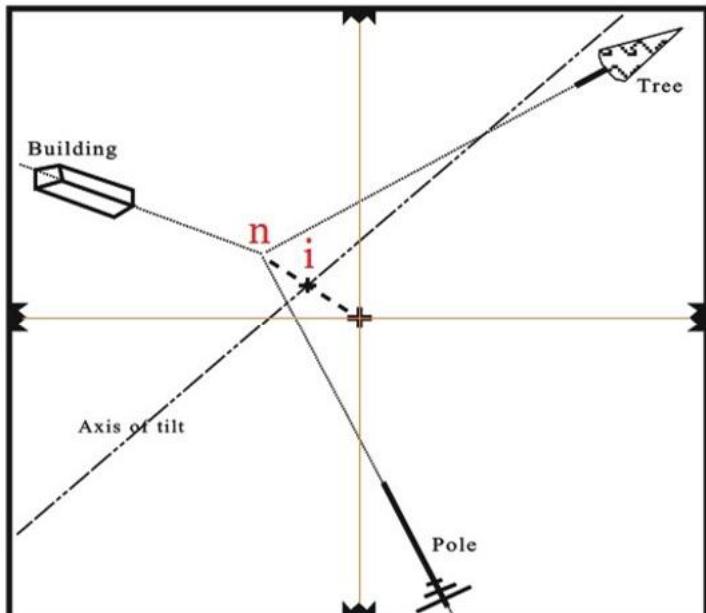
یادآوری: مختصات و مقیاس در عکس مایل

در تصویر قائم اختلاف مقیاس در نقاط مختلف تصویر ناشی از مسطح نبودن منطقه کشیدگی در عکس قائم (هم ارتفاع نبودن عوارض زمینی موجود در تصویر) است.



بادآوری: مختصات و مقیاس در عکس هایل

خطی که در صفحه عکس واقع شده و عمود بر خط اصلی بوده و از نقطه ایزو سنتر (همبار) می گذرد، محور تیلت نامیده می شود.



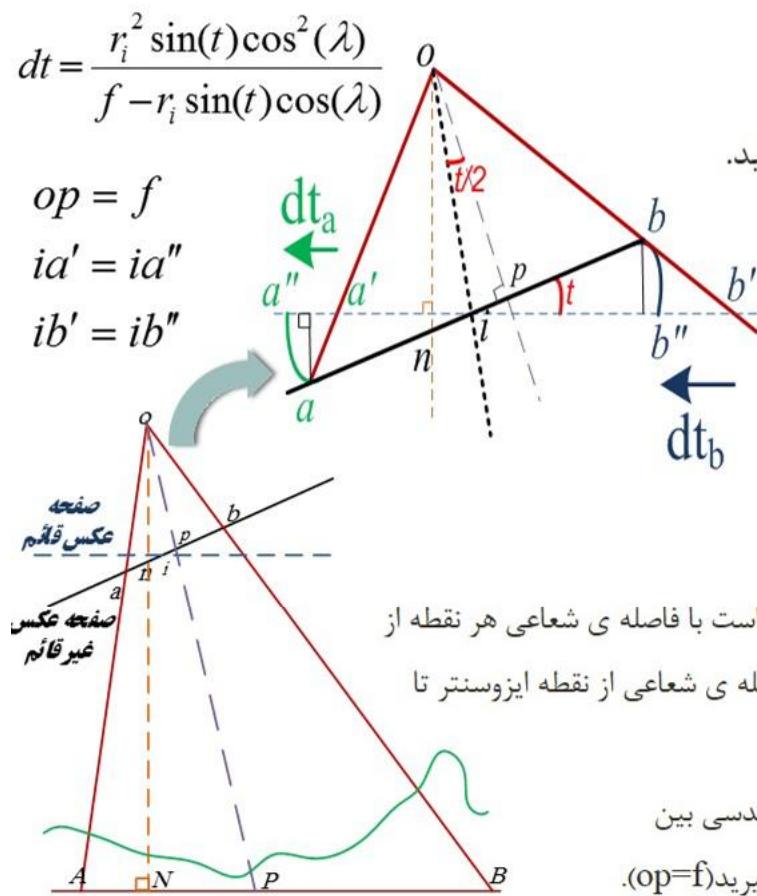
(Chapter 2)
kiani

[65]

بادآوری

محور تیلت در واقع فصل مشترک صفحه عکس غیر قائم و صفحه عکس قائم است. تصاویر نقاط واقع در این خط دارای موقعیت عکسی هر دو عکس می باشند. سایر نقاط عکس غیر قائم دارای موقعیت متفاوتی با موقعیت نقاط مشابه روی عکس قائم می باشد.

خطای ناشی از تیلت



(Chapter 2)
kiani

[66]

خطای ناشی از تیلت

(Chapter 2)

kiani

جابجایی ناشی از تیلت به فاصله کانونی (f) بستگی دارد که رابطه اشان عکس یکدیگر است.

هر چه از مرکز عکس دورتر شویم (r) میزان جابجایی ناشی از تیلت بیشتر می‌شود.

جابجایی ناشی از تیلت در روی خط عمود بر خط بزرگترین شیب در نقطه همبار صفر است.

$$dt = \frac{r_i^2 \sin(t) \cos^2(\lambda)}{f - r_i \sin(t) \cos(\lambda)} \xrightarrow{t=0} dt = 0$$

جابجایی ناشی از تیلت نسبت به نقطه همبار ساعی است.

علامت جبری r_i همواره مثبت است. واحد dt نظیر واحد r_i و f است.

علامت جبری dt توسط رابطه تیلت تعیین می‌شود، یعنی اگر نقطه در بالای محور تیلت باشد مثبت و اگر در پایین محور تیلت باشد منفی خواهد شد.

اگر λ مقادیر 90° یا 270° درجه داشته باشد یعنی نقطه روی محور تیلت واقع شود، صورت معادله

$$dt = \frac{r_i^2 \sin(t) \cos^2(\lambda)}{f - r_i \sin(t) \cos(\lambda)} \xrightarrow{\lambda=90^\circ} dt = 0$$

[67]

خطای ناشی از تیلت

(Chapter 2)

kiani

مثال) با دوربینی به فاصله کانونی ۱۵۲ میلی‌متر عکس غیر قائمی با زاویه تیلت 3° درجه اخذ شده است. فاصله ساعی نقطه ایزو سنتر تا تصویر نقطه در بالای محور تیلت ۱۰۵ میلی‌متر می‌باشد. زاویه i بین خط اصلی و خط واصل نقطه ایزو سنتر تا تصویر نقطه 40° درجه است. مطلوبست محاسبه جایه جایی تیلت در عکس.

$$dt = \frac{r_i^2 \sin(t) \cos^2(\lambda)}{f - r_i \sin(t) \cos(\lambda)} = \frac{(105)^2 \sin(3) \cos^2(40)}{(152) - (105) \sin(3) \cos(40)}$$

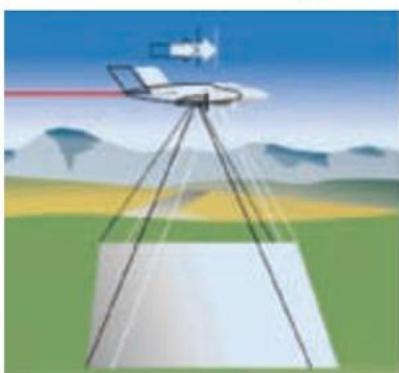
[68]

$$dt = \frac{(105)^2 (0.0523)(0.7660)^2}{(152) - (105)(0.0523)(0.7660)} = +2.3mm$$



خطای کشیدگی تصویر (Image Motion)

چون در لحظه عکس برداری، هواپیما دارای سرعت است از این رو زمانی که شاتر دوربین برای عکس برداری باز می شود، این سرعت در عکس تأثیر گذاشته و باعث کشیده شدن تصویر منطقه عکس برداری در عکس می شود. اگر سرعت هواپیما را با (v) و زمانی که شاتر دوربین برای عکس برداری باز و بسته می شود (t) در نظر بگیریم. آنگاه (d)، مقدار جابجایی نقاط روی تصویر از رابطه زیر بدست می آید.



$$d = v \times t$$

مقدار خطای ناشی از این پدیده را با

(IM) نشان می دهند و از رابطه

$$IM = vt \times \frac{f}{H - h_a}$$

خطای کشیدگی تصویر

راههای جبران این نوع خطای:

- استفاده از هواپیماهای کم سرعت (با کم شدن v ، d نیز کوچک می شود).
- استفاده از فیلم های تند (زیرا این فیلم تند دانه بندی درشتی دارد و مدت زمان کمتری را برای نوردهی نیاز دارد).

➤ دستگاه (Forward Motion Compensation) FMC

این دستگاه در حین باز بودن دریچه شاتر متناسب با سرعت نسبی، سرعت هواپیما و سرعت شاتر عوارض فیلم را به جلو حرکت می دهد. (که میزان جلو بردن در حد میکرون است).



خطای کشیدگی تصویر

- ✓ عدم محدودیت استفاده از فیلم ها
 - (امکان استفاده از فیلم های کند با قدرت تفکیک زیاد فراهم شد.)
 - ✓ استفاده از هوایپیماهای سریعتر
 - ✓ امکان عکسبرداری در روشنایی کم
 - ✓ کاهش خطای کشیدگی به حداقل
 - ✓ امکان عکسبرداری با دوربین های زاویه باریک در ارتفاعات کم (مقیاس بزرگ)
- مزیت های FMC



(Chapter 2)

kiani

[71]

خطای کشیدگی تصویر

مثال) در صورتی که فاصله کانونی دوربین ۱۵۲ میلی متر باشد و هوایپیما با سرعت ۳۰۰ کیلومتر در ساعت از ارتفاع ۵۰۰ متری سطح زمین عکسبرداری کند.

- (الف) سرعت تصویر اطلاعات چقدر می باشد؟
- (ب) اگر زمان باز و بسته شدن شاتر یک پانصد ثانیه باشد. چقدر باید فیلم حرکت کند تا اثر ماتی روی تصویر ایجاد نگردد؟

$$V = 300 \text{ km/h} \times \frac{152 \text{ mm}}{500 \text{ m}} \quad (\text{الف})$$

$$V = (300 \times 1000 / 3600) \text{ m/s} \times \frac{152 \text{ mm}}{500 \text{ m}} = 25.333 \text{ mm/s}$$

$$d = v \times t = 25.333 \text{ mm/s} \times \frac{1}{500s} = 0.0507 \text{ mm} \quad (\text{ب})$$

(Chapter 2)

kiani

[72]



خطای کشیدگی تصویر

مثال) خطای تعیین موقعیت هر پیکسل در تهیه تصویر رقومی که از روی عکس های هوایی موجود دیجیتایز شده است در صورتیکه فقط خطای کشیدگی تصویر مربوط به سرعت را لاحاظ کنیم چند میکرون خواهد بود.

$$C=150\text{mm}$$

$$V=180\text{km/h}$$

زمان تابش یک پانصد ثانیه t

ارتفاع متوسط منطقه ۱۵۰۰ متر: $G.H$:
ارتفاع پرواز ۴۵۰۰ متر: $F.H$:

$$d = v \times t = 180 \frac{\text{km}}{\text{h}} \times \frac{1}{500\text{s}}$$

$$d = (180 \times \frac{1000}{3600}) \frac{\text{m}}{\text{s}} \times \frac{1}{500\text{s}} = 0.1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$D = d \times Scale = d \times \frac{f}{H - h} = 0.1 \times \frac{150\text{mm}}{(4500 - 1500)\text{m}} = 5\mu\text{m}$$

(Chapter 2)

kiani

[73]



خطای کشیدگی تصویر

مثال) هواپیمای بدون سرنشین فتوگرامتری با سرعت ۹۰ کیلومتر بر ساعت در ارتفاع ۱۲۰ متری زمین اقدام به عکسبرداری هوایی می نماید. اگر دوربین رقومی نصب شده در آن دارای فاصله کانونی $4/5$ میلیمتر با ابعاد پیکسل $1/5$ میکرون باشد، زمان شاتر دوربین در لحظه عکسبرداری چند ثانیه باید باشد تا کشیدگی تصویر در حد نیم پیکسل شود؟

(Chapter 2)

kiani

[74]



خطا کشیدگی تصویر

F=4/5mm , H'=120m , Pixel size=1/5×10⁻⁶ m , V=90 km/h داده های مساله

(Chapter 2)

kiani

[75]



$$\left\{ \begin{array}{l} IM = \frac{1}{2} \text{Pixel size} \\ IM = Vt \times \frac{f}{H - h_a} = Vt \times \frac{f}{H'} \end{array} \right\} \Rightarrow t = \frac{\text{Pixel size} \times H'}{2fV}$$

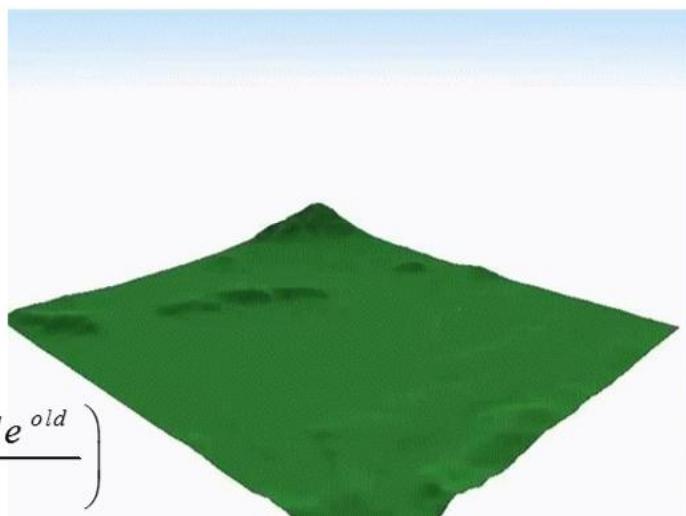
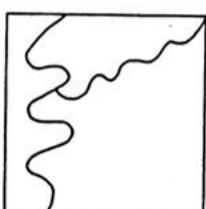
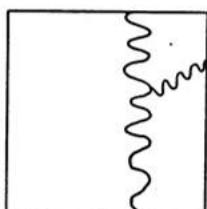
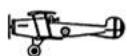
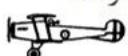
$$t = \frac{(1/5 \times 10^{-6} \text{ m}) \times 120 \text{ m}}{2 \times (4/5 \times 10^3 \text{ m}) \times 90 \text{ km/h}}$$

$$t = \frac{(1/5 \times 10^{-6} \text{ m}) \times 120 \text{ m}}{2 \times (4/5 \times 10^3 \text{ m}) \times (90 \times \frac{1000}{3600} \text{ m/s})} = \frac{1}{1250} \text{ s}$$

خطا تغییر مقیاس در اثر تغییر ارتفاع پرواز

خطا در جهت تغییر ارتفاع باعث تغییر مقیاس می‌گردد و در تعیین موقعیت اثر دارد.

در هنگام برقراری ارتباط با زمین با استفاده از پارامترهای توجیه خارجی حذف می‌گردد.



(Chapter 2)

kiani

[76]

$$d = r^{old} \left(\frac{Scale^{new} - Scale^{old}}{Scale^{new}} \right)$$

جمع بندی

نکته ۱ : خطای اعوجاج عدسی نسبت به نقطه اصلی شعاعی بوده و جهت خطای با توجه به علامت Δl میتواند به سمت داخل یا خارج باشد.

نکته ۲ : خطای انکسار نسبت به نقطه نadir شعاعی بوده و جهت خطای همواره به سمت خارج میباشد یعنی مختصات تصحیح شده کمتر از مختصات خطادار میباشد.

نکته ۳ : خطای کرویت اگر سیستم مختصات رئوسترنیک باشد در نظر گرفته میشود و نسبت به نقطه Nadir شعاعی بوده و جهت خطای همواره به سمت داخل است.

نکته ۴ : خطای کشیدگی تصویر شعاعی نیست.

نکته ۵ : جابجایی ناشی از اختلاف ارتفاع نسبت به نقطه Nadir شعاعی بوده و جهت آن به سمت خارج میباشد.

نکته ۶ : جابجایی ناشی از تیلت نسبت به نقطه همبار شعاعی بوده و جهت آن هم میتواند به سمت داخل باشد و هم به سمت خارج.

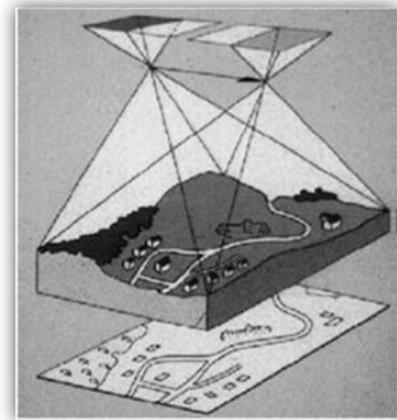
نکته ۷ : جابجایی ناشی از تغییر مقیاس نسبت به نقطه اصلی شعاعی بوده و اگر ارتفاع هوایپما کم شود جابجایی به سمت خارج است و گرنه جابجایی به سمت داخل است.



فتوگرامتری تحلیلی

(Analytical Photogrammetry)

- (Interior Orientation) توجیه داخلی
- (Exterior Orientation) توجیه خارجی
- * (Relative Orientation) توجیه نسبی
- * (Absolute Orientation) توجیه مطلق
- (Space Resection) ترقيق فضایی
- (Space Intersection) تقاطع فضایی
- (Rectification) ترتیب
- (Ortho-photo) ارتوکتو
- (Self Calibration) سلف کالیبراسیون



کیانی

توجیه داخلی

(Interior Orientation)

توجیه (Orientation) یعنی جهت دار کردن یا سمت و سو دادن.

توجیه داخلی: بازسازی هرم نوری مشابه فضای داخلی دوربین هوایی

• هدف از انجام توجیه داخلی، بازسازی هندسی هرم داخلی دوربین عکسبرداری در

لحظه‌ی عکسبرداری است؛ که شامل دو مرحله اصلی می‌باشد:

I. ثبیت نقطه اصلی: محور نوری دقیقاً از وسط عکس عبور کند.

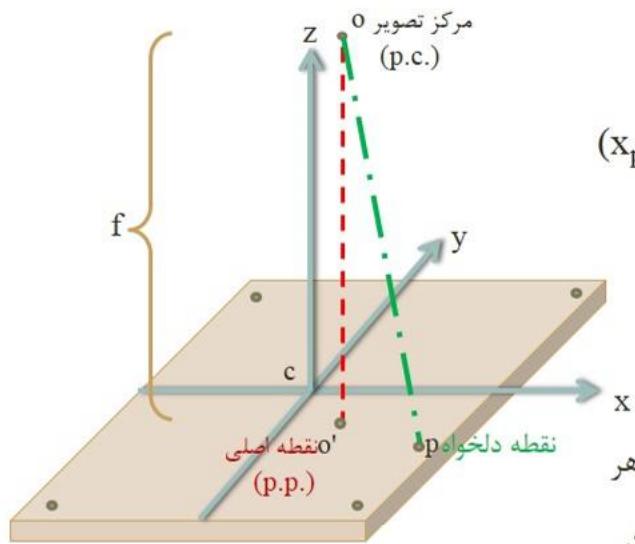
II. ثبیت فاصله کانونی: فاصله دیاپوزیو تا مرکز پروژکتور هم باید ثبیت شود.

توجیه داخلی

(Chapter 3)

kiani

[3]



پارامترهای توجیه داخلی (۳ پارامتر):

دو پارامتر موقعیت نقطه اصلی ($x_{p.p.}, y_{p.p.}$):

و یک پارامتر فاصله کانونی یا اصلی f

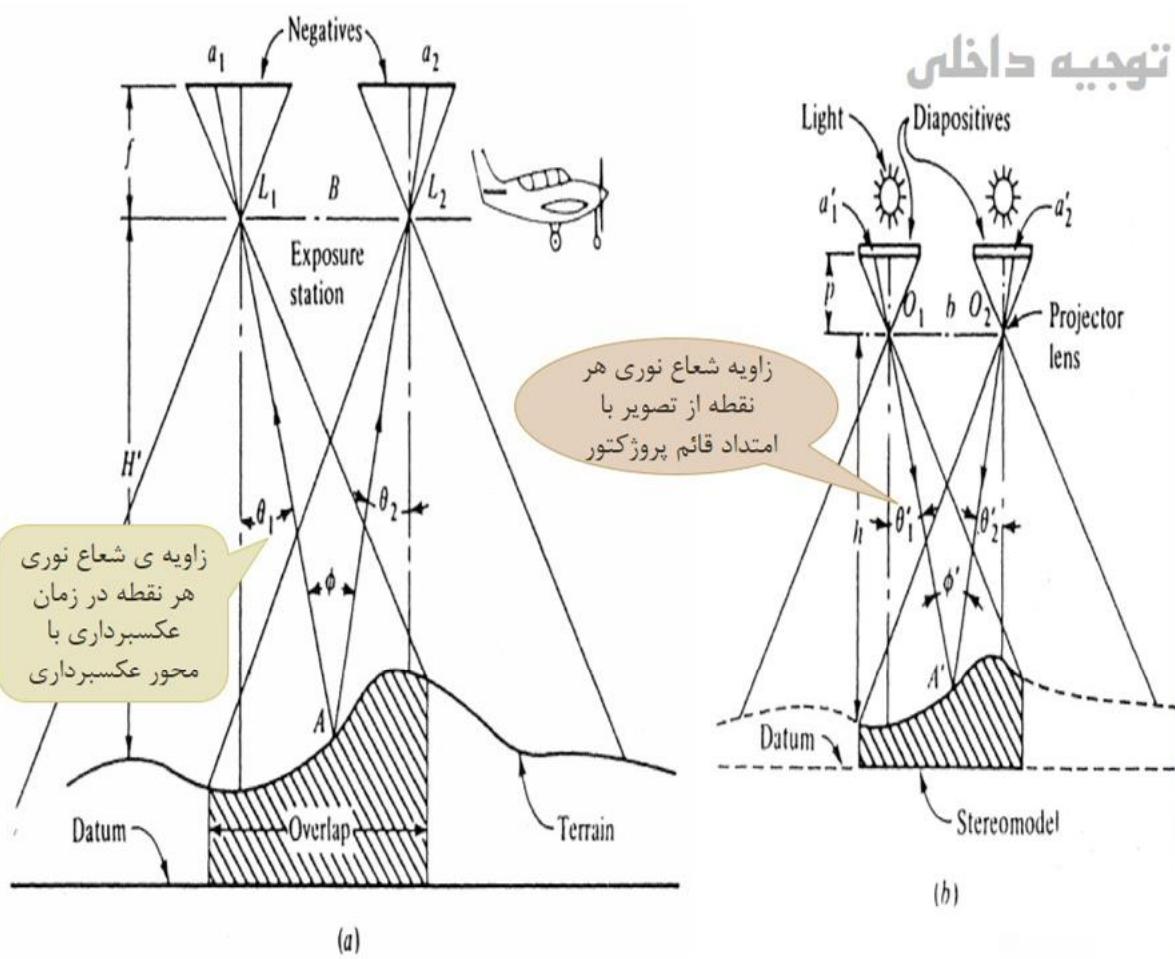
نکته: در توجیه داخلی زاویه شعاع نوری هر

نقطه از تصویر با امتداد قائم پروژکتور باید

برابر با زاویه شعاع نوری نظیر آن در

زمان عکسبرداری با محور عکسبرداری شود.

$$\vec{r}_a = \begin{bmatrix} x_a - x_{p.p.} \\ y_a - y_{p.p.} \\ 0 - f \end{bmatrix}$$



(Chapter 3)

kiani

[4]

روش‌های انجام توجیه داخلی

(Chapter 3)

kiani

[5]

(a) توجیه داخلی به روش آنالوگ یا تجربی یا مکانیکی یا دستی

یعنی منطبق کردن فیدوشل مارکها به روش مکانیکی

(b) توجیه داخلی تحلیلی

برای انجام توجیه داخلی تحلیلی حالت‌های تغییر بعد باید در نظر گرفته شود:



✓ تغییر بعد خطی

✓ تغییر بعد غير خطی

سپس با استفاده از معادلات مرتبط حل می‌گردد.

(c) توجیه داخلی رقومی

تفاوت بین تحلیلی و رقومی در پیدا کردن نقطه است، در تحلیلی این کار به روش دستی است اما در روش رقومی اتوماتیک می‌باشد.

تمام معادلات مورد استفاده در تحلیلی در رقومی نیز مورد استفاده قرار می‌گیرد.

مراحل توجیه داخلی دستگاهی (آنالوگ)

(Chapter 3)

kiani

[6]

(1) آماده کردن دیاپوزیتوها با اندازه‌ی صحیح و استقرار دیاپوزیتوها

► استقرار دیاپوزیتوها به صورتی که بتوان پوشش مشترک را منطبق بر هم دید.

► امتداد پرواز از دو تصویر دریک راستا و در امتداد محورهای X سیستم‌های تصویر دستگاه قرار گیرد.

► پوشش صحیح در دیاپوزیتوها رعایت شود (پوشش داخلی و خارجی).

► اندازه‌ی دیاپوزیتوها مدنظر قرار گیرد:

✓ به اندازه‌ی نگاتیو در دستگاه‌های مکانیکی

✓ کوچکتر از نگاتیو در دستگاه‌های اپتیکی

(-کلش: ۱/۱ - بال پلکس: ۱/۳ - مولتی پلکس: ۱/۵)

مراحل توجیه داخلی دستگاهی (آنالوگ)

(2) حذف اعوجاجات شعاعی عدسی دوربین عکسبرداری هوایی

I. استفاده از قاب تصحیح کننده

➤ استفاده از قاب‌های با شیشه‌ی کروی به جای قاب‌های معمولی

➤ استفاده از قاب تصحیح کننده خطای اعوجاج شعاعی در زمان چاپ دیاپوزتیوها

II. تغیر فاصله اصلی

III. از عدسی‌های تصحیح کننده که دارای خطای اعوجاج مساوی خطای اعوجاج دوربین عکسبرداری ولی در جهت مخالف آن می‌باشد، استفاده شود.

[7]

مراحل توجیه داخلی دستگاهی (آنالوگ)

(1) آماده کردن دیاپوزتیوها با اندازه‌ی صحیح و استقرار دیاپوزتیوها (در اسلایدهای قبل

عنوان شد)

(2) حذف اعوجاجات شعاعی عدسی دوربین عکسبرداری هوایی (در اسلایدهای قبل

عنوان شد)

(3) انطباق نقطه اصلی (p.p.) دیاپوزتیو با محور عدسی پروژکتور (معرفی x_0 و y_0)

(4) تنظیم فاصله اصلی پروژکتور (معرفی f):

در برخی دستگاهها f ثابت است در عوض دیاپوزتیوها تنظیم می‌گردند و در

برخی از دستگاهها فاصله اصلی قابل تنظیم است.

Chapter 3

kiani

[8]

توجیه داخلی تحلیلی

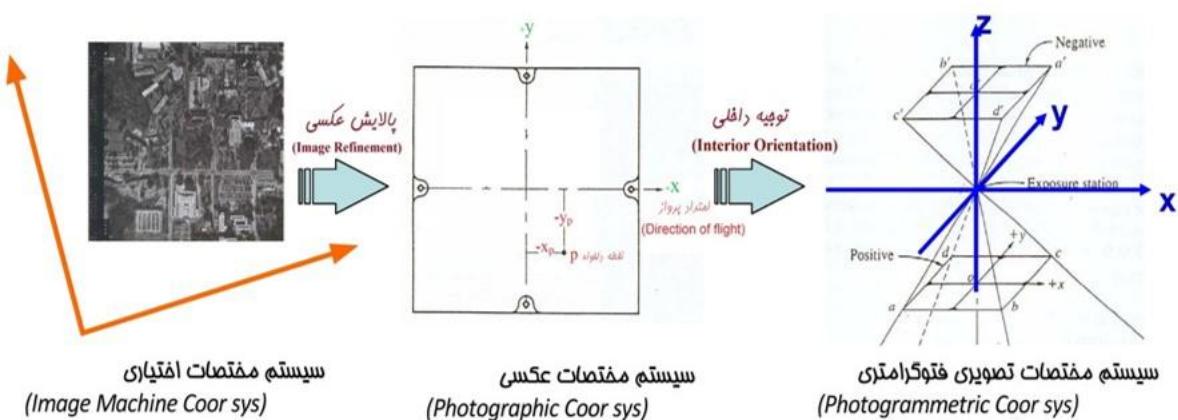
(Chapter 3)
kiani

- هدف از انجام توجیه داخلی تحلیلی، ایجاد هندسه‌ی داخلی دوربین عکسبرداری به صورت ریاضی می‌باشد.
- برای ایجاد این هندسه احتیاج به اطلاعات کالیبراسیون دوربین داریم.
- انجام توجیه داخلی با داشتن مختصات عالم کناری و مختصات دستگاهی اندازه گرفته شده‌ی آن‌ها توسط کمپراتور شروع می‌شود.
- یک تبدیل دو بعدی برای ارتباط بین سیستم مختصات دستگاهی و سیستم مختصات عالم کناری به کار بردہ می‌شود.
- ❖ اعوچاجات دوربین و اطلاعات نقطه اصلی از داده‌های کالیبراسیون دوربین برای پالایش مختصات نقاط به کار بردہ می‌شود تا خطای عدسی از مختصات نقاط تصحیح شود و مختصات از سیستم مختصات عالم کناری به سیستم مختصات عکسی بردہ شود.

توجیه داخلی تحلیلی

(Chapter 3)
kiani

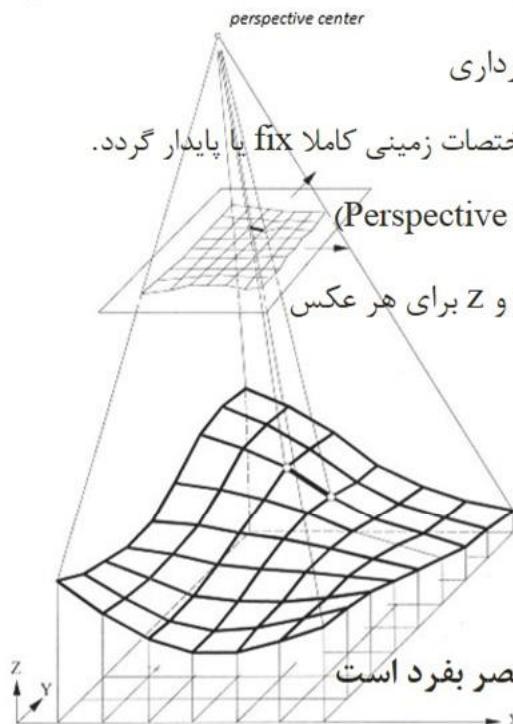
بنابراین برای انجام توجیه داخلی باید مختصات اندازه‌گیری شده توسط کمپراتور از سیستم مختصات دستگاهی به سیستم مختصات عکسی منتقل می‌شوند تا اینکه به مختصات عکسی پالایش یافته دست یابیم.



- ادامه‌ی این مبحث (بحث توجیه داخلی و فلوچارت مربوطه) به صورت جزوی کلاسی گفته خواهد شد.

توجیه خارجی

(Exterior Orientation)

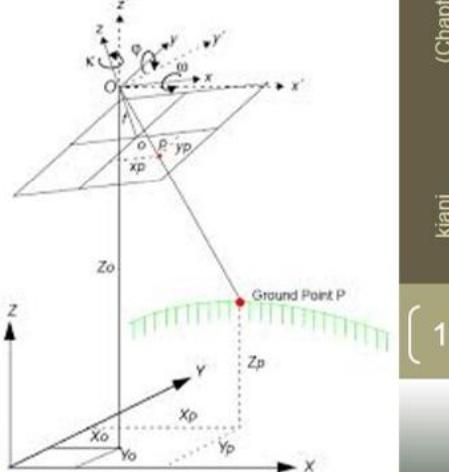


- بازسازی موقعیت و وضعیت دوربین در لحظه عکسبرداری

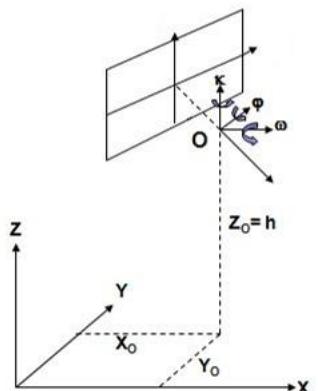
به عبارت دیگر سیستم مختصات عکسی نسبت به سیستم مختصات زمینی کاملاً fix یا پایدار گردد.

تعیین موقعیت دقیق مکانی نقطه مرکز تصویر (Perspective center)

و نیز وضعیت دورانی هواپیما نسبت به محورهای X, Y و Z برای هر عکس



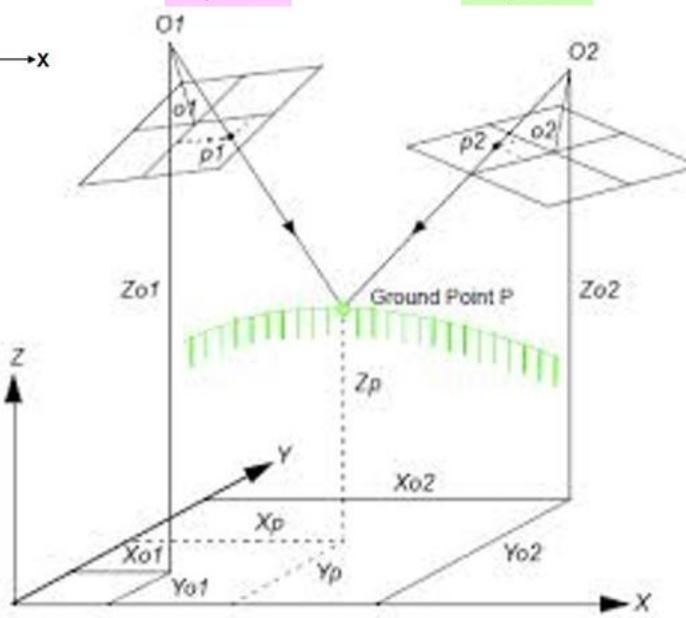
Exterior Orientation Parameters: $(X_{P,C}, Y_{P,C}, Z_{P,C}, \omega, \varphi, k)$



$$o^1 \begin{pmatrix} X_{p.c.}^1 \\ Y_{p.c.}^1 \\ Z_{p.c.}^1 \\ \omega^1 \\ \varphi^1 \\ k^1 \end{pmatrix}$$

$$o^2 \begin{pmatrix} X_{p.c.}^2 \\ Y_{p.c.}^2 \\ Z_{p.c.}^2 \\ \omega^2 \\ \varphi^2 \\ k^2 \end{pmatrix}$$

توجیه خارجی



شرط هم خطی

(Collinearity Condition)

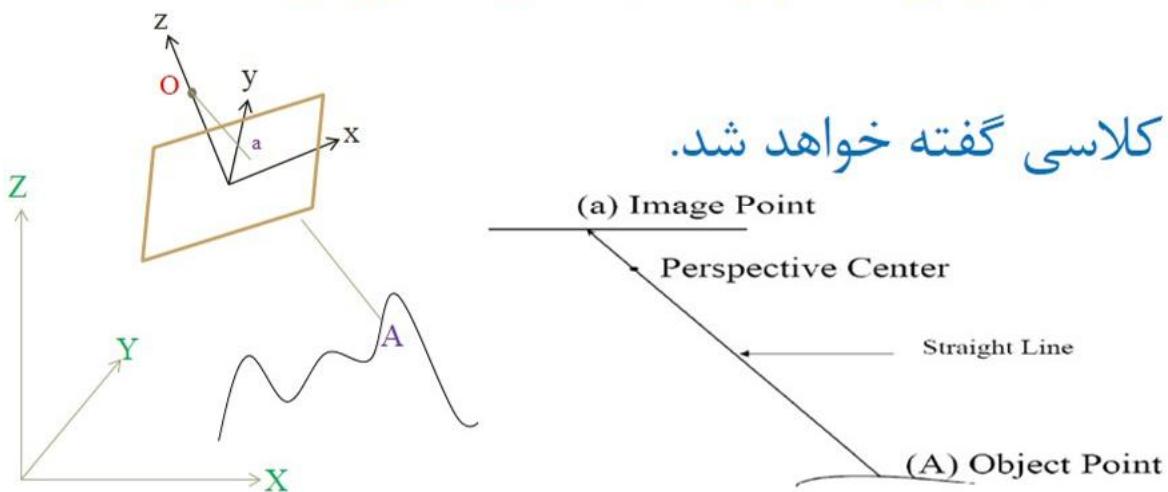
شرح کامل این مبحث (بحث شرط هم خطی و نحوهی

محاسبهی روابط مربوطه) به صورت جزوهی

(Chapter 3)

kiani

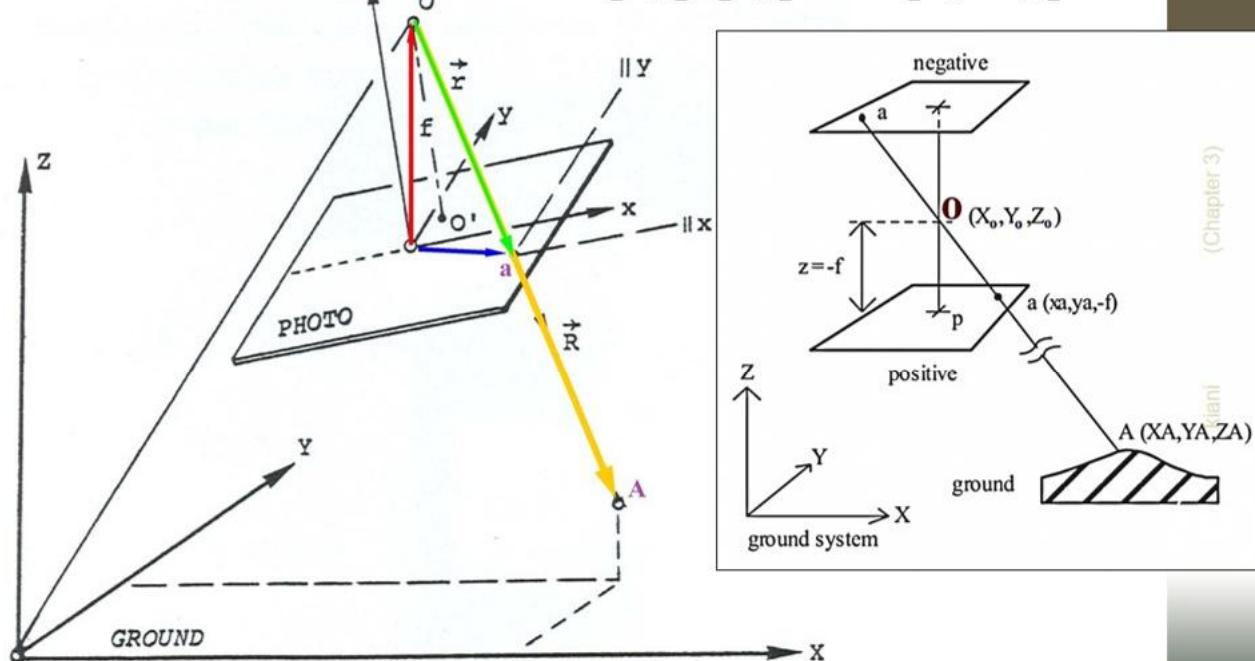
[13]



شرط هم خطی

$$\vec{r} = \begin{bmatrix} x_a \\ y_a \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} x_o \\ y_o \\ f \end{bmatrix} \Rightarrow \vec{r} = \begin{bmatrix} x_a - x_o \\ y_a - y_o \\ 0 - f \end{bmatrix}$$

$$\vec{R} = \begin{bmatrix} X_A \\ Y_A \\ Z_A \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} X_o \\ Y_o \\ Z_o \end{bmatrix} \Rightarrow \vec{R} = \begin{bmatrix} X_A - X_o \\ Y_A - Y_o \\ Z_A - Z_o \end{bmatrix}$$



شرط هم خطی

$$\begin{cases} x_a = x_o - f \left[\frac{m_{11}(X_A - X_o) + m_{12}(Y_A - Y_o) + m_{13}(Z_A - Z_o)}{m_{31}(X_A - X_o) + m_{32}(Y_A - Y_o) + m_{33}(Z_A - Z_o)} \right] \\ y_a = y_o - f \left[\frac{m_{21}(X_A - X_o) + m_{22}(Y_A - Y_o) + m_{23}(Z_A - Z_o)}{m_{31}(X_A - X_o) + m_{32}(Y_A - Y_o) + m_{33}(Z_A - Z_o)} \right] \end{cases}$$

$$\begin{aligned} q &= m_{31}(X_A - X_o) + m_{32}(Y_A - Y_o) + m_{33}(Z_A - Z_o) \\ r &= m_{11}(X_A - X_o) + m_{12}(Y_A - Y_o) + m_{13}(Z_A - Z_o) \\ s &= m_{21}(X_A - X_o) + m_{22}(Y_A - Y_o) + m_{23}(Z_A - Z_o) \end{aligned}$$

$$\begin{cases} x_a - x_o = -f \frac{r}{q} \\ y_a - y_o = -f \frac{s}{q} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} F = x_o - f \frac{r}{q} - x_a \\ G = y_o - f \frac{s}{q} - y_a \end{cases} M = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} \end{bmatrix}$$

$$M = \begin{bmatrix} \cos \varphi \cos \kappa & \cos \omega \sin \kappa + \sin \omega \sin \varphi \cos \kappa & \sin \omega \sin \kappa - \cos \omega \sin \varphi \cos \kappa \\ -\cos \varphi \sin \kappa & \cos \omega \cos \kappa - \sin \omega \sin \varphi \sin \kappa & \sin \omega \cos \kappa + \cos \omega \sin \varphi \sin \kappa \\ \sin \varphi & -\sin \omega \cos \varphi & \cos \omega \cos \varphi \end{bmatrix} \quad [15]$$

(Chapter 3)
kiani

شرط هم خطی

$$F = F_o +$$

$$\frac{\partial F}{\partial x_a}|_o dx_a +$$

$$\frac{\partial F}{\partial \omega}|_o d\omega + \frac{\partial F}{\partial \varphi}|_o d\varphi + \frac{\partial F}{\partial k}|_o dk +$$

$$\frac{\partial F}{\partial X_o}|_o dX_o + \frac{\partial F}{\partial Y_o}|_o dY_o + \frac{\partial F}{\partial Z_o}|_o dZ_o +$$

$$\frac{\partial F}{\partial X_A}|_o dX_A + \frac{\partial F}{\partial Y_A}|_o dY_A + \frac{\partial F}{\partial Z_A}|_o dZ_A = 0$$

$$\begin{aligned} F &= J - dx_a + \\ b_{11}d\omega + b_{12}d\varphi + b_{13}dk + \\ -b_{14}dX_o - b_{15}dY_o - b_{16}dZ_o + \\ b_{14}dX_A + b_{15}dY_A + b_{16}dZ_A &= 0 \end{aligned}$$

(Chapter 3)
kiani

$$G = G_o +$$

$$\frac{\partial G}{\partial y_a}|_o dy_a +$$

$$\frac{\partial G}{\partial \omega}|_o d\omega + \frac{\partial G}{\partial \varphi}|_o d\varphi + \frac{\partial G}{\partial k}|_o dk +$$

$$\frac{\partial G}{\partial X_o}|_o dX_o + \frac{\partial G}{\partial Y_o}|_o dY_o + \frac{\partial G}{\partial Z_o}|_o dZ_o +$$

$$\frac{\partial G}{\partial X_A}|_o dX_A + \frac{\partial G}{\partial Y_A}|_o dY_A + \frac{\partial G}{\partial Z_A}|_o dZ_A = 0$$

$$\begin{aligned} G &= K - dy_a + \\ b_{21}d\omega + b_{22}d\varphi + b_{23}dk + \\ -b_{24}dX_o - b_{25}dY_o - b_{26}dZ_o + \\ b_{24}dX_A + b_{25}dY_A + b_{26}dZ_A &= 0 \end{aligned}$$

[16]

شرط همخطی

$$F = x_o - f \frac{r}{q} - x_i = x_o - f \left[\frac{m_{11}(X_i - X_o) + m_{12}(Y_i - Y_o) + m_{13}(Z_i - Z_o)}{m_{31}(X_i - X_o) + m_{32}(Y_i - Y_o) + m_{33}(Z_i - Z_o)} \right] - x_i$$

$$m_{11} = \cos\theta \cdot \cos\kappa \quad m_{12} = \cos\omega \cdot \sin\kappa + \sin\omega \cdot \sin\theta \cdot \cos\kappa \quad m_{13} = \sin\omega \cdot \sin\kappa - \cos\omega \cdot \sin\theta \cdot \cos\kappa$$

$$m_{31} = \sin\theta \quad m_{32} = -\sin\omega \cdot \cos\theta \quad m_{33} = \cos\omega \cdot \cos\theta$$

$$\frac{\partial F}{\partial x_i} = -1$$

$$\frac{\partial F}{\partial x_i} = -f \cdot \frac{(m_{11} \times q) - (m_{31} \times r)}{q^2} \quad \frac{\partial F}{\partial x_0} = -f \cdot \frac{(-m_{11} \cdot q) - (-m_{31} \cdot r)}{q^2}$$

$$\rightarrow \frac{\partial F}{\partial x_i} = -\frac{\partial F}{\partial x_0}$$

$$\frac{\partial F}{\partial y_i} = -f \cdot \frac{(m_{12} \times q) - (m_{32} \times r)}{q^2} \quad \frac{\partial F}{\partial y_0} = -f \cdot \frac{(-m_{12} \cdot q) - (-m_{32} \cdot r)}{q^2}$$

$$\rightarrow \frac{\partial F}{\partial y_i} = -\frac{\partial F}{\partial y_0}$$

$$\frac{\partial F}{\partial z_i} = -f \cdot \frac{(m_{13} \times q) - (m_{33} \times r)}{q^2} \quad \frac{\partial F}{\partial z_0} = -f \cdot \frac{(-m_{13} \cdot q) - (-m_{33} \cdot r)}{q^2}$$

$$\rightarrow \frac{\partial F}{\partial z_i} = -\frac{\partial F}{\partial z_0}$$

(Chapter 3)

kiani

[17]

شرط همخطی

$$\frac{\partial F}{\partial w} = -f \frac{[(-\sin\omega \cdot \sin\kappa + \cos\omega \cdot \cos\kappa)(Y_i - Y_0) + (\cos\omega \cdot \sin\kappa + \sin\omega \cdot \sin\theta \cdot \cos\kappa)(Z_i - Z_0)] \cdot (q) - [(-\cos\theta \cdot \cos\kappa)(Y_i - Y_0) + (-\sin\omega \cdot \cos\theta)(Z_i - Z_0)] \cdot (r)}{q^2}$$

$$\frac{\partial F}{\partial w} = -f \frac{[(-m_{13})(Y_i - Y_0) + (m_{12})(Z_i - Z_0)] \cdot (q) - [(-m_{33})(Y_i - Y_0) + (m_{32})(Z_i - Z_0)] \cdot (r)}{q^2}$$

$$b_{11} = \frac{f}{q^2} ([(-m_{33})(Y_i - Y_0) + (m_{32})(Z_i - Z_0)] \cdot (r) - [(-m_{13})(Y_i - Y_0) + (m_{12})(Z_i - Z_0)] \cdot (q))$$

به همین منوال کلیه پارامترهای دیگر F قابل محاسبه خواهد بود. برای مشتق‌گیری

پارامترهای G نیز روند مشابه طی خواهد شد.

(Chapter 3)

kiani

$$G = y_o - f \frac{s}{q} - y_i = y_o - f \left[\frac{m_{21}(X_i - X_o) + m_{22}(Y_i - Y_o) + m_{23}(Z_i - Z_o)}{m_{31}(X_i - X_o) + m_{32}(Y_i - Y_o) + m_{33}(Z_i - Z_o)} \right] - y_i$$

$$m_{\gamma 1} = -\cos\theta \cdot \sin\kappa \quad m_{\gamma 2} = \cos\omega \cdot \cos\kappa - \sin\omega \cdot \sin\theta \cdot \sin\kappa \quad m_{\gamma 3} = \sin\omega \cdot \cos\kappa + \cos\omega \cdot \sin\theta \cdot \sin\kappa$$

[18]

$$m_{\gamma 1} = \sin\theta \quad m_{\gamma 2} = -\sin\omega \cdot \cos\theta \quad m_{\gamma 3} = \cos\omega \cdot \cos\theta$$

شرط همخطی

$$b_{11} = \frac{f}{q^2} [r(-m_{33} \Delta Y + m_{32} \Delta Z) - q(-m_{13} \Delta Y + m_{12} \Delta Z)]$$

$$b_{12} = \frac{f}{q^2} [r(\cos \phi \Delta X + \sin \omega \sin \phi \Delta Y - \cos \omega \sin \phi \Delta Z) \\ - q(-\sin \phi \cos \kappa \Delta X + \sin \omega \cos \phi \cos \kappa \Delta Y - \cos \omega \cos \phi \cos \kappa \Delta Z)]$$

$$b_{13} = \frac{-f}{q} (m_{21} \Delta X + m_{22} \Delta Y + m_{23} \Delta Z)$$

$$b_{14} = \frac{f}{q^2} (rm_{31} - qm_{11})$$

$$b_{15} = \frac{f}{q^2} (rm_{32} - qm_{12})$$

$$b_{16} = \frac{f}{q^2} (rm_{33} - qm_{13})$$

$$J = x_a - x_o + f \frac{r}{q}$$

$$b_{21} = \frac{f}{q^2} [s(-m_{33} \Delta Y + m_{32} \Delta Z) - q(-m_{23} \Delta Y + m_{22} \Delta Z)]$$

$$b_{22} = \frac{f}{q^2} [s(\cos \phi \Delta X + \sin \omega \sin \phi \Delta Y - \cos \omega \sin \phi \Delta Z) \\ - q(\sin \phi \sin \kappa \Delta X - \sin \omega \cos \phi \sin \kappa \Delta Y + \cos \omega \cos \phi \sin \kappa \Delta Z)]$$

$$b_{23} = \frac{f}{q} (m_{11} \Delta X + m_{12} \Delta Y + m_{13} \Delta Z)$$

$$b_{24} = \frac{f}{q^2} (sm_{31} - qm_{21})$$

$$b_{25} = \frac{f}{q^2} (sm_{32} - qm_{22})$$

$$b_{26} = \frac{f}{q^2} (sm_{33} - qm_{23})$$

$$K = y_a - y_o + f \frac{s}{a}$$

$$q = m_{11}(X_i - X_o) + m_{12}(Y_i - Y_o) + m_{13}(Z_i - Z_o)$$

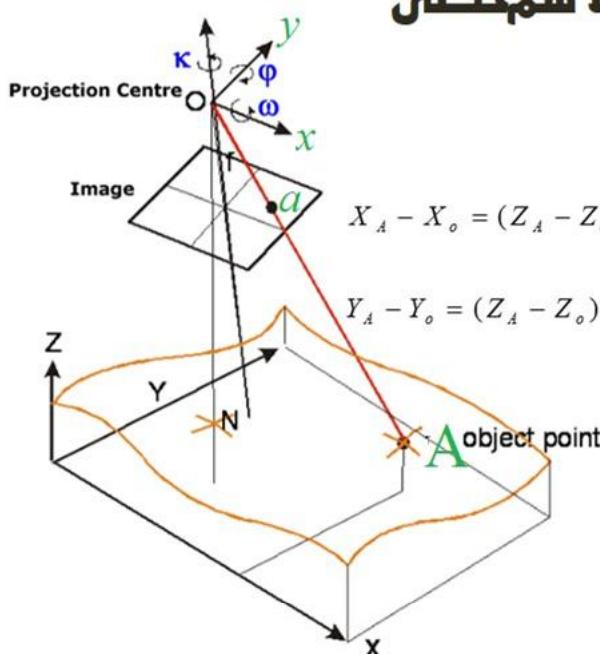
$$r = m_{21}(X_i - X_o) + m_{22}(Y_i - Y_o) + m_{23}(Z_i - Z_o)$$

$$s = m_{31}(X_i - X_o) + m_{32}(Y_i - Y_o) + m_{33}(Z_i - Z_o)$$

kiani (Chapter 3)

[19]

فرم معکوس معادله‌ی شرط همخطی



$$X_A - X_o = (Z_A - Z_o) \left[\frac{m_{11}(x_A - x_o) + m_{21}(y_A - y_o) + m_{31}(-f)}{m_{13}(x_A - x_o) + m_{23}(y_A - y_o) + m_{33}(-f)} \right]$$

$$Y_A - Y_o = (Z_A - Z_o) \left[\frac{m_{12}(x_A - x_o) + m_{22}(y_A - y_o) + m_{32}(-f)}{m_{13}(x_A - x_o) + m_{23}(y_A - y_o) + m_{33}(-f)} \right]$$

kiani (Chapter 3)

$$\vec{r} = \lambda \cdot M_{\omega\varphi\kappa} \cdot \vec{R} \quad \Rightarrow \vec{R} = \frac{1}{\lambda} M^T \omega\varphi\kappa \cdot \vec{r} \quad \Rightarrow \vec{R} = k \cdot R_{\kappa\varphi\omega} \cdot \vec{r} \quad [20]$$

$$X - X_0 = Z - Z_0 \frac{r_{11}(x - x_0) + r_{12}(y - y_0) + r_{13}(-f)}{r_{31}(x - x_0) + r_{32}(y - y_0) + r_{33}(-f)} \quad Y - Y_0 = Z - Z_0 \frac{r_{21}(x - x_0) + r_{22}(y - y_0) + r_{23}(-f)}{r_{31}(x - x_0) + r_{32}(y - y_0) + r_{33}(-f)}$$

kiani

مثال

دربیک عکس با پارامترهای توجیه خارجی
 $(X_o, Y_o, Z_o) = (5000^m, 10000^m, 2000^m)$
 و پارامترهای
 $(\omega, \phi, k) = (2^\circ, 5^\circ, 15^\circ)$

مختصات عکسی نقطه ای که دارای مختصات زمینی
 $(x_o, y_o, f) = (0.015, -0.020, 152.4)^{mm}$

را محاسبه نمایید.

$$M = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.9623 & 0.2616 & -0.0751 \\ -0.2578 & 0.9645 & 0.0562 \\ 0.0871 & -0.0348 & 0.9956 \end{bmatrix}$$

$$x_a = x_o - f \left[\frac{m_{11}(X_A - X_o) + m_{12}(Y_A - Y_o) + m_{13}(Z_A - Z_o)}{m_{31}(X_A - X_o) + m_{32}(Y_A - Y_o) + m_{33}(Z_A - Z_o)} \right]$$

$$y_a = y_o - f \left[\frac{m_{21}(X_A - X_o) + m_{22}(Y_A - Y_o) + m_{23}(Z_A - Z_o)}{m_{31}(X_A - X_o) + m_{32}(Y_A - Y_o) + m_{33}(Z_A - Z_o)} \right]$$

که با جایگذاری در معادله شرط هم خطی داریم :

$$\begin{cases} x - x_0 = 15.159^{mm} \\ y - y_0 = -26.449^{mm} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 15.174^{mm} \\ y = -26.469^{mm} \end{cases}$$

(Chapter 3)

kiani



(Chapter 3)

kiani

ترفیع تدلیل

(Space Resection)

شرح کامل این مبحث (بحث ترفیع و

نحوه محاسبه مقادیر اولیه) به صورت

جزوه‌ی کلاسی گفته خواهد شد.

[22]

ترفیع تحلیلی

$$\omega_0 = \varphi_0 = 0$$

(۱) برای تعیین مقادیر اولیه اگر عکس را نزدیک به قائم در نظر بگیریم، مقادیر اولیه‌ی دوران‌های امگا و فی مقادیر صفر را می‌پذیرند.

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & y & 1 & 0 \\ y & -x & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{bmatrix} \implies X = (A^T \cdot A)^{-1} \cdot A^T \cdot L$$

 برای به دست آوردن Z_0 به دو روش می‌توان عمل نمود.
 روش نخست با استفاده ازیک فاصله‌ی مشخص مانند فاصله‌ی بین نقاط a و b روی تصویر و تصویر همان فاصله روی زمین از نقاط A و B و سپس فرمول است.

$$K_0 = \text{Arc tan}\left(\frac{b}{a}\right)$$

$$\begin{aligned} X_0 &= c \\ Y_0 &= d \end{aligned}$$

همچنین روش دیگر برای بدست آوردن مقادیر اولیه مختصه Z مرکز تصویر در سیستم مختصات زمینی، می‌توان از عدد مقیاس بدست آمده در تبدیل کانفورمال دو بعدی کمک گرفت و با توجه به فرمول مقیاس آن را بدست آورد.

همچنین با حل معادله‌ی کانفورمال،

مقادیر اولیه برای کاپا و

$$K_0 = AZ_{AB} - AZ_{ab} = \text{Arc tan}\left(\frac{Y_B - Y_A}{X_B - X_A}\right) - \text{Arc tan}\left(\frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}\right)$$

مختصات X و Y مرکز تصویر در سیستم مختصات زمینی بدست خواهد آمد.

$$Z_0 = \lambda \cdot f + \bar{h}_{AB}$$

(۲) مقادیر اولیه را می‌توان از سنجنده‌های ناوبری مستقر در هواپیمای تصویربرداری مانند GPS نیز مستقیماً بدست آورد.

(Chapter 3)
kiani

[23]

ترفیع تحلیلی

• فلوچارت ترفیع تحلیلی:

(استفاده از معادلات خطی شده‌ی شرط همخطی)

ترفیع فضایی بر مبنای تک عکس است. در ترفیع به ازای هر نقطه ۲ معادله داریم و تعداد مجھولات ما ۶ عنصر توجیه خارجی هر عکس می‌باشد، بنابراین برای حل ترفیع هر عکس حداقل به سه نقطه احتیاج داریم.

در نهایت باید جواب‌ها همگرا شوند، هنگامی که مقادیر تصحیحات در حد قابل قبول باشند تکرار پایان می‌پذیرد.



(Chapter 3)
kiani

[24]

مثال

برای یک عکس نزدیک به قائم با فاصله‌ی کانونی ۱۵۲/۹۱۶ میلی متر و شامل چهار نقطه‌ی کنترل زمینی A تا D، مختصات عکسی پالایش یافته (مختصات نقطه‌ی اصلی بر مرکز هندسی منطبق باشد) و مختصات زمینی آنها مطابق جدول زیر است. مطلوبست محاسبه‌ی المان‌های توجیه خارجی عکس فوق اگر ارتفاع متوسط منطقه برابر ۲۲/۴۷۲۵ متر باشد.

(Chapter 3)

image coordinate for GCPs			object coordinate for GCPs			kiani [25]
a	86.421	-83.977	A	1268.102	1455.027	
b	-100.916	92.582	B	732.181	545.344	
c	-98.322	-89.161	C	1454.553	731.666	
d	78.812	98.123	D	545.245	1268.232	
						?



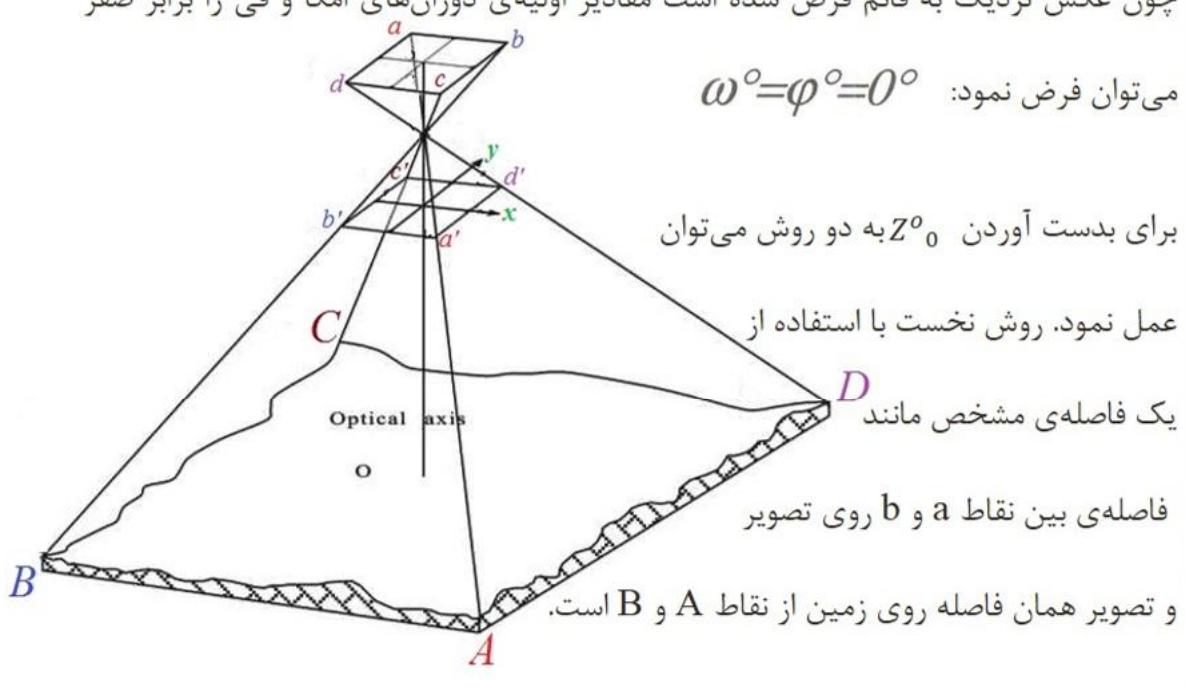
مثال

(1) مرحله‌ی نخست تعیین مقادیر اولیه‌ی مجهولات می‌باشد.

چون عکس نزدیک به قائم فرض شده است مقادیر اولیه‌ی دوران‌های امگا و فی را برابر صفر

$$\omega^o = \varphi^o = 0^o$$

می‌توان فرض نمود:



(Chapter 3)

kiani [26]



مثال

با محاسبه‌ی این مقادیر خواهیم داشت:

$$\overline{ab} = \sqrt{(x_a - x_b)^2 + (y_a - y_b)^2} = 257.4262^{mm}$$

$$\overline{AB} = \sqrt{(X_A - X_B)^2 + (Y_A - Y_B)^2} = 1055.8^m$$

$$Scale = \frac{f}{H'} = \frac{\overline{ab}}{\overline{AB}} \Rightarrow \frac{152.916^{mm}}{H'} = \frac{257.4262^{mm}}{1055.8^m}$$

$$H' = H - h_{ave} \Rightarrow H = 627.1710 + 22.4725 = 649.6435 = Z^\circ$$

$$\begin{bmatrix} X_A \\ Y_A \\ X_B \\ Y_B \\ \vdots \\ X_D \\ Y_D \end{bmatrix}_{8 \times 1} = \begin{bmatrix} x_a & y_a & 1 & 0 \\ y_a & -x_a & 0 & 1 \\ x_b & y_b & 1 & 0 \\ y_b & -x_b & 0 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x_d & y_d & 1 & 0 \\ y_d & -x_d & 0 & 1 \end{bmatrix}_{8 \times 4} \cdot \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{bmatrix}_{4 \times 1}$$

همچنین از حل تبدیل کانفورمال برای چهار نقطه‌ی کنترل خواهیم داشت:

$$X = (A^T A)^{-1} A^T L$$

$$a = -910.0468 \quad b = 3.9959 \text{ e+03}$$

$$c = 1.0098 \text{ e+03} \quad d = 1.0380 \text{ e+03}$$

(Chapter 3)

kiani



مثال

با حل معادله‌ی کانفورمال، مقادیر زیر قابل محاسبه خواهند بود:

$$\lambda^\circ = \sqrt{a^2 + b^2}; \quad K^\circ = \tan^{-1} \frac{b}{a}; \quad X_0^\circ = c; \quad Y_0^\circ = d$$

در نتیجه مقادیر اولیه برای کاپا و مختصات X و Y مرکز تصویر در

$$X_0^\circ = 1009.8$$

$$Y_0^\circ = 1038$$

سیستم مختصات زمینی برابر خواهد شد با:

$$k_{rad}^\circ = 1.7947^{rad} \Rightarrow k_{deg}^\circ = 102.8301^{deg}$$

$$\lambda = 4.0982 \text{ e+03}$$

همچنین در روش دیگر برای بدست آوردن مقادیر اولیه مختصه Z مرکز تصویر در سیستم

مختصات زمینی (Z°_0) می‌توان از عدد مقیاس بدست آمده در تبدیل فوق کمک گرفت و با

$$Scale = \frac{f}{H'} \Rightarrow \frac{1}{4098.2^m} = \frac{152.916^{mm}}{H'} \quad \text{توجه به فرمول مقیاس آن را بدست آورد:}$$

(Chapter 3)

kiani



$$H' = H - h_{ave} \Rightarrow H = 626.680 + 22.4725 = 649.1525 = Z^\circ$$

مثال

توضیح اینکه مقادیر بدست آمده از دو روش مختلف برای Z^0_0 متفاوت بودند، ولی از آنجایی که

این مقادیر صرفا به عنوان مقادیر اولیه (مقادیری نزدیک به مقدار اصلی که برای ما مجهول است)

برای سیستم بکار می‌رود خللی در روند حل ایجاد نمی‌کند.

سوال: علت این اختلاف چه بود؟

(Chapter 3)

kiani

[29]



(۲) مرحله‌ی دوم تشکیل ماتریس دورانی M با مقادیر اولیه‌ی بدست آمده از قبل است:

$$M = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.22205 & 0.97504 & 0.000 \\ -0.97504 & -0.22205 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 1.000 \end{bmatrix}$$

حال با استفاده از اطلاعات بدست آمده در مراحل ۱ و ۲ می‌توان ماتریس معادلات مشاهدات را

تشکیل داد.

مثال

(۳) مرحله‌ی سوم تشکیل ماتریس معادلات مشاهدات برای هریک از نقاط کنترل است:

$$V + \xi = B \cdot \Delta$$

(Chapter 3)

kiani

[30]



$$B = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} & -b_{14} & -b_{15} & -b_{16} \\ b_{21} & & & & & \\ b_{11} & b & & & & \\ . & & & & & \\ . & & & & & \\ b_{11} & d & & & & \\ b_{21} & d & & & & \end{bmatrix}; \Delta = \begin{bmatrix} d\omega \\ d\varphi \\ dK \\ dX_0 \\ dY_0 \\ dZ_0 \end{bmatrix}; \varepsilon = \begin{bmatrix} J_a \\ K_a \\ . \\ . \\ . \\ . \end{bmatrix}; V = \begin{bmatrix} V_x \\ V_y \\ . \\ . \\ . \\ . \end{bmatrix}; J_d \\ K_d$$

مثال

با محاسبه‌ی هریک از عناصر ماتریس \mathbf{B} و $\boldsymbol{\xi}$ به ازای مقادیر اولیه و معلومات خواهیم داشت:

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} -205.739 & 1.116 & -83.974 & 0.05415 & -0.23779 & -0.13584 \\ 89.799 & -183.676 & -85.172 & 0.23779 & 0.05415 & 0.13393 \\ -229.270 & 11.238 & 92.682 & 0.05413 & -0.23768 & 0.16271 \\ 106.750 & -190.133 & 102.073 & 0.23768 & 0.05413 & -0.14774 \\ -196.473 & -102.705 & -89.144 & 0.05416 & -0.23781 & 0.15462 \\ -9.609 & -212.318 & 96.943 & 0.23781 & 0.05416 & -0.14218 \\ -178.404 & -93.117 & 97.990 & 0.05413 & -0.23769 & -0.12732 \\ -2.002 & -221.688 & -79.864 & 0.23769 & 0.05413 & -0.15622 \end{bmatrix} \quad \boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} 1.249 \\ -0.003 \\ 1.157 \\ -0.100 \\ -1.379 \\ -0.017 \\ -1.052 \\ 0.133 \end{bmatrix}$$

kiani
Chapter 3)

(۴) مرحله‌ی چهار: با حل سیستم معادلات مشاهدات مقادیر تصحیحات برابر خواهد بود با:



$$\Delta = (\mathbf{B}^T \mathbf{B})^{-1} (\mathbf{B}^T \boldsymbol{\varepsilon}) = [-0.00714 \quad 0.02119 \quad -0.00059 \quad 18.017 \quad 6.049 \quad -1.127]^T$$

مثال

(۵) مرحله‌ی پنج: تعیین مقادیر جدید برای مجہولات:

$$\omega = 0^\circ - 0.00714 \left(\frac{180^\circ}{\pi} \right) = -0.4093^\circ \quad X_0 = 1009.923 + 18.017 = 1027.940$$

$$\phi = 0^\circ + 0.02119 \left(\frac{180^\circ}{\pi} \right) = 1.2144^\circ \quad Y_0 = 1038.056 + 6.049 = 1044.105$$

$$K = 102.83^\circ - 0.00059 \left(\frac{180^\circ}{\pi} \right) = 102.7959^\circ \quad Z_0 = 649.614 - 1.127 = 648.487$$

kiani
Chapter 3)

(۶) مرحله‌ی شش: تکرار مرحله‌ی دو به ازای مقادیر جدید:

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} -0.22143 & 0.97517 & -0.00227 \\ -0.97495 & -0.22132 & 0.02225 \\ 0.02119 & 0.00714 & 0.99975 \end{bmatrix}$$



مثال

(۷) مرحله هفت: تشکیل مجدد ماتریس‌های B و ϵ ، به ازای مقادیر جدید خواهیم داشت

$\epsilon = [0.032 \ -0.051 \ -0.040 \ 0.041 \ -0.049 \ -0.037 \ 0.051 \ 0.038]$: (تکرار مرحله سه)

$$B = \begin{bmatrix} -208.944 & 1.559 & -83.926 & 0.05185 & -0.24241 & -0.13926 \\ 88.454 & -183.535 & -86.389 & 0.24423 & -0.05576 & 0.13033 \\ -225.520 & 10.925 & 92.541 & 0.05661 & -0.23338 & 0.15915 \\ 107.916 & -190.210 & 100.876 & 0.23138 & 0.05219 & -0.15085 \\ -199.865 & -103.710 & -89.124 & 0.05808 & -0.23982 & -0.15932 \\ -8.397 & -212.459 & 98.273 & 0.24395 & 0.05572 & 0.13848 \\ -175.370 & -92.117 & 98.085 & 0.05072 & -0.23586 & -0.12353 \\ -3.132 & -221.659 & -78.761 & 0.23164 & 0.05223 & -0.15988 \end{bmatrix}$$

(Chapter 3)

kiani

[33]



مثال

(۸) مرحله هشت: حل سیستم معادلات مشاهدات (تکرار مرحله چهار)

$$\Delta = [-0.00003^{rad} \ -0.00007^{rad} \ 0.00008^{rad} \ -0.083^{mm} \ 0.009^{mm} \ -0.289^{mm}]^T$$

(۹) مرحله نه: تعیین مقادیر بهنگام شده برای مجھولات (تکرار مرحله پنج)

$$\omega = -0.4093^\circ - 0.0003 \left(\frac{180^\circ}{\pi} \right) = -0.4109^\circ \quad X_0 = 1027 \cdot 940 - 0.083 = 1027 \cdot 857$$

(Chapter 3)

$$\phi = 1.2144^\circ - 0.00007 \left(\frac{180^\circ}{\pi} \right) = 1.2101^\circ \quad Z_0 = 648 \cdot 487 - 0.289 = 648 \cdot 197$$

kiani

$$K = 102 \cdot 7959^\circ + 0.00008 \left(\frac{180^\circ}{\pi} \right) = 102 \cdot 8003^\circ \quad Y_0 = 1044 \cdot 105 + 0.009 = 1044 \cdot 114$$

kiani

با توجه به اینکه مقادیر تصحیحات بدست آمده در مرحله هشت ناچیز می‌باشد،

[34]

لذا تکرار کافی است.



تمرین

یک عکس هوایی با دوربینی با فاصله کانونی 151.876_{mm} اخذ شده است در صورتی که مطابق جدول زیر از پنج نقطه کنترل زمینی استفاده باشد، مطلوبست محاسبه المان‌های توجیه خارجی عکس مربوطه.

نقطه	X _{mm}	y _{mm}	X _m	Y _m	Z _m
A	-53.845	65.230	6934.954	23961.105	160.136
B	104.500	65.324	7860.202	23941.563	152.653
C	4.701	-12.153	7261.078	23491.497	142.208
D	-62.372	-79.559	6836.650	23087.475	137.719
E	93.825	-62.060	7791.556	23166.680	138.827

راهنمایی: برای ارتفاع متوسط منطقه می‌توانید از میانگین ارتفاع زمینی نقاط داده شده استفاده

kiani
(Chapter 3)

[35]

نمایید.



تمرین

ترفیع فضایی را برای دوربینی به فاصله کانونی 152.401 و جدول مختصات نقاط کنترل

زیر حل نمایید.

نقطه	X _{mm}	y _{mm}	X _m	Y _m	Z _m
A	6.720	5.309	3261.671	4172.201	28.628
B	-75.094	58.105	3176.840	4220.876	26.471
C	99.467	77.810	3349.207	4248.519	25.899
D	-44.627	-67.133	3215.300	4096.584	30.008
E	51.001	-76.411	3309.646	4093.980	27.235

kiani
(Chapter 3)

[36]



تمرین

هدف از انجام ترفيع فضایی عکس هوایی چیست؟

الف) تعیین المان‌های توجیه داخلی و خارجی عکس

ب) تعیین مختصات سه‌بعدی نقاط

ج) تعیین موقعیت و وضعیت مرکز تصویر در لحظه عکس‌برداری

د) کنترل صحت مشاهدات GPS/INS

(Chapter 3)

kiani

[37]



تمرین

در عملیات ترفيع یک دوربین متریک با فرض معلوم بودن موقعیت مرکز تصویر نسبت به سیستم مختصات زمینی، حداقل اطلاعات کنترلی لازم از نقطه نظر تئوریک کدام است؟ برای هر حالت شرح دهید.

الف) دو نقطه کنترل کامل

ب) دو نقطه کنترل مسطحه‌ای

ج) یک نقطه کنترل کامل و یک نقطه کنترل مسطحه‌ای

د) یک نقطه کنترل کامل و یک نقطه کنترل ارتفاعی

(Chapter 3)

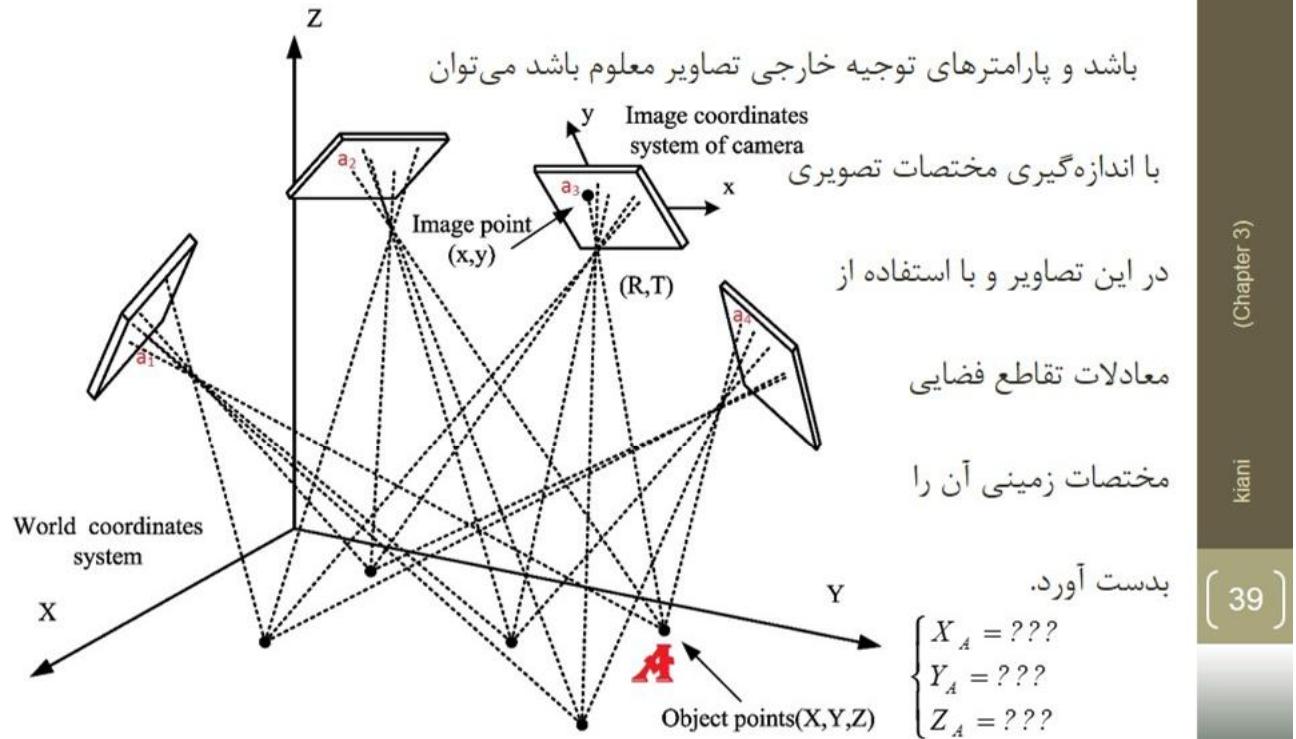
kiani

[38]



تقاطع فضایی (Space Intersection)

منظور از تقاطع فضایی این است که اگریک نقطه در چند تصویر (حداقل دو تصویر) ظاهر شده باشد و پارامترهای توجیه خارجی تصاویر معلوم باشد می‌توان



(Chapter 3)

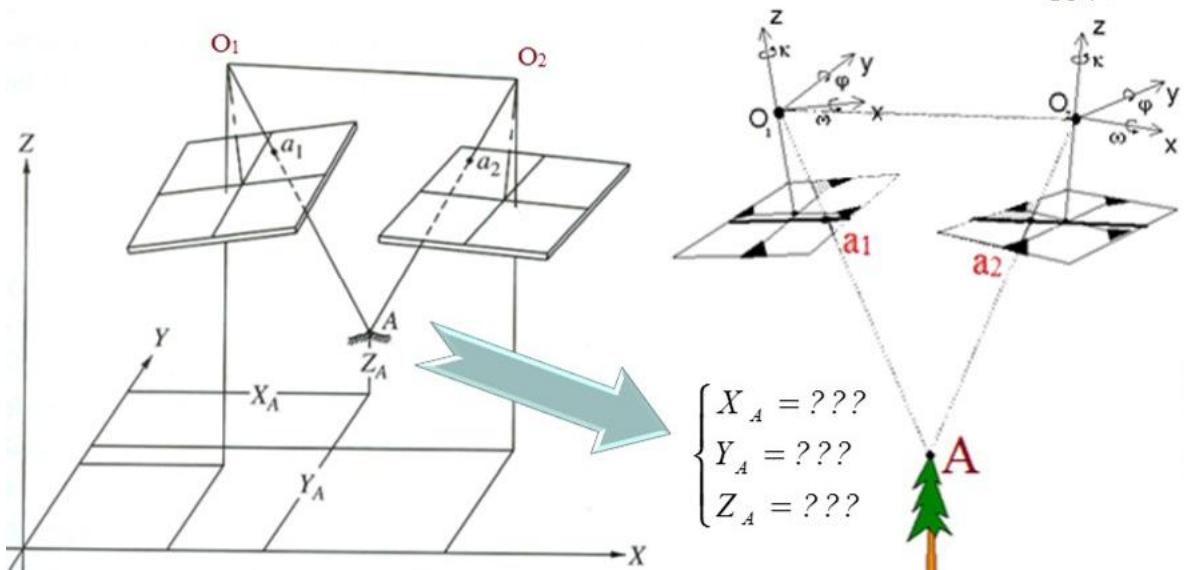
kiani

تقاطع فضایی

پس در این روش هدف تعیین مختصات سه بعدی نقاط در فضای سه بعدی شئی است، برای هر

نقطه‌ی دلخواه ای مانند نقطه‌ی A (عارضه‌ی ای بر روی زمین) که مختصات X, Y و Z آن

مجهول است.



(Chapter 3)

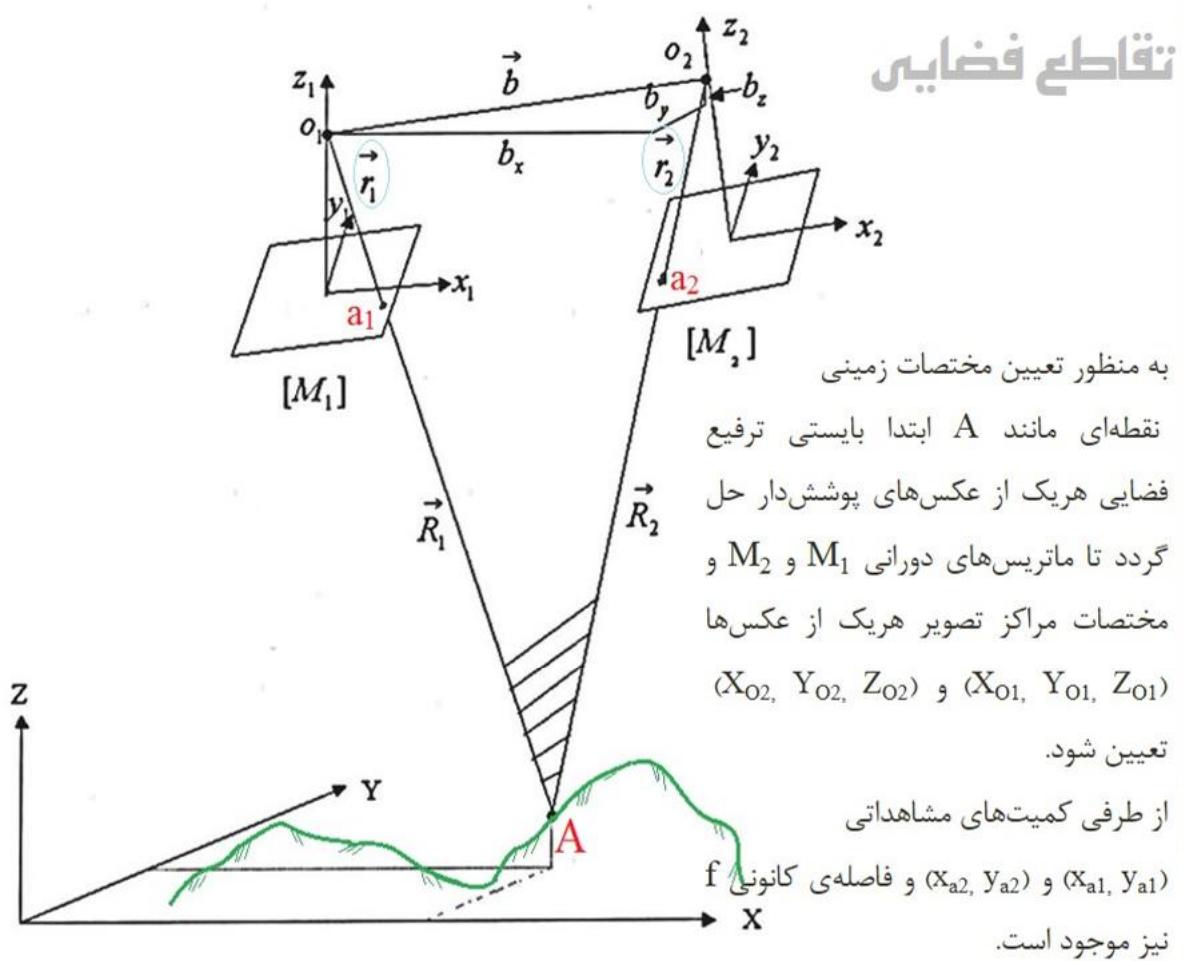
kiani

تقاطع فضایی

(Chapter 3)

kiani

[41]

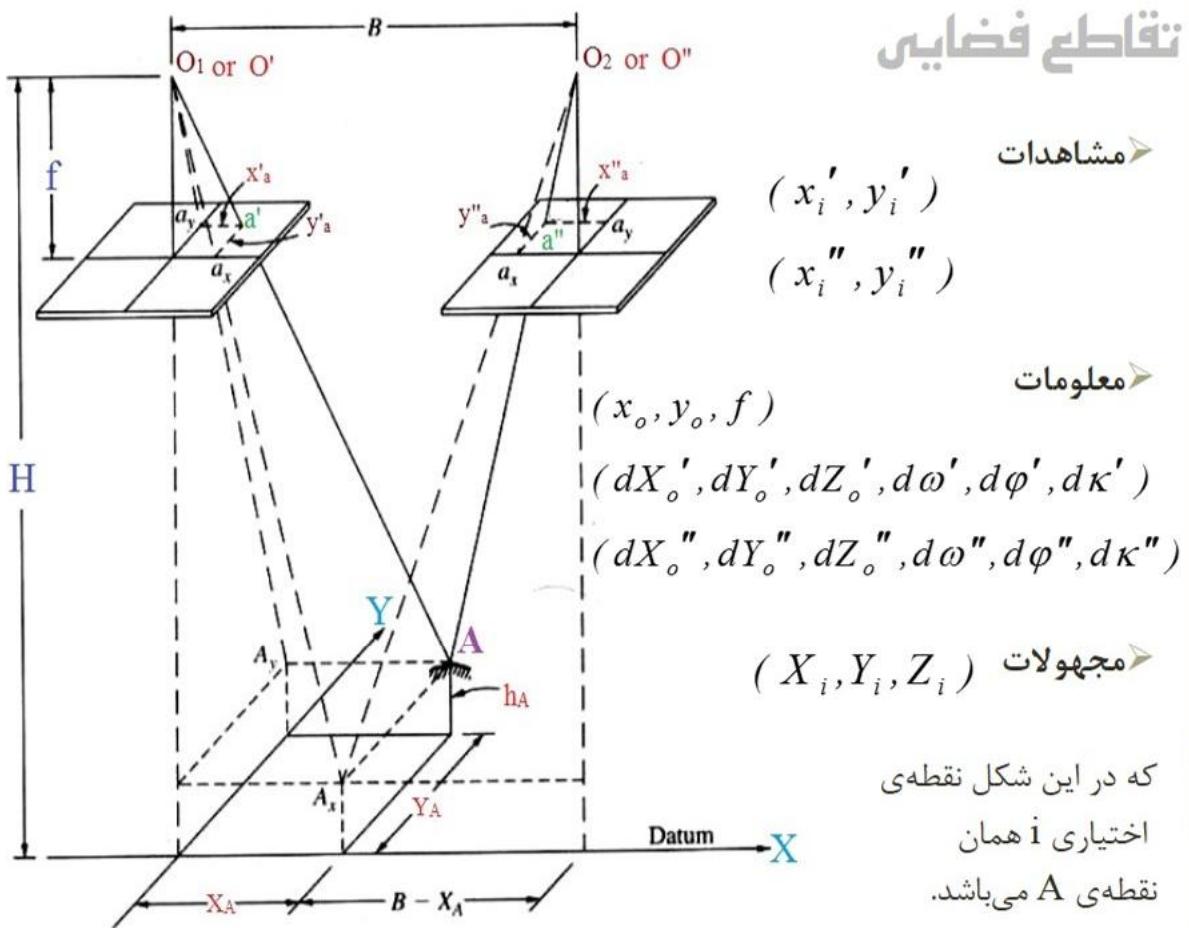


تقاطع فضایی

(Chapter 3)

kiani

[42]



تقاطع فضایی

پیش فرض تقاطع حل ترفیع فضایی است، یعنی بردارهای R_1 و R_2 به سمت زمین رفته اند و از طریق این دو می‌توانیم مختصات محاسباتی هر نقطه‌ی مثل i را محاسبه نماییم. و در نهایت باستی این مقادیر محاسباتی با تقریب خوبی با مقادیر واقعی (مقادیر معلوم نقاط کنترل) تطابق داشته باشد.

$$\begin{cases} X_i^m \approx X_i^{GCP} \\ Y_i^m \approx Y_i^{GCP} \\ Z_i^m \approx Z_i^{GCP} \end{cases}$$

با توجه به مطالب فوق اگر نتایج مشکل داشت اشکال از ترفیع است و در تقاطع چیزی عوض نمی‌شود؛ به عبارتی در مرحله ترفیع باید تغییراتی بدھیم و تقاطع صرفا برای کنترل است.

بردار تصحیحات را می‌توان از اختلاف مقادیر محاسباتی هر نقطه و مقادیر معلوم مربوط به نقاط کنترل آن، بدست آورد:

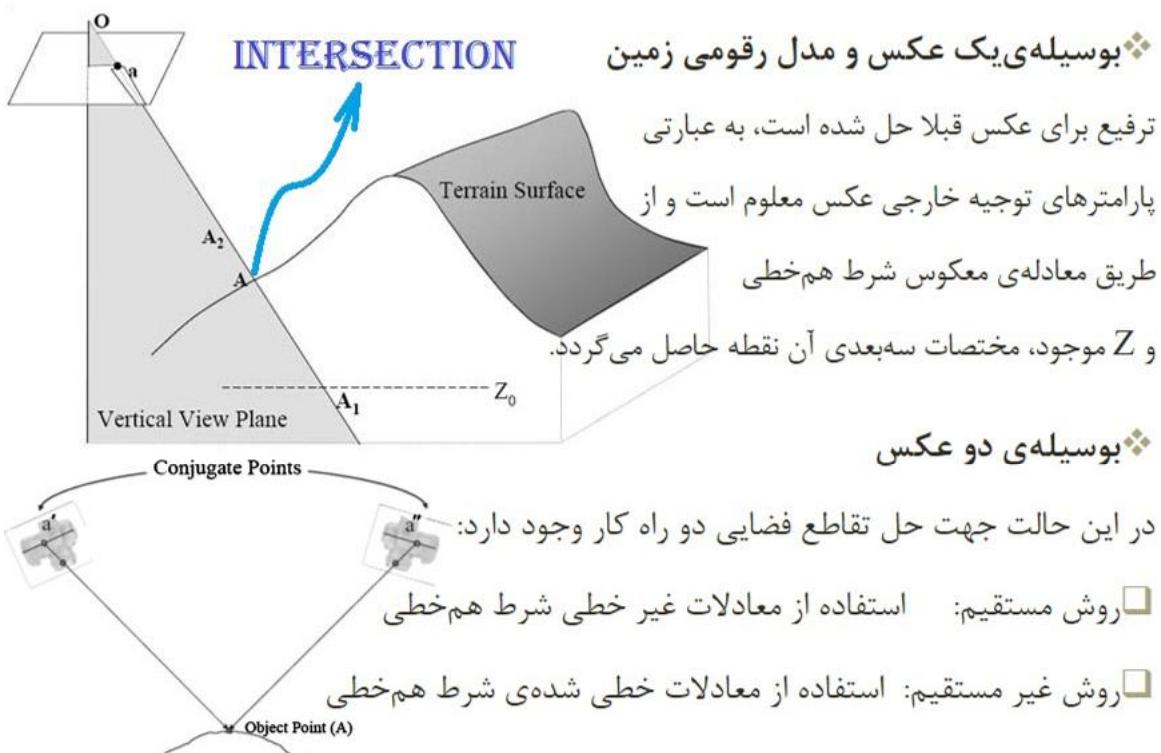
$$(V_{x_i} = X_i^m - X_i^{GCP} \quad V_{y_i} = Y_i^m - Y_i^{GCP} \quad V_{z_i} = Z_i^m - Z_i^{GCP})$$

kiani (Chapter 3)

[43]

تقاطع فضایی

برای محاسبه مختصات زمینی هر نقطه‌ی اختیاری می‌توان به روش‌های زیر عمل نمود:



kiani (Chapter 3)

[44]

تقاطع فضایی به روش مستقیم

معادلات شرط هم خطی شامل چند گروه پارامترهای المان‌های دورانی^۱، مختصات شیئی مرکز تصویر^۲، مختصات نقطه‌ی زمینی دلخواه^۳ (مثل i) و مختصات عکسی آن نقطه^۴ (x_i و y_i از روی تصویر قابل مشاهده هستند) می‌باشد. در صورتی که دو گروه اول از پارامترها (المان‌های توجیه خارجی) معلوم باشد، مختصات هر نقطه‌ی زمینی (X_i, Y_i, Z_i) به شکل زیر قابل محاسبه است:

(Chapter 3)

kiani

[45]

$$x_i - x_{p.p.} = -f \frac{r}{q} = -f \left[\frac{m_{11}(X_i - X_o) + m_{12}(Y_i - Y_o) + m_{13}(Z_i - Z_o)}{m_{31}(X_i - X_o) + m_{32}(Y_i - Y_o) + m_{33}(Z_i - Z_o)} \right]$$

$$y_i - y_{p.p.} = -f \frac{r}{q} = -f \left[\frac{m_{21}(X_i - X_o) + m_{22}(Y_i - Y_o) + m_{23}(Z_i - Z_o)}{m_{31}(X_i - X_o) + m_{32}(Y_i - Y_o) + m_{33}(Z_i - Z_o)} \right]$$



$$(x_i - x_{p.p.})(m_{31}(X_i - X_o) + m_{32}(Y_i - Y_o) + m_{33}(Z_i - Z_o))$$

$$= -f(m_{11}(X_i - X_o) + m_{12}(Y_i - Y_o) + m_{13}(Z_i - Z_o))$$

$$(y_i - y_{p.p.})(m_{31}(X_i - X_o) + m_{32}(Y_i - Y_o) + m_{33}(Z_i - Z_o))$$

$$= -f(m_{21}(X_i - X_o) + m_{22}(Y_i - Y_o) + m_{23}(Z_i - Z_o))$$

تقاطع فضایی به روش مستقیم

$$(x'_i - x'_{p.p.}) \cdot \{(X_i - X'_0)m'_{31} + (Y_i - Y'_0)m'_{32} + (Z_i - Z'_0)m'_{33}\}$$

$$= -f \cdot \{(X_i - X'_0)m'_{11} + (Y_i - Y'_0)m'_{12} + (Z_i - Z'_0)m'_{13}\}$$

$$(y'_i - y'_{p.p.}) \cdot \{(X_i - X'_0)m'_{31} + (Y_i - Y'_0)m'_{32} + (Z_i - Z'_0)m'_{33}\}$$

$$= -f \cdot \{(X_i - X'_0)m'_{21} + (Y_i - Y'_0)m'_{22} + (Z_i - Z'_0)m'_{23}\} \quad \begin{matrix} \text{Left} & , & \text{Right} \\ (x'_{p'}, y'_{p'}) & , & (x''_{p'}, y''_{p'}) \end{matrix}$$

$$(z''_i - z''_{p.p.}) \cdot \{(X_i - X''_0)m''_{31} + (Y_i - Y''_0)m''_{32} + (Z_i - Z''_0)m''_{33}\}$$

$$= -f \cdot \{(X_i - X''_0)m''_{11} + (Y_i - Y''_0)m''_{12} + (Z_i - Z''_0)m''_{13}\}$$

$$(y''_i - y''_{p.p.}) \cdot \{(X_i - X''_0)m''_{31} + (Y_i - Y''_0)m''_{32} + (Z_i - Z''_0)m''_{33}\}$$

$$= -f \cdot \{(X_i - X''_0)m''_{21} + (Y_i - Y''_0)m''_{22} + (Z_i - Z''_0)m''_{23}\}$$

با فرض اینکه جایه جایی مرکز تصویر همه‌ی نقاط در توجیه داخلی اعمال شده است در

$$(x_i - x_{p.p.}) \rightarrow x_i \quad (y_i - y_{p.p.}) \rightarrow y_i \quad \text{ادامه خواهیم داشت:}$$

(Chapter 3)

kiani

[46]

نقاط فضایی به روش مستقیم

از آنجایی که مختصات (X_i, Y_i, Z_i) مجهول است، لذا می‌توان معادله‌ی فوق را بر حسب مجهولات چنین مرتب کرد:

$$X_i(m_{31}'x_{1i} + m_{11}'f) + Y_i(m_{32}'x_{1i} + m_{12}'f) + Z_i(m_{33}'x_{1i} + m_{13}'f) \\ = x_{1i}(m_{31}'X_0' + m_{32}'Y_0' + m_{33}'Z_0') + f(m_{11}'X_0' + m_{12}'Y_0' + m_{13}'Z_0')$$

$$X_i(m_{31}'y_{1i} + m_{21}'f) + Y_i(m_{32}'y_{1i} + m_{22}'f) + Z_i(m_{33}'y_{1i} + m_{23}'f) \\ = y_{1i}(m_{31}'X_0' + m_{32}'Y_0' + m_{33}'Z_0') + f(m_{21}'X_0' + m_{22}'Y_0' + m_{23}'Z_0')$$

$$X_i(m_{31}''x_{2i} + m_{11}''f) + Y_i(m_{32}''x_{2i} + m_{12}''f) + Z_i(m_{33}''x_{2i} + m_{13}''f) \\ = x_{2i}(m_{31}''X_0'' + m_{32}''Y_0'' + m_{33}''Z_0'') + f(m_{11}''X_0'' + m_{12}''Y_0'' + m_{13}''Z_0'')$$

$$X_i(m_{31}''y_{2i} + m_{21}''f) + Y_i(m_{32}''y_{2i} + m_{22}''f) + Z_i(m_{33}''y_{2i} + m_{23}''f) \\ = y_{2i}(m_{31}''X_0'' + m_{32}''Y_0'' + m_{33}''Z_0'') + f(m_{21}''X_0'' + m_{22}''Y_0'' + m_{23}''Z_0'')$$

(Chapter 3)

kiani

[47]

نقاط فضایی به روش مستقیم

با استفاده از معادله‌ی قبل ماتریس زیر را می‌توان تشکیل داد:

$$\begin{bmatrix} *' & *' & *' & 0 & 0 & 0 \\ *' & *' & *' & 0 & 0 & 0 \\ **' & **' & **' & 0 & 0 & 0 \\ **' & **' & **' & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & *' & *' & *' \\ 0 & 0 & 0 & *' & *' & *' \\ 0 & 0 & 0 & **' & **' & **' \\ 0 & 0 & 0 & **' & **' & **' \\ \vdots & & & \vdots & & \vdots \\ \vdots & & & \vdots & & \vdots \\ \vdots & & & \vdots & & \vdots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ Z_1 \\ X_2 \\ Y_2 \\ Z_2 \\ . \\ . \\ . \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{11}(m_{31}'X_0' + m_{32}'Y_0' + m_{33}'Z_0') + f(m_{11}'X_0' + m_{12}'Y_0' + m_{13}'Z_0') \\ y_{11}(m_{31}'X_0' + m_{32}'Y_0' + m_{33}'Z_0') + f(m_{21}'X_0' + m_{22}'Y_0' + m_{23}'Z_0') \\ x_{21}(m_{31}''X_0'' + m_{32}''Y_0'' + m_{33}''Z_0'') + f(m_{11}''X_0'' + m_{12}''Y_0'' + m_{13}''Z_0'') \\ y_{21}(m_{31}''X_0'' + m_{32}''Y_0'' + m_{33}''Z_0'') + f(m_{21}''X_0'' + m_{22}''Y_0'' + m_{23}''Z_0'') \\ x_{12}(m_{31}'X_0' + m_{32}'Y_0' + m_{33}'Z_0') + f(m_{11}'X_0' + m_{12}'Y_0' + m_{13}'Z_0') \\ y_{12}(m_{31}'X_0' + m_{32}'Y_0' + m_{33}'Z_0') + f(m_{21}'X_0' + m_{22}'Y_0' + m_{23}'Z_0') \\ x_{22}(m_{31}''X_0'' + m_{32}''Y_0'' + m_{33}''Z_0'') + f(m_{11}''X_0'' + m_{12}''Y_0'' + m_{13}''Z_0'') \\ y_{22}(m_{31}''X_0'' + m_{32}''Y_0'' + m_{33}''Z_0'') + f(m_{21}''X_0'' + m_{22}''Y_0'' + m_{23}''Z_0'') \\ . \\ . \\ . \end{bmatrix}$$

(Chapter 3)

kiani

[48]

که در نهایت مختصات زمینی نقاط مجهول از حل معادله‌ی زیر بدست خواهد آمد:

$$X = (A^T A)^{-1} A^T L$$

تقاطع فضایی به روش مستقیم

که ماتریس ضرایب در اسلاید قبلی مطابق زیر است:

$$\left[\begin{array}{cccccc} m_{31}'x_{11} + m_{11}'f & m_{32}'x_{11} + m_{12}'f & m_{33}'x_{11} + m_{13}'f & 0 & 0 & 0 \\ m_{31}'y_{11} + m_{21}'f & m_{32}'y_{11} + m_{22}'f & m_{33}'y_{11} + m_{23}'f & 0 & 0 & 0 \\ m_{31}''x_{21} + m_{41}''f & m_{32}''x_{21} + m_{42}''f & m_{33}''x_{21} + m_{43}''f & 0 & 0 & 0 \\ m_{31}''y_{21} + m_{21}''f & m_{32}''y_{21} + m_{22}''f & m_{33}''y_{21} + m_{23}''f & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_{31}'x_{12} + m_{11}'f & m_{32}'x_{12} + m_{12}'f & m_{33}'x_{12} + m_{13}'f \\ 0 & 0 & 0 & m_{31}'y_{12} + m_{21}'f & m_{32}'y_{12} + m_{22}'f & m_{33}'y_{12} + m_{23}'f \\ 0 & 0 & 0 & m_{31}''x_{22} + m_{41}''f & m_{32}''x_{22} + m_{42}''f & m_{33}''x_{22} + m_{43}''f \\ 0 & 0 & 0 & m_{31}''y_{22} + m_{21}''f & m_{32}''y_{22} + m_{22}''f & m_{33}''y_{22} + m_{23}''f \\ \vdots & & & \vdots & & \vdots \\ \vdots & & & \vdots & & \vdots \\ \vdots & & & \vdots & & \vdots \end{array} \right] \quad 4n \times 3n$$

(Chapter 3)
kiani

[49]

تقاطع فضایی به روش مستقیم

تقاطع با استفاده از معادلات غیر خطی شرط هم خطی:

در تقاطع به ازای هر نقطه در هر عکس دو معادله داریم، در صورتی که مجھولات تنها مختصات زمینی نقطه است.

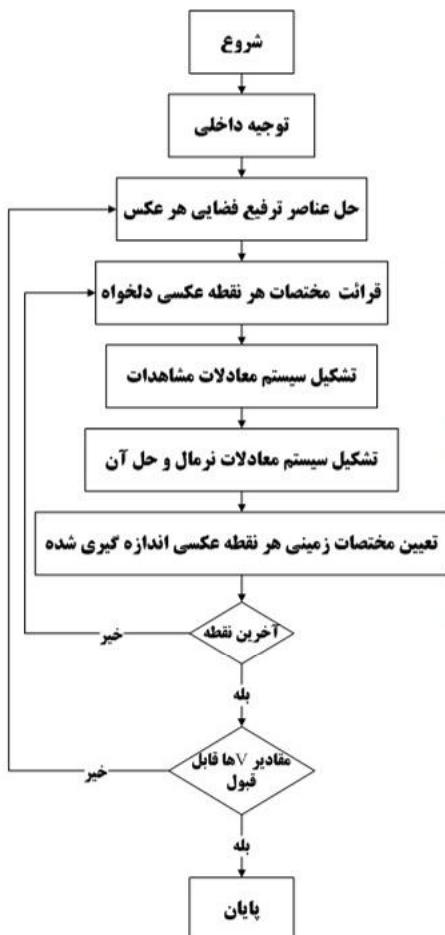
لذا تقاطع یک زوج تصویر، حتی به ازای یک نقطه هم قابل حل است چون ۴ معادله به ازای هر نقطه داریم در حالی که تنها ۳ مجھول مختصات زمینی داریم. ولی ما در تقاطع همهی نقاط GCP را استفاده می کنیم تا همهی پایهها کنترل شود و اگر V_x

V_y و V_z ها در حد مجاز باشند، ۶ مجھول ترفیع سمت چپ، ۶ مجھول ترفیع سمت راست و مختصات‌های زمینی بدست آمده از تقاطع را با هم ذخیره می کنیم.

توجه: در نهایت باید جواب‌ها همگرا شوند یعنی اختلاف مختصات زمینی محاسباتی و مشاهداتی به صفر میل کنند.

(Chapter 3)
kiani

[50]



تقاطع فضایی غیر مستقیم

استفاده از فرم خطی شدهٔ معادلات شرط همخطی به عنوان روشی دیگر برای تعیین مختصات شیئی نقطه‌ی A می‌تواند به کار بردشود. در این حالت، در معادلات خطی شدهٔ شرط همخطی تنها عنصر dX , dY و dZ به عنوان مجهولات باقی می‌ماند و شش عنصر معلوم دیگر که مربوط به المان‌های توجیه خارجی است حذف می‌گردد.

$$V_x = b_{11}d\omega + b_{12}d\varphi + b_{13}dk + -b_{14}dX_0 - b_{15}dY_0 - b_{16}dZ_0 \\ + b_{14}dX_A + b_{15}dY_A + b_{16}dZ_A + J$$

$$V_y = b_{21}d\omega + b_{22}d\varphi + b_{23}dk - b_{24}dX_0 - b_{25}dY_0 - b_{26}dZ_0 \\ + b_{24}dX_A + b_{25}dY_A + b_{26}dZ_A + K$$

(Chapter 3)

kiani

[51]

شش عنصر بدست آمده از ترفیع معلوم است، بنابراین در معادلات بالا دیفرانسیل آنها صفر است.

تقاطع فضایی غیر مستقیم

در این حالت نیز معلومات، مشاهدات و مجهولات مشابه روش مستقیم می‌باشد.

$$V_x = b_{14}dX_A + b_{15}dY_A + b_{16}dZ_A + J$$

$$V_y = b_{24}dX_A + b_{25}dY_A + b_{26}dZ_A + K$$

اساس معادلات تقاطع فضایی

با استفاده از معادلات

شرط همخطی

(Chapter 3)

kiani

[52]

این معادلات را برای هر نقطه مانند a_1 از عکس چپ و a_2 از عکس راست می‌توان نوشت، لذا برای هر نقطه‌ی شیئی چهار معادله برای یک زوج تصویر می‌توان نوشت.

در نهایت این تصحیحات (dX , dY , dZ) از حل به روش کمترین مربعات محاسبه و سپس به مقادیر اولیه‌ی مجهولات اضافه می‌شود، و در ادامه جواب‌ها دوباره تکرار می‌گردد. این روند ادامه می‌یابد تا اینکه تصحیحات دارای مقادیر ناچیز شوند.

تقاطع فضایی غیر مستقیم

با استفاده از معادله‌ی قبل ماتریس زیر تشکیل خواهد شد:

$$\begin{bmatrix}
 V'_{x_1} \\
 V'_{y_1} \\
 V''_{x_1} \\
 V''_{y_1} \\
 V'_{x_2} \\
 V'_{y_2} \\
 V''_{x_2} \\
 V''_{y_2} \\
 \vdots \\
 \vdots \\
 \vdots
 \end{bmatrix}_{4n \times 1} =
 \begin{bmatrix}
 (b_{14}')_1 & (b_{15}')_1 & (b_{16}')_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 (b_{24}')_1 & (b_{25}')_1 & (b_{26}')_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 (b_{14}'')_1 & (b_{15}'')_1 & (b_{16}'')_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 (b_{24}'')_1 & (b_{25}'')_1 & (b_{26}'')_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & (b_{14})_2 & (b_{15})_2 & (b_{16})_2 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & (b_{24})_2 & (b_{25})_2 & (b_{26})_2 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & (b_{14}'')_2 & (b_{15}'')_2 & (b_{16}'')_2 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & (b_{24}'')_2 & (b_{25}'')_2 & (b_{26}'')_2 & 0 & 0 & 0 \\
 \vdots & \vdots \\
 \vdots & \vdots
 \end{bmatrix}_{4n \times 3n} +
 \begin{bmatrix}
 J'_1 \\
 K'_1 \\
 J''_1 \\
 K''_1 \\
 dX_1 \\
 dY_1 \\
 dZ_1 \\
 dX_2 \\
 dY_2 \\
 dZ_2 \\
 \vdots \\
 \vdots \\
 \vdots
 \end{bmatrix}_{3n \times 1} +
 \begin{bmatrix}
 J'_2 \\
 K'_2 \\
 J''_2 \\
 K''_2 \\
 \vdots \\
 \vdots \\
 \vdots
 \end{bmatrix}_{4n \times 1}$$

(Chapter 3) kiani [53]

تقاطع فضایی غیر مستقیم

مجهولات تقاطع برای هر نقطه مختصات زمینی آن نقطه می‌باشد، بر این اساس برای ۶ نقطه با

۶ درجه آزادی قابل حل خواهد بود.

$$\text{معادلات} = 6 \times (2 \times 2) = 24$$

$$\text{جهولات} = 6 \times (3) = 18$$

$$df = n - u = 24 - 18 = 6$$

همچنین ماتریس نرمال این مثال یک ماتریس مربعی

با ابعادهای ۱۸ × ۱۸ خواهد بود:

$$N_{18 \times 18} = A^T_{u \times n} \cdot A_{n \times u}$$

مقادیر تصحیحات
نقطه‌ی اول

مقادیر تصحیحات
نقطه‌ی دوم از
عکس دوم

$$\begin{bmatrix}
 V'_{x_1} \\
 V'_{y_1} \\
 V''_{x_1} \\
 V''_{y_1} \\
 V'_{x_2} \\
 V'_{y_2} \\
 V''_{x_2} \\
 V''_{y_2} \\
 \vdots \\
 \vdots \\
 \vdots
 \end{bmatrix}_{4n \times 1} =
 \begin{bmatrix}
 (b_{14}')_1 & (b_{15}')_1 & (b_{16}')_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 (b_{24}')_1 & (b_{25}')_1 & (b_{26}')_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 (b_{14}'')_1 & (b_{15}'')_1 & (b_{16}'')_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 (b_{24}'')_1 & (b_{25}'')_1 & (b_{26}'')_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & (b_{14})_2 & (b_{15})_2 & (b_{16})_2 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & (b_{24})_2 & (b_{25})_2 & (b_{26})_2 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & (b_{14}'')_2 & (b_{15}'')_2 & (b_{16}'')_2 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & (b_{24}'')_2 & (b_{25}'')_2 & (b_{26}'')_2 & 0 & 0 & 0 \\
 \vdots & \vdots \\
 \vdots & \vdots
 \end{bmatrix}_{4n \times 3n} +
 \begin{bmatrix}
 dX_1 \\
 dY_1 \\
 dZ_1 \\
 dX_2 \\
 dY_2 \\
 dZ_2 \\
 \vdots \\
 \vdots \\
 \vdots
 \end{bmatrix}_{3n \times 1} +
 \begin{bmatrix}
 J'_1 \\
 K'_1 \\
 J''_1 \\
 K''_1 \\
 J'_2 \\
 K'_2 \\
 J''_2 \\
 K''_2 \\
 \vdots \\
 \vdots \\
 \vdots
 \end{bmatrix}_{4n \times 1}$$

(Chapter 3) kiani [54]

تقاطع فضایی غیر مستقیم

تعیین مقادیر اولیه برای مجہولات:

مقادیر اولیه مجہولات می توانند از معادلات پارالاکس به شکل زیر محاسبه شوند:

مختصات تصویری یا مشاهدات عکسی که نسبت به مبدأ عکس یا خواهد می‌شود.

مختصات زمینی نقاط نسبت به مبدأ اختیاری

$$X_A' = x_a \frac{B_{Aerial}}{p_{x_a}}$$

$$Y_A' = y_a \frac{B_{Aerial}}{p_{x_a}}$$

$$Z_A = H - \frac{B_{Aerial} \cdot f}{p_{x_a}}$$

p_x پارالاکس مطلق است

یعنی جابه جایی صرفا در جهت محور X

چون المان های توجیه خارجی هر عکس معلوم است لذا H از متوسط Z_{O1} و Z_{O2} محاسبه می‌شود:

باز هوایی نیز از رابطه‌ی روبرو محاسبه خواهد شد:

kiani (Chapter 3)

[55]

تقاطع فضایی غیر مستقیم

مختصات 'X' و 'Y' که از معادلات قبل بدست می آیند نسبت به سیستم مختصات دلخواه هستند. برای تبدیل این مختصات به سیستم مختصات زمینی X و Y، باید ابتدا رابطه‌ی تبدیلی مشخص شود تا بر اساس آن بتوان مختصات را انتقال داد. از آنجایی که مختصات مراکز تصویر در سیستم مختصات زمینی (X_{O2}, Y_{O2}, Z_{O2}) و (X_{O1}, Y_{O1}, Z_{O1}) در ترفیع بدست آمدند و دریک سیستم مشخص مانند wgs84 برای ما معلوم هستند، بنابراین می‌توان بایک تبدیل دو بعدی

$$\begin{bmatrix} X_{o1}' & -Y_{o1}' & 1 & 0 \\ Y_{o1}' & X_{o1}' & 0 & 1 \\ X_{o2}' & -Y_{o2}' & 1 & 0 \\ Y_{o2}' & X_{o2}' & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{o1} \\ Y_{o1} \\ X_{o2} \\ Y_{o2} \end{bmatrix}$$

کانفورمال بین آن‌ها رابطه برقرار کنیم:

پس از محاسبه‌ی المان‌های تبدیل دو بعدی (a,b,c,d).

می‌توان با اعمال این المان‌ها به هر نقطه به سیستم مختصات زمینی مشخص رسید:

kiani (Chapter 3)

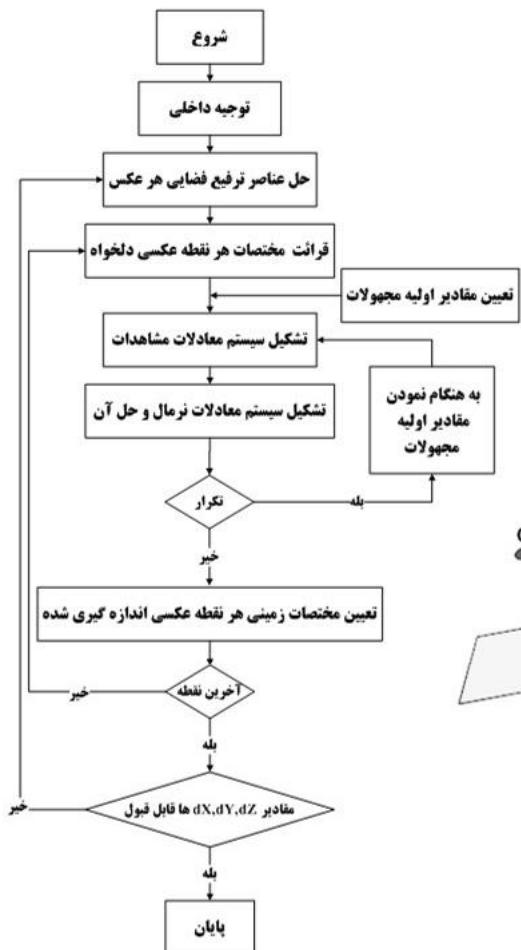
[56]

تقاطع فضایی غیر مستقیم

(Chapter 3)

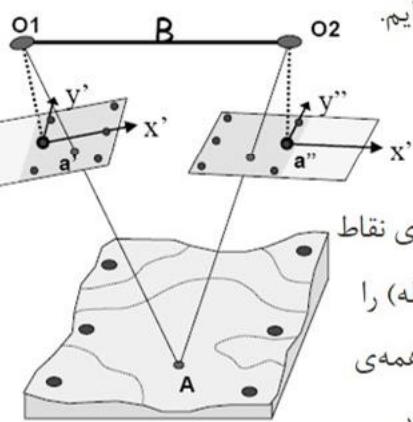
kiani

[57]



- فلوچارت تقاطع فضایی به روش غیر مستقیم:
(استفاده از معادلات خطی شدهی شرط هم خطی)
در تقاطع دریک زوج تصویر، به ازای هر نقطه ۴ معادله و ۳ مجهول مختصات زمینی داریم.

زمانی که d_x, d_y, d_z ها در حد مجاز باشند، ما در آن



نکته: ما در تقاطع همهی نقاط GCP (هر شش نقطه) را استفاده می کنیم تا همهی پایهها کنترل شوند.

تمرین

(Chapter 3)

kiani

[58]



تمرین 1: المان‌های توجیه خارجی دو عکس متوالی به صورت زیر تعیین شده است. مطلوب است محاسبه مختصات زمینی متناظر با نقاط عکسی جدول زیر در صورتی که فاصله کانونی دوربین

$y_{p.p.} = 0.004 \text{ mm}$, $x_{p.p.} = -0.001 \text{ mm}$ و $y_{p.p.} = 152.89 \text{ mm}$

parameter	Photo1	Photo2
ω	1.72443°	-0.9234°
ϕ	2.7621°	1.2342°
k	-3.8213°	2.0013°
$X_{0 \text{ m}}$	323400.453	323960.653
$Y_{0 \text{ m}}$	3234118.836	3234121.836
$Z_{0 \text{ m}}$	1196.762	1194.422

نقطه	$X' \text{ mm}$	$Y' \text{ mm}$	$X'' \text{ mm}$	$Y'' \text{ mm}$
a	68.671	17.768	-30.690	14.60
b	18.120	13.420	-15.14	12.30

تمرین

تمرین ۲: اگر مطابق جدول زیر ترفیع فضایی حل شده باشد مطلوبست محاسبه مختصات زمینی نقاط عکسی ارائه شده در جدول زیر در صورتی فاصله کانونی دوربین 153.44_{mm} و مختصات نقطه اصلی $y_{p.p.} = 0.001_{mm}$ و $x_{p.p.} = -0.01_{mm}$ باشد.

parameter	Photo1	Photo2
ω	-2.12453°	4.2334°
Φ	1.1526°	3.0042°
k	0.8613°	1.0873°
$X_0\text{ m}$	333100.332	333780.312
$Y_0\text{ m}$	3234118.964	3234121.234
$Z_0\text{ m}$	1108.282	1111.242

نقطه	$X'\text{ mm}$	$Y'\text{ mm}$	$X''\text{ mm}$	$Y''\text{ mm}$
a	33.090	-17.34	-63.250	-25.900
b	11.240	10.120	-42.130	12.890

(Chapter 3)
kiani

[59]



تمرین

تمرین ۳: در صورتی که از معادلات شرط هم خطی مستقیما برای تعیین مختصات سه بعدی نقاط تصویری استفاده شود (تقاطع فضایی) کدامیک از توجیهات ابتدا باید انجام شود؟

الف) توجیه خارجی

ب) توجیه داخلی+توجیه خارجی

ج) توجیه داخلی+توجیه نسبی

د) توجیه داخلی+توجیه نسبی+توجیه مطلق

(Chapter 3)
kiani

تمرین ۴: چه تعداد نقطه‌ی کنترل برای حل مساله تقاطع فضایی لازم است در صورتی که ترفیع فضایی برای هر دو عکس قبلا حل شده باشد؟

د) هیچ

ج) پنج

ب) چهار

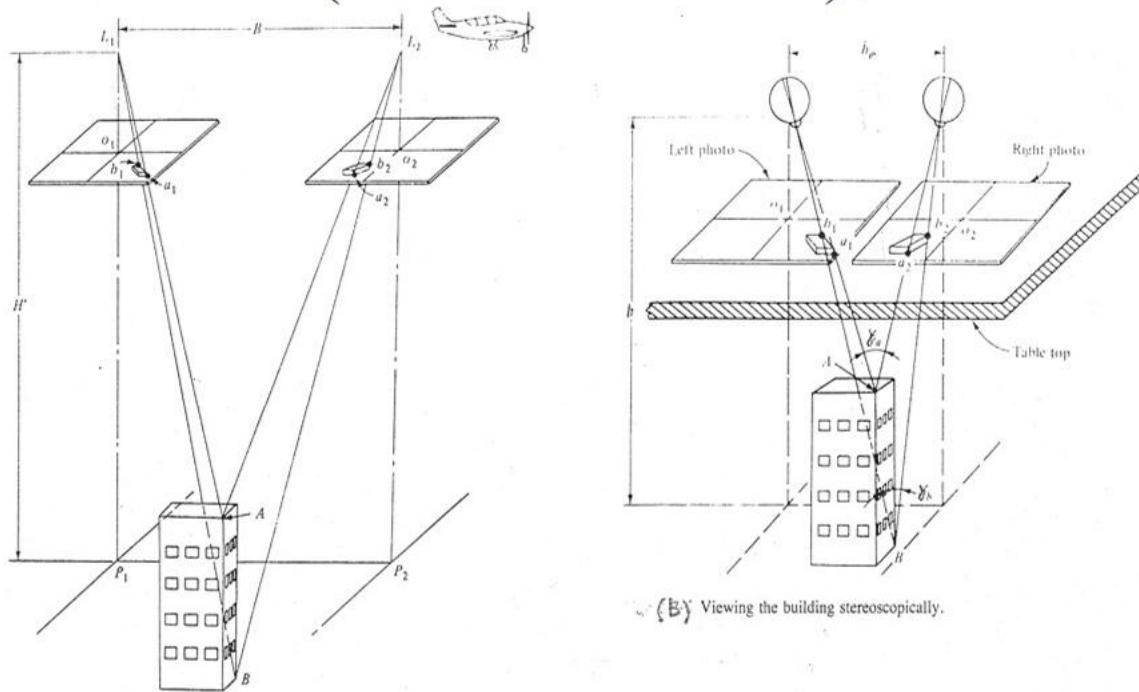
الف) سه



[60]

توجیه نسبی

(Relative Orientation)



(Chapter 3)

kiani

[61]

توجیه نسبی

پس از انجام توجیه داخلی، هر مجموعه داده (هندرسه داخلی دوربین یا سیستم مختصات سه بعدی دوربین) در دو لحظه عکسبرداری به دست آمده است.

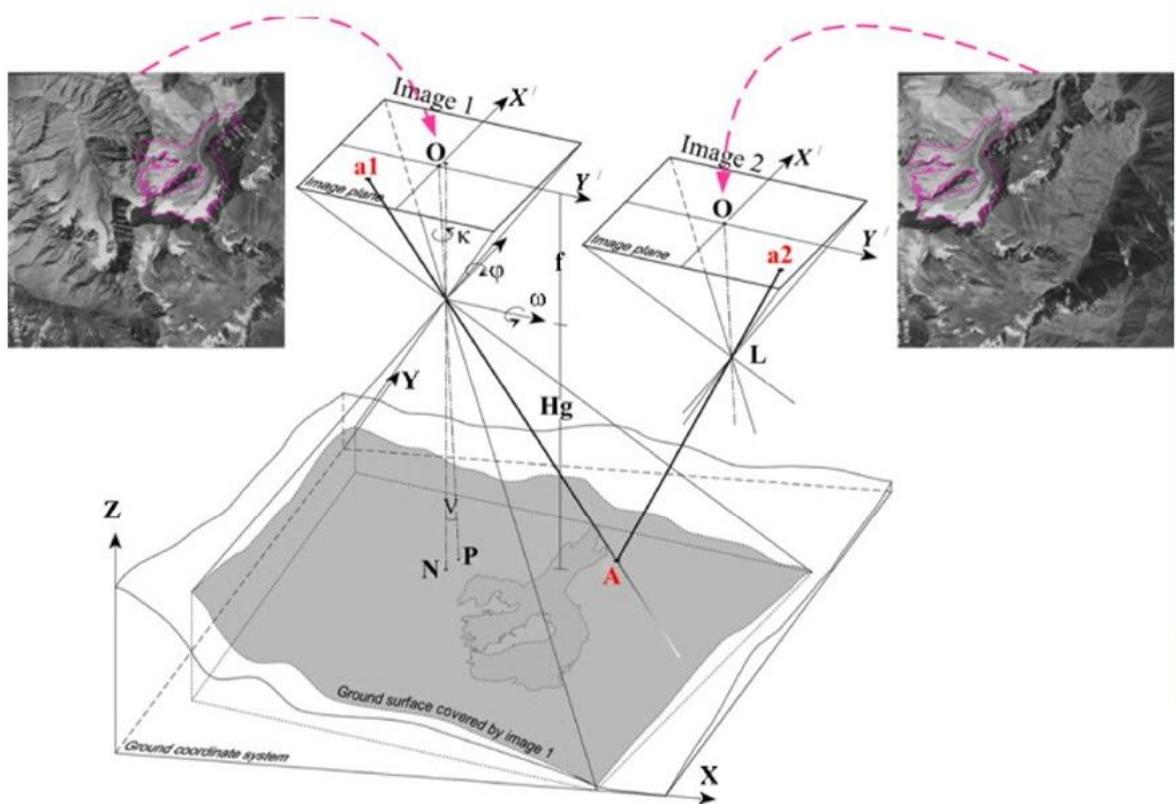
- توجیه نسبی یعنی قراردادن دو هرم نوری (حاصل از توجیه داخلی) به گونه ای که شعاعهای نورانی نظیر همدیگر را قطع نمایند.
- برای ایجاد مدل سه بعدی واقعی زمین لازم است المانهای موقعیتی و وضعیتی به طور صحیح و دقیق در دو لحظه عکسبرداری به دست آید (توجیه خارجی). در نتیجه ۱۲ المان مجهول باید مشخص گردد.
- در مرحله توجیه نسبی ۵ مجهول حل می گردد.

(Chapter 3)

kiani

[62]

توجیه نسبی



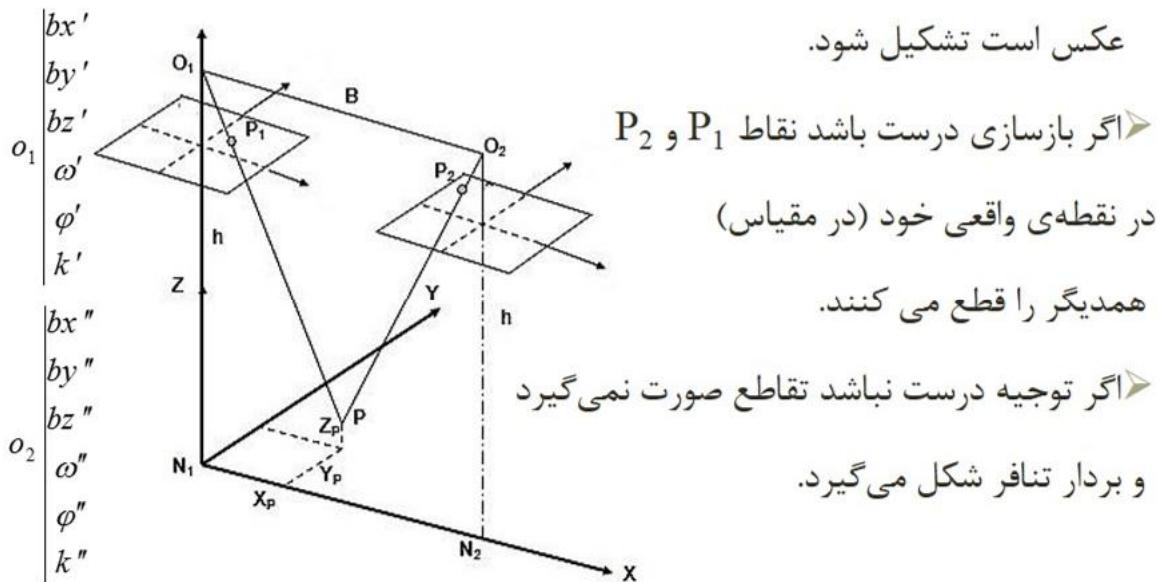
(Chapter 3)

kiani

[63]

توجیه نسبی

توجیه نسبی عبارتست از بازسازی وضع نسبی دو عکس در زمان عکسبرداری. وضعیتی که دو عکس دقیقاً هین عکسبرداری داشته‌اند باید بازسازی شود (از حیث فاصله و دوران) تا تقاطع درست در مورد بازسازی برای یک نقطه که در دو عکس است تشکیل شود.



(Chapter 3)

kiani

[64]

توجیه نسبی

▶ در توجیه نسبی یک مدل سه بعدی دلخواه (از بی نهایت مدل قابل تولید) ایجاد می گردد

(توجیه نسبی منحصر بفرد نیست).

▶ کافی است حداقل پنج جفت نقطه ناظیر یکدیگر را قطع نمایند.

▶ البته لازم به ذکر است که مدل تولیدی در

توجیه نسبی در فضای واقعی زمین ایجاد نشده است.

▶ برای انطباق با زمین، توجیه مطلق نیاز است.

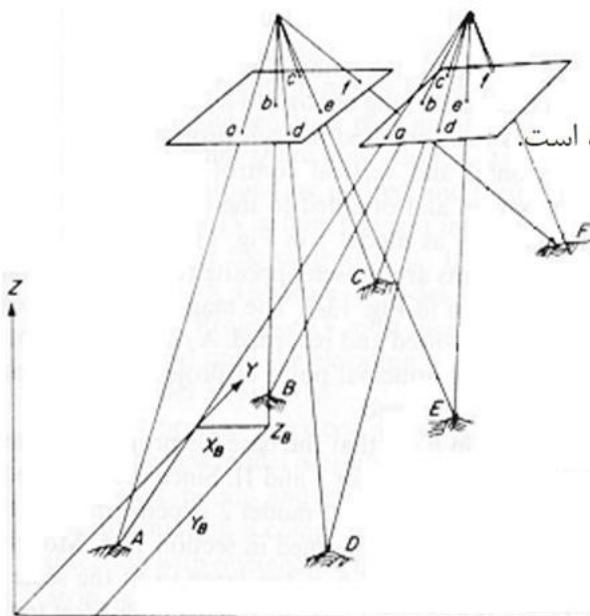
انواع عناصر حرکتی:

(1) عناصر حرکتی پروژکتور سمت چپ

$(b_x', b_y', b_z', \omega', \varphi', K')$

(1) عناصر حرکتی پروژکتور سمت راست

$(b_x'', b_y'', b_z'', \omega'', \varphi'', K'')$



(Chapter 3)

kiani

[65]

انواع توجیه نسبی

دو نوع توجیه نسبی وجود دارد:

✓ توجیه نسبی یکطرفه (Dependent Relative Orientation)

✓ توجیه نسبی دو طرفه (Independent Relative Orientation)

❖ توجیه نسبی یکطرفه یا وابسته (Dependent Rel. Ori.)

در این نوع توجیه نسبی تنها از المانهای یک پروژکتور در دستگاه تبدیل استفاده می گردد

(مخصوص دستگاههای تبدیل نوری (Optical) و یونیورسال (Universal))

❖ توجیه نسبی دو طرفه یا مستقل (Independent Rel. Ori.)

در این نوع توجیه نسبی تنها از المانهای دورانی دو پروژکتور دستگاه تبدیل استفاده

می گردد (در همه دستگاههای تبدیل قابل انجام است)

(Chapter 3)

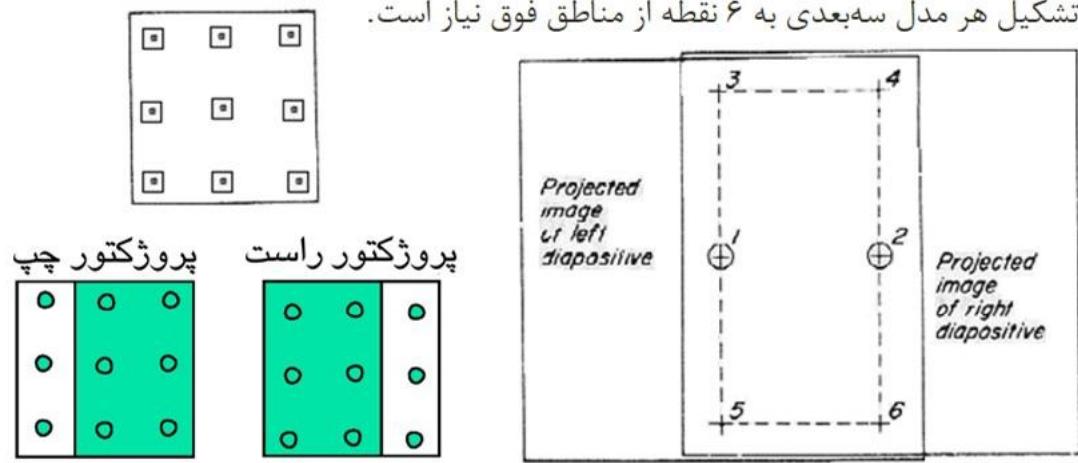
kiani

[66]

اثر المانهای انتقالی (موقعیتی) و دورانی (وضعیتی) بر روی مکان نقاط واقع در عکس

در هر عکس ۹ منطقه مهم وجود دارد که به مناطق استاندارد معروف هستند (در برخی منابع گرابر gruber هم نامیده شده است)

برای تشکیل هر مدل سه بعدی به ۶ نقطه از مناطق فوق نیاز است.



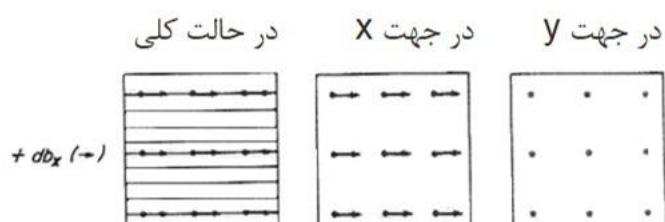
اثر جابجایی نقاط تصویر ناشی از المانهای انتقالی و دورانی به ۹ منطقه استاندارد ارجاع داده می شود. برای سایر نقاط نیز مقادیر قابل تعمیم است.

(Chapter 3)
kiani

[67]
پادآوری

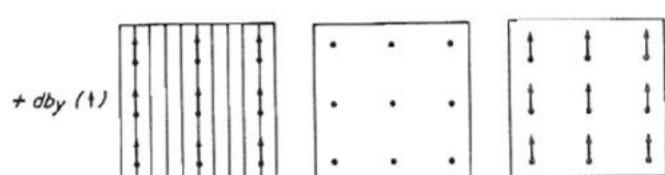
اثر المانهای انتقالی (موقعیتی) بر جابجایی نقاط عکسی

اثر المانها به صورت مثبت در نظر گرفته شده است



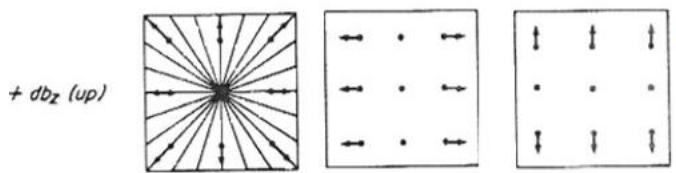
مولفه **bx** اثر مقیاسی دارد و
به صورت خطی برای کل
عکس یا تصویر یکسان

(Chapter 3)
kiani



اثر المان **by** فقط
پارالاکس y ایجاد می کند

kiani



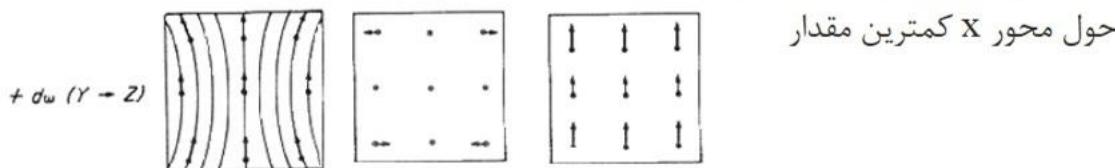
اثر المان **bz** هم مقیاس را تغییر می دهد
و بر روی برخی نقاط پارالاکس y ایجاد
می نماید بر روی برخی نقاط بی تاثیر

[68]
پادآوری

اثر المانهای دورانی (وضعیتی) بر جابجایی نقاط عکسی

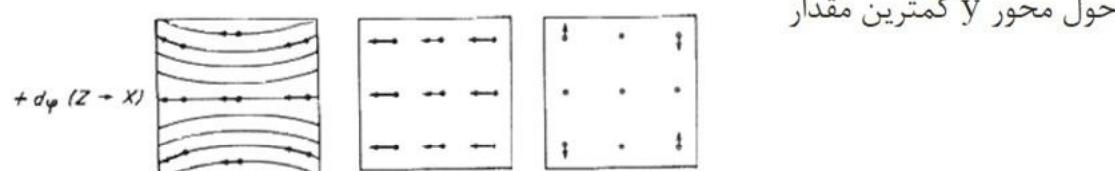
• المانهای دورانی غیر خطی هستند

اثر المان ω بر روی همه نقاط پارالاکس y (با مقادیر مختلف) ایجاد می کند



اثر المان ϕ نیز مقیاسی است اما غیر خطی است (تأثیر منفی با زاویه مثبت)

حول محور X کمترین مقدار



حول محور Y کمترین مقدار

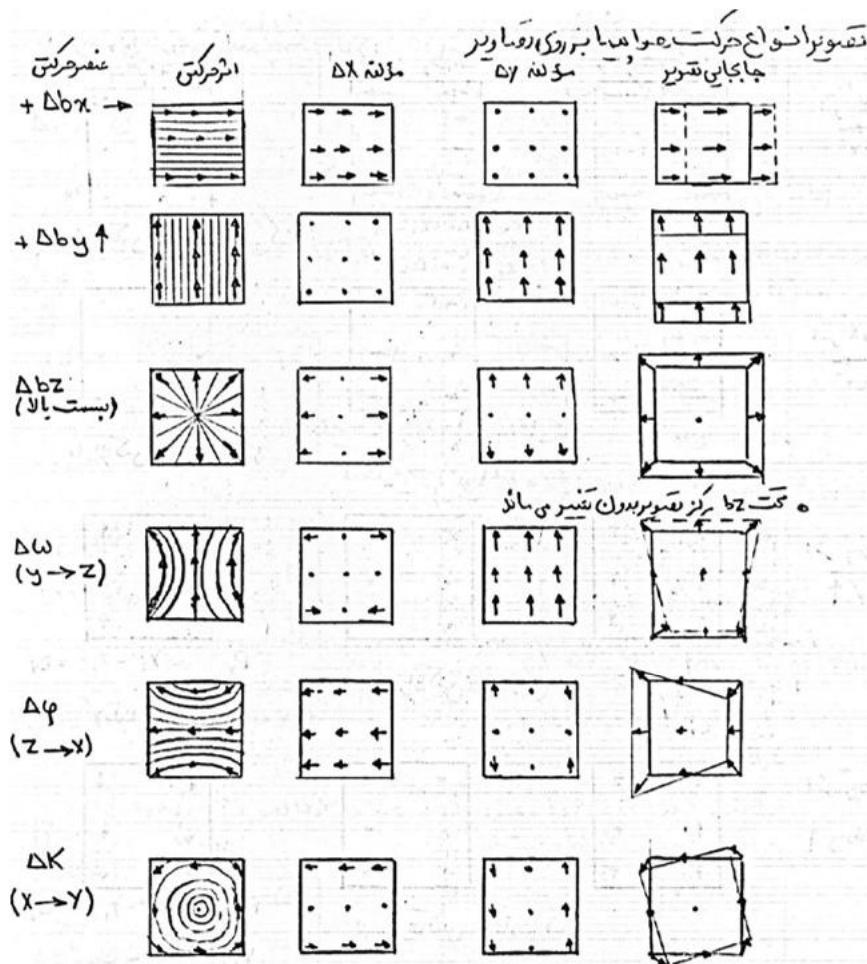
اثر المان k نیز تنها بر روی برخی از نقاط تاثیر دارد و بر روی برخی نقاط اثری ندارد



(Chapter 3)
kiani

[69]

بادآوری

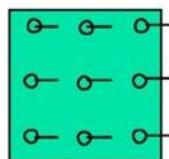


(Chapter 3)
kiani

[70]

بادآوری

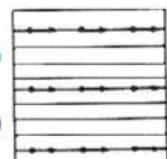
اثر المانهای انتقالی (موقعيتی) بر جابجایی نقاط مدلی



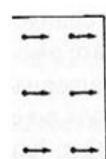
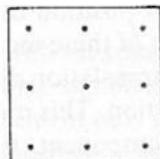
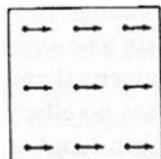
(در جهت X)

در حالت کلی اثر المان bx بر جابجایی نقاط عکسی به صورت رو برو:

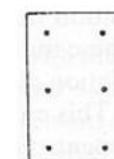
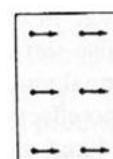
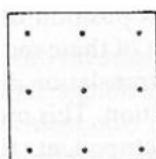
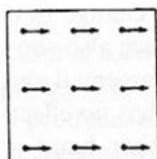
و بر نقاط مدلی به صورت زیر می باشد:



(در جهت Y)



اثر المان $'bx$ بر روی نقاط مدلی - تغییر مقیاس به صورت خطی



اثر المان $''bx$ بر روی نقاط مدلی - تغییر مقیاس خطی

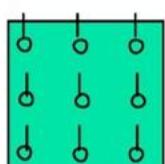
(Chapter 3)

kiani

[71]

بادآوری

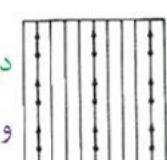
اثر المانهای انتقالی (موقعيتی) بر جابجایی نقاط مدلی



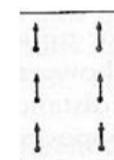
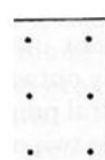
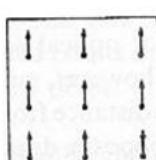
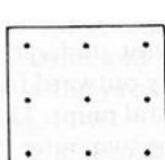
(در جهت X)

در حالت کلی اثر المان by بر جابجایی نقاط عکسی به صورت رو برو:

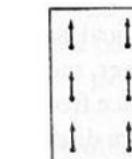
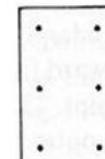
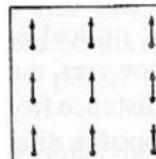
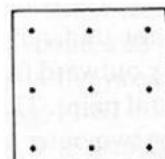
و بر نقاط مدلی به صورت زیر می باشد:



(در جهت Y)



اثر المان $'by$ بر روی نقاط مدلی - تغییر Py بر روی همه نقاط یکسان



اثر المان $''by$ بر روی نقاط مدلی - تغییر Py بر روی همه نقاط یکسان

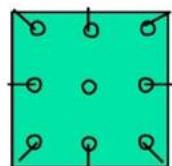
(Chapter 3)

kiani

[72]

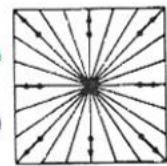
بادآوری

اثر المانهای انتقالی (موقعیتی) بر جابجایی نقاط مدلی



در حالت کلی اثر المان bz بر جابجایی نقاط عکسی به صورت رو برو :

و بر نقاط مدلی به صورت زیر می باشد:

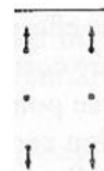
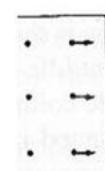
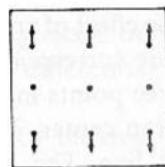
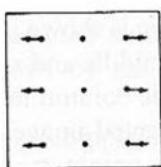


(در جهت X)

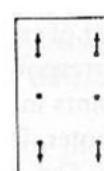
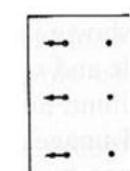
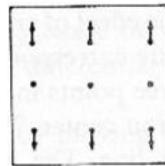
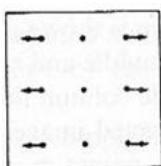
عكس \leftarrow (در جهت Y)

* (در جهت X) \rightarrow مدل

(در جهت Y)



اثر المان bz' بر روی نقاط مدلی



اثر المان bz'' بر روی نقاط مدلی

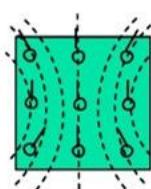
(Chapter 3)

kiani

[73]

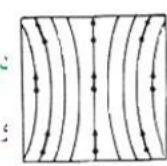
بادآوری

اثر المانهای دورانی (وضعیتی) بر جابجایی نقاط مدلی



در حالت کلی اثر المان bw بر جابجایی نقاط عکسی به صورت رو برو :

و بر نقاط مدلی به صورت زیر می باشد:

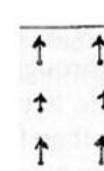
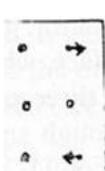
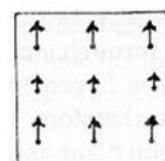
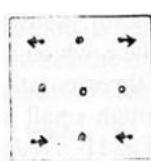


(در جهت X)

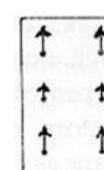
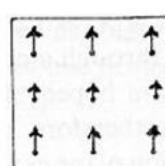
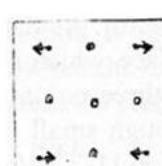
عكس \leftarrow (در جهت Y)

* (در جهت X) \rightarrow مدل

(در جهت Y)



اثر المان ω' بر روی نقاط مدلی



اثر المان ω'' بر روی نقاط مدلی

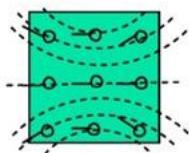
(Chapter 3)

kiani

[74]

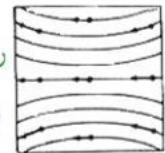
بادآوری

اثر المانهای دورانی (وضعیتی) بر جابجایی نقاط مدلی



در حالت کلی اثر المان $b\phi$ بر جابجایی نقاط عکسی به صورت روبرو:

بر نقاط مدلی به صورت زیر می‌باشد:

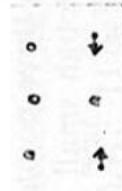
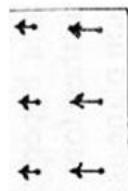
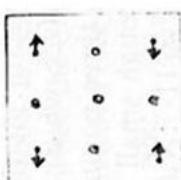
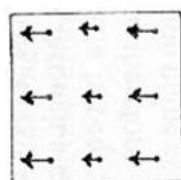


(در جهت X)

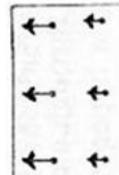
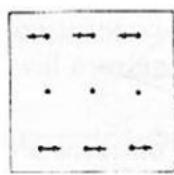
عكس ← (در جهت Y)

* مدل → (در جهت X)

(در جهت Y)



اثر المان ' ϕ ' بر روی نقاط مدلی - تغییر مقیاس غیر خطی



(Chapter 3)

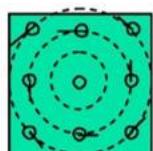
kiani

بادآوری

[75]

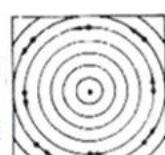
اثر المان '' ϕ '' بر روی نقاط مدلی - تغییر مقیاس غیر خطی

اثر المانهای دورانی (وضعیتی) بر جابجایی نقاط مدلی



در حالت کلی اثر المان bk بر جابجایی نقاط عکسی به صورت روبرو:

و بر نقاط مدلی به صورت زیر می‌باشد:

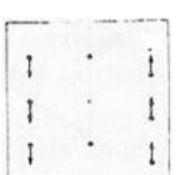
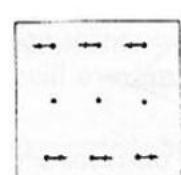


(در جهت X)

عكس ← (در جهت Y)

* مدل → (در جهت X)

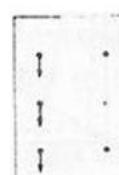
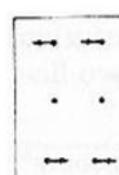
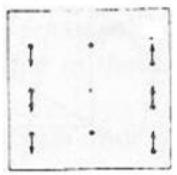
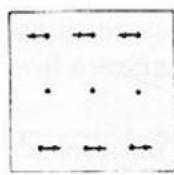
(در جهت Y)



(Chapter 3)

kiani

اثر المان ' k ' بر روی نقاط مدلی



[76]

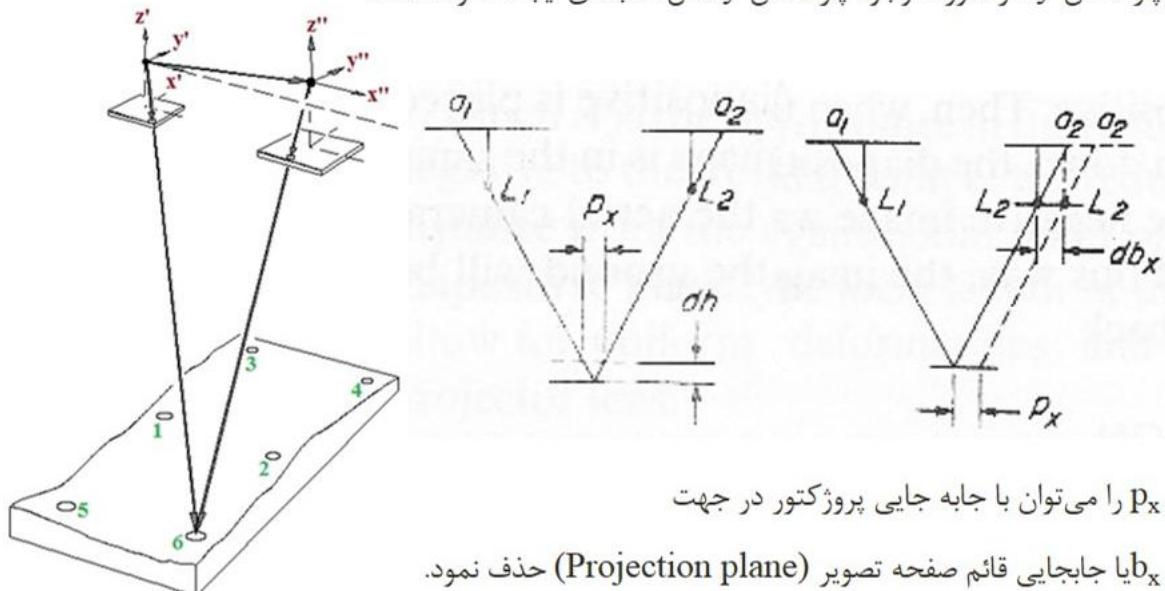
بادآوری

اثر المان '' k '' بر روی نقاط مدلی

انتخاب المانهای انتقالی و دورانی جهت ایجاد مدل سه بعدی

هدف استفاده از المانهای انتقالی و دورانی، ایجاد مدل‌های سه‌بعدی در مرحله توجیه نسبی می‌باشد:
پارالاکس x: برای بازسازی ارتفاع عوارض از p_x بهره می‌گیریم.

پارالاکس y: در صورت وجود پارالاکس y مدل سه‌بعدی ایجاد نخواهد شد.

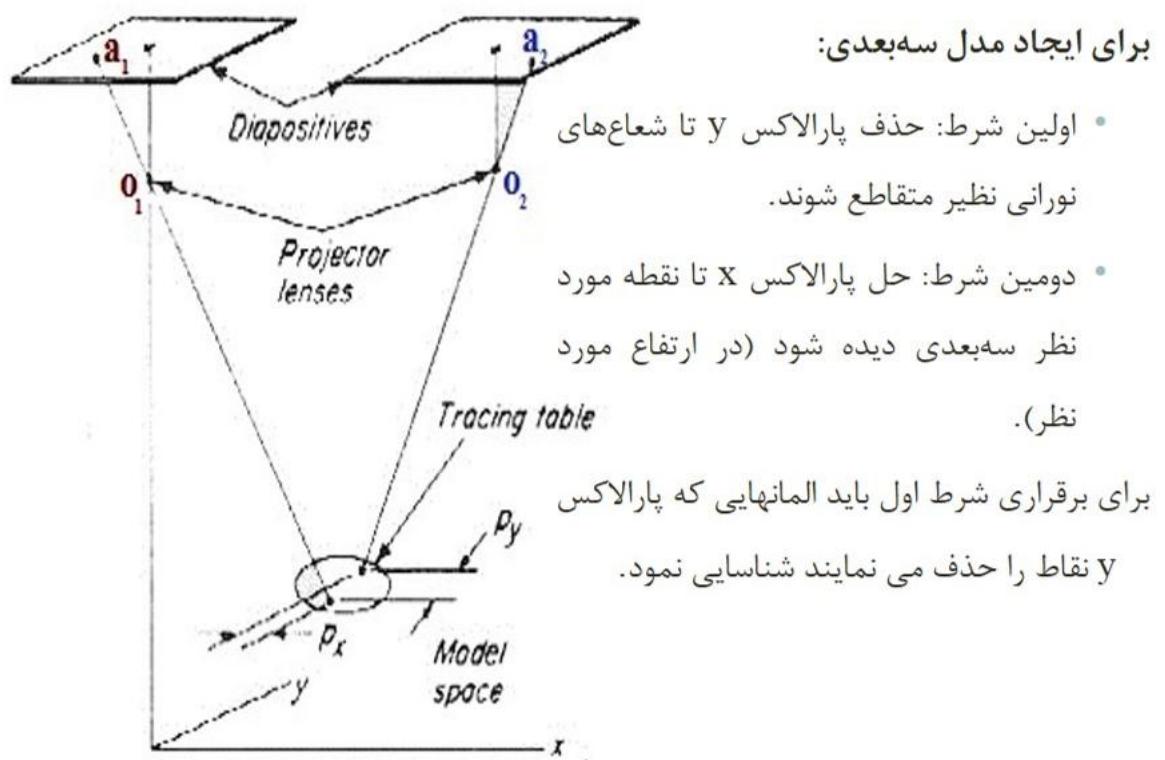


(Chapter 3)
kiani

[77]

بادآوری

انتخاب المانهای انتقالی و دورانی جهت ایجاد مدل سه بعدی



(Chapter 3)
kiani

[78]

بادآوری

[79]

بادآوری

انتخاب المانهای انتقالی و دورانی جهت ایجاد مدل سه بعدی

از میان المانهای موجود، عناصر حرکتی پروژکتور سمت چپ (b_x' , b_y' , b_z' , ω' , φ' , K') و عناصر حرکتی پروژکتور سمت راست (b_x'' , b_y'' , b_z'' , ω'' , φ'' , K'')

► اثر المانهای انتقالی by دو پروژکتور در حذف Py یکسان است (b_y' , b_y'').

► اثر المانهای انتقالی bz دو پروژکتور در حذف Py یکسان است (b_z' , b_z'').

► اثر المانهای دورانی ω دو پروژکتور در حذف py مشابه یکدیگر است (ω' , ω'').

► اثر المانهای دورانی φ در دو پروژکتور متفاوت عمل می نمایند (φ' , φ'').

► اثر المانهای دورانی k در دو پروژکتور با هم تفاوت دارند (k' , k'').

► برای المانهایی که اثربندهای متفاوتی در حذف py دارند المان مجازی محسوب می گردند.

► برای تولید مدل سه بعدی به پنج المان مجزا نیاز است.

انتخاب المانهای انتقالی و دورانی جهت ایجاد مدل سه بعدی

► عناصرهای زیر اثربندهای پروژکتورهای چپ و راست یکی و تفاوت علامت دارند:

$$bx' = -bx'' \quad by' = -by'' \quad bz' = -bz'' \quad \omega' = -\omega''$$

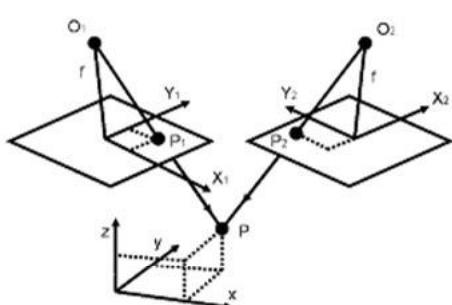
► در عمل توجیه نسبی با ۷ عنصر (مختلف) مستقل انجام می شود که در سه گروه استفاده

می شوند:

گروه انتقالی: by , k' , k'' (1)

گروه مقیاسی: bz , φ' , φ'' (2)

گروه امگا: ω (3)



توجیه نسبی ۵ مجهول دارد (چون در ۵ نقطه باید Py را حذف کنیم) یعنی از ۷ تایی فوق باید ۵ تا را انتخاب کنیم و استفاده نماییم، که به ۵۰ روش می توان ۵ المان از بالا انتخاب کرد.

[80]

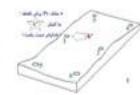
بادآوری

(81)

پادآوری

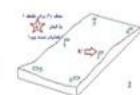
انتخاب المانهای مورد نیاز جهت توجیه نسبی دو طرفه

(1) حذف Py برای نقطه ۱ با المان "k" (کاپای سمت راست)



(عنصر "k" در نقطه ۱ بیشترین خطای ایجاد می کند.)

(2) حذف Py برای نقطه ۲ با المان 'k' (کاپای سمت چپ)

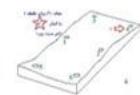


(3) حذف Py برای نقطه ۳ با المان "φ" (فی سمت راست)



(عنصر "φ" در نقطه ۳ بیشترین اثر را دارد و در ۱ و ۲ اثری ندارد.)

(4) حذف Py برای نقطه ۴ با المان 'φ' (فی سمت چپ)



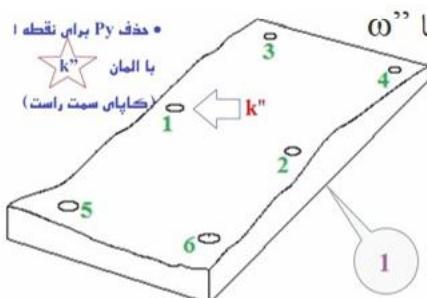
(5) حذف Py برای نقطه ۵ با المان 'ω' یا "ω"



تکرار تا خطای در نقطه ۵ کمینه شود.

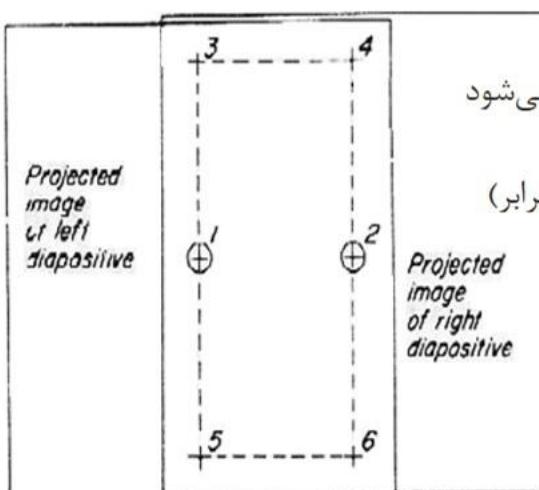
نقطه ۶ به عنوان چک کار

$$(\omega', \varphi', k', \varphi'', k'') (\omega'', \varphi', k', \varphi'', k'')$$



انتخاب المانهای مورد نیاز جهت توجیه نسبی دو طرفه

□ همان‌طور که مشاهده شد در توجیه نسبی دو طرفه یا ناوابسته تنها از المان‌های دورانی استفاده شد.



□ حذف Py نقاط ۱ الی ۴ به صورت کامل انجام می‌شود

ولی در نقطه ۵ بر روی همه نقاط Py (به صورت نابرابر)

ایجاد می‌گردد.

برای حل این مشکل دو راه وجود دارد:

○ الف) روش تکراری تصحیح نیمی از خطای موجود

(82)

پادآوری

○ ب) استفاده از ضربی تصحیح اضافی (Overcorrection)

روش‌های حذف Py نقطه ۵

❖ روشن تکراری:

پس از حذف Py نقطه ۴، مقدار Py نقطه ۵ اندازه گیری گردد و تنها نیمی از Py آن نقطه حذف گردد

$$\omega^{(n)} - \omega^{(n-1)} < 10^{-6} \text{ (rad)}$$

سپس فرآیند حذف Py نقاط مجدد تکرار گردد تا زمانی که:

❖ روشن استفاده از ضریب تصحیح اضافی (Over-correction):

حذف Py نقاط ۱ الی ۴ مانند قبل انجام می‌شود و برای نقطه ۵ به صورت زیر اقدام صورت می‌گیرد:

$$k = \frac{1}{2} \left(1 + \left(\frac{f}{d} \right)^2 \right)$$

ابتدا مقدار k (ضریب تصحیح کلی) محاسبه گردیده:

$$\Delta p_5 = k \cdot (-p_5)$$

سپس تصحیح کلی (ΔP_5) به نقاط ۳، ۴، ۵ و ۶ اعمال می‌شود:

$$\frac{1}{1 + \left(\frac{d}{f} \right)^2} = \frac{p_1}{\Delta p_5}$$

ΔP_5	0	0	ΔP_5
P_1	0	0	P_1
ΔP_5	0	0	ΔP_5

[83]

(Chapter 3)

kiani

پادآوری

روش‌های حذف Py نقطه ۵

تصحیح اضافی: برابر است با اختلاف مقدار تصحیح کلی و پارالاکس موجود در نقطه ۵:

$$\Delta p_5 + p_5 = \frac{1}{2} \left(1 + \left(\frac{z}{d} \right)^2 \right) (-p_5) + p_5 = \frac{1}{2} \left(-1 + \left(\frac{z}{d} \right)^2 \right) (-p_5)$$

در روش دوطرفه توجیه نسبی اگر از تصحیح اضافی استفاده نکنیم، مقدار P_5 هیچ گاه

صفر نخواهد شد. فقط با افزایش دوره‌های تکرار می‌توان مقدار آن را کوچک نمود.

علت تکرار تصحیح اضافی بعد از تکرار دوم (یا علت اینکه P_5 باید صفر باشد اما نیست):

نقاط ۱ تا ۶ متقارن نیستند.

زمین صد درصد مسطح نیست.

تصحیح اضافی در نقطه ۵ با خطا حل شده است.

(Chapter 3)

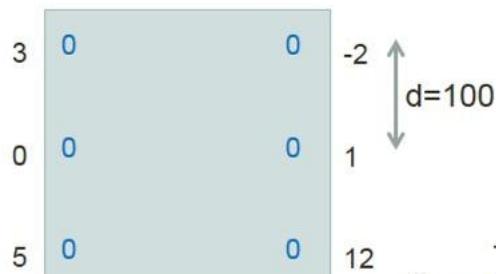
kiani

[84]

پادآوری

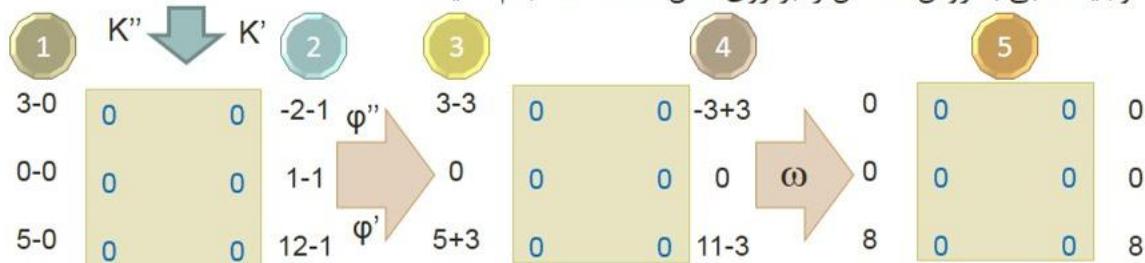
حذف پارالاکس در نقطه ۱ تا ۴ با خطا همراه بوده است.

مثالی از توجیه نسبی دو طرفه



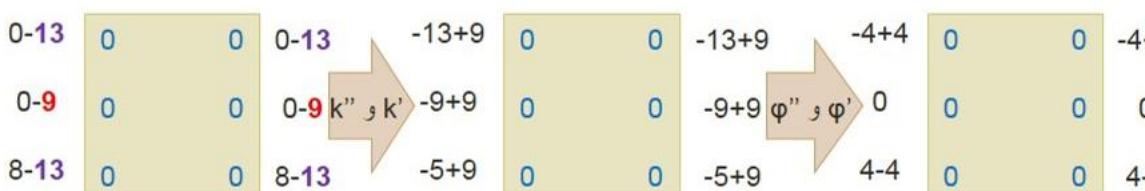
مدلی با وضعیت روبرو داریم :
اعداد داده شده، P_y در نقاط می باشند.
اگر فاصله کانونی دوربین مورد استفاده ۱۵۰ میلی متر باشد.
توجیه نسبی به روش مستقل را بر روی مدل داده شده انجام دهید؟

(Chapter 3)



$$k = \frac{1}{2} \left(1 + \left(\frac{150}{100} \right)^2 \right) - \frac{k = \frac{13}{8}}{13} \rightarrow k \cdot p_5 = 13 \rightarrow \frac{p_1}{k \cdot p_5} = \frac{1}{1 + \frac{4}{9}} \rightarrow p_1 = 9$$

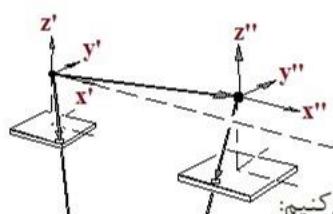
kiani



[85]



مثالی از توجیه نسبی دو طرفه



جهت یادآوری بخش دو مثال قبل را با مطالب گفته شده دوباره‌نویسی می‌کنیم:

(1) حذف P_y برای نقطه ۱ با المان "K" (کاپای سمت راست)

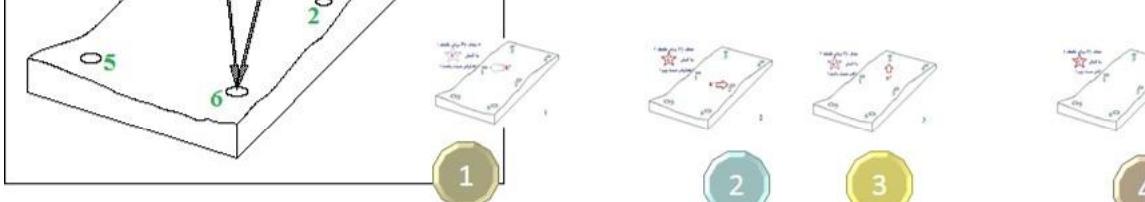
(2) حذف P_y برای نقطه ۲ با المان "K'" (کاپای سمت چپ)

(3) حذف P_y برای نقطه ۳ با المان "φ" (φی سمت راست)

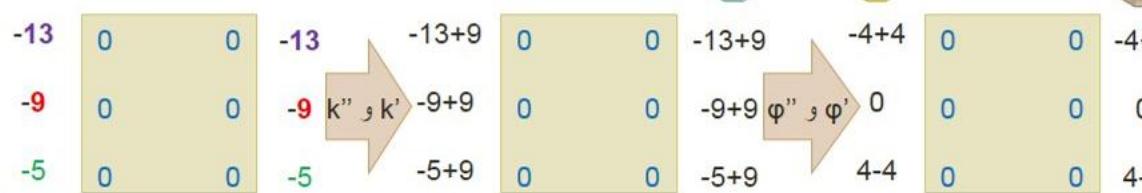
(4) حذف P_y برای نقطه ۴ با المان "φ'" (φی سمت چپ)

(5) حذف P_y برای نقطه ۵ با المان "ω" یا "

(Chapter 3)



(Chapter 3)

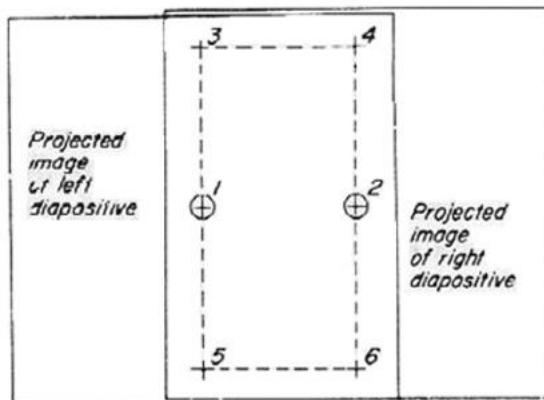


[86]



انتخاب المانهای مورد نیاز جهت توجیه نسبی یکطرفه

حالت اول: استفاده از المانهای پروژکتور سمت چپ $(b'_y, b'_z, \omega', \varphi', k')$



- حذف Py نقطه ۱ با المان b_y'
- حذف Py نقطه ۲ با المان k'
- حذف Py نقطه ۳ با المان b_z'
- حذف Py نقطه ۴ با المان φ'
- حذف Py نقطه ۵ با المان ω'

(Chapter 3)

kiani

[87]

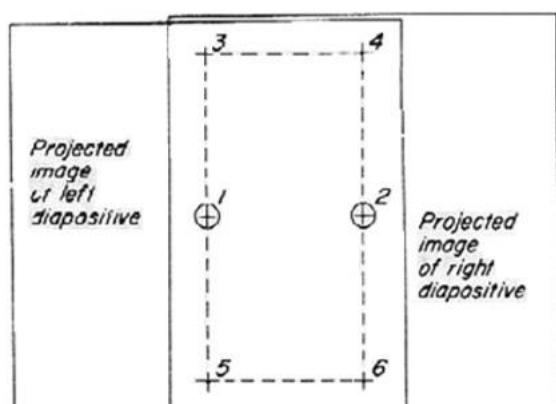
بادآوری

شیوه حذف Py نقطه ۵ مانند حالت توجیه نسبی دو طرفه است.

- نقطه ۶ برای چک کار و بررسی صحت انجام توجیه نسبی است.
- در نقطه ۶ نیز باید محدوده مدل سه بعدی دیده شود.

انتخاب المانهای مورد نیاز جهت توجیه نسبی یکطرفه

حالت دوم: استفاده از المانهای پروژکتور سمت راست $(b''_y, b''_z, \omega'', \varphi'', k'')$



- حذف Py نقطه ۲ با المان b_y''
- حذف Py نقطه ۱ با المان k''
- حذف Py نقطه ۴ با المان b_z''
- حذف Py نقطه ۳ با المان φ''
- حذف Py نقطه ۵ با المان ω''

(Chapter 3)

kiani

[88]

بادآوری

سایر موارد مشابه حالت‌های قبل است.

معادله شرط توجیه نسبی

بعد از اینکه P_y در نقاط ۱ تا ۵ صفر شد، نقطه‌ی ۶ صفر نیست.

علت:

✓ توجیه داخلی غیر کامل است.

✓ خطای سیستماتیک در ساختار دستگاه بیش از نصف ابعاد نقطه شناور است.

این خطا بین تمام نقاط مدل باید سرشکن شود.

شرط برقراری توجیه نسبی به صورت کامل:

$$p_5 + p_3 - 2p_1 = p_6 + p_4 - 2p_2$$

P_r	0	0	P_r	$p3-p1$	0	0	$p4-p2$	0	0	0		
P_1	0	0	P_r	0	0	0	0	0	0	0	[89]	
P_5	0	0	P_r	$p5-p1$	0	0	$p6-p2$	$p5+p3-2\times p1$	0	0	$p4+p6-2\times p2$	پادآوری

معادله شرط توجیه نسبی

اگر روی نقطه‌ی ششم P_y باقی بماند باید آن را روی نقاط دیگر سرشکن کرد تا به اندازه ای کوچک شود که در حقیقت قابل صرف نظر کردن شود.

اگر معادله شرط توجیه نسبی برقرار نشود باید P_y باقیمانده را بر روی باقی نقاط سرشکن کرد. در اینصورت q را خطای معادله شرط توجیه نسبی می‌نامند. و به صورت زیر سرشکن می‌شود:

0	0	0	$+ q/8$	0	0	$- q/8$	0	0	$-q/8$	0	$+ q/8$
0	0	0	$- q/8$	0	0	$+ q/8$	0	0	$+ q/8$	0	$- q/8$
q	0	0	$+ q/8$	0	0	$- q/8$	0	0	$- q/8$	0	$+ q/8$

نقاط ۲ و ۳ و ۵ مشابه هم

[90]

و نقاط ۱ و ۴ و ۶ دارای علامت مخالف با نقاط قبلی و مشابه هم می‌باشند.

پادآوری

مثال

در کدام مدل زیر، بعد از توجیه نسبی هیچ پارالکس y در مدل باقی نمی ماند؟

4	0	0	3
6	0	0	7
3	0	0	2

(ب)

3	0	0	4
6	0	0	3
7	0	0	2

(الف)

7	0	0	3
2	0	0	3
6	0	0	4

(د)

7	0	0	2
4	0	0	3
3	0	0	6

(ج)

kiani
(Chapter 3)

[91]



مثال

در صورتی که بعد از توجیه نسبی، اعوجاج باقیمانده در مدل به صورت روبرو باشد، مدل با

0	0	0
0	0	0
-4	0	0

خطاهای سرشکن شده کدام است؟

-1	0	0	-1
+1	0	0	+1
-1	0	0	-1

(ب)

+1	0	0	-1
-1	0	0	+1
+1	0	0	-1

(الف)

0.5	0	0	0.5
-0.5	0	0	-0.5
0.5	0	0	0.5

(د)

-0.5	0	0	0.5
0.5	0	0	-0.5
-0.5	0	0	0.5

(ج)

kiani
(Chapter 3)

[92]



مثال

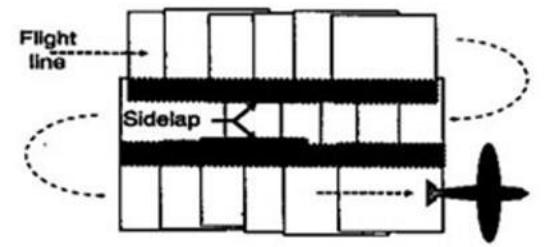
(Chapter 3)
kiani

مثال: فرض کنید یک مدل سه بعدی در یک دستگاه تبدیل اپتیکی Multiplex تشکیل شده است (با فاصله اصلی 30mm) و نقاط استاندارد ۲، ۳ و ۴ در فاصله 360mm از پروژکتور واقع شده اند. در صورتی که عکس هوایی با فاصله کانونی 152.40mm و با ابعاد استاندارد 23cm و با پوشش ۶۰ درصد استفاده شده باشد و مقادیر دیفرانسیلی زیر نیز به پروژکتور اعمال شده باشد، مطلوبست محاسبه مقادیر دیفرانسیلی المانهای انتقالی و دورانی برای نقاط ۲، ۳ و ۴ (در صورتی که نقاط ۱، ۲، ۳ و ۴ یک مریع را ایجاد نمایند).

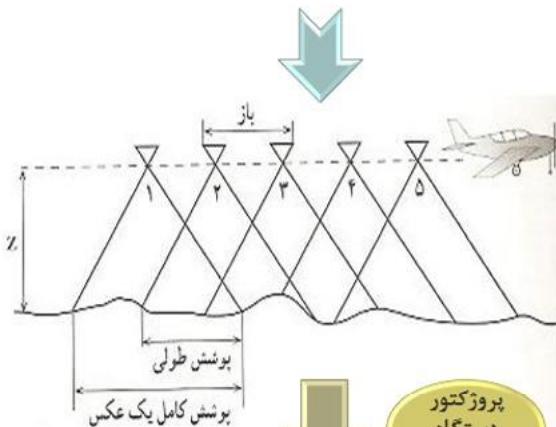


(Chapter 3)
kiani

مثال



مرحله اول محاسبه موقعیت نقاط ۲، ۳ و ۴ در فضای مدل است، در نتیجه باید باز عکسی، باز دیاپوزیتیو و باز مدلی مشخص گردد:



برای محاسبه باز عکسی داریم:

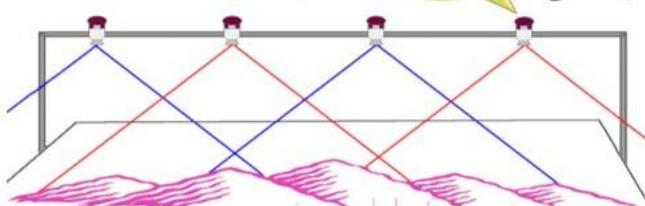
$$b_{\text{aerial photo}} = (1 - \% \text{PE}) \times D$$

$$= (1 - 0.6) \times 230 \text{ mm} = 92 \text{ mm}$$

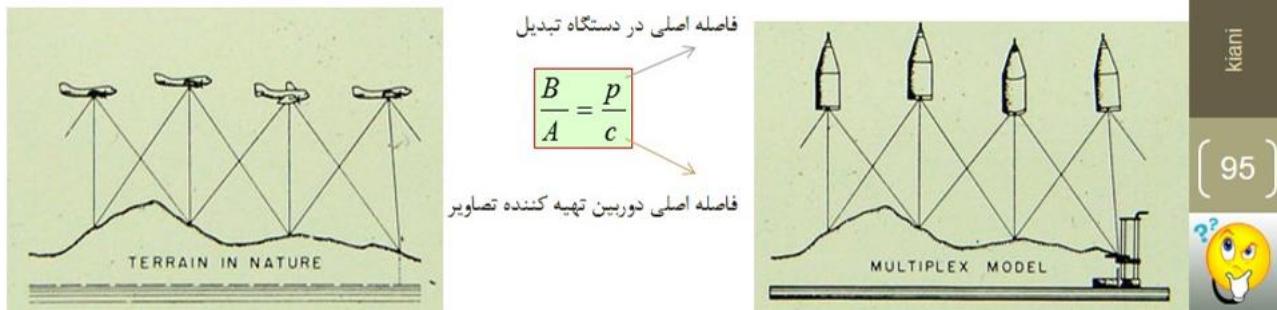
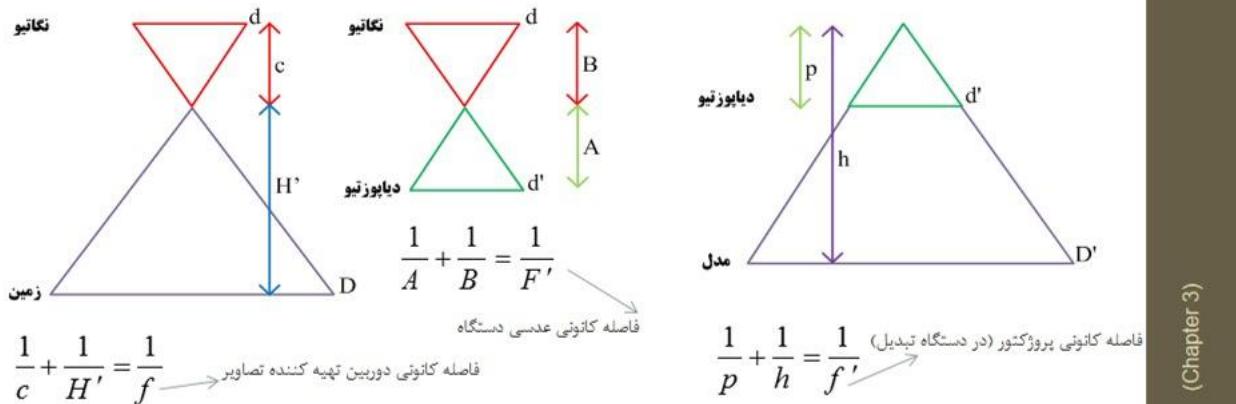
همان‌طور که در بحث توجیه داخلی نیز عنوان شد، در دستگاه‌های اپتیکی اندازه‌ی دیاپوزیتوها بایستی مد نظر قرار گیرد. برای اینکار می‌توان از نسبت‌های هندسی استفاده نمود.



[94]



مثال

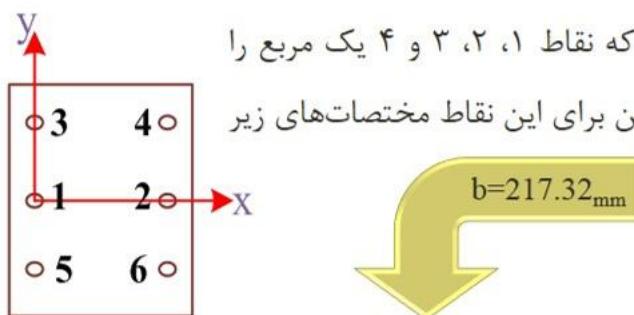


مثال

باز دیاپوزیتو و باز مدلی نیز از نسبت‌های زیر مشخص گردند:

$$b_{\text{diapositive}} = b_{\text{aerial photo}} \times \text{بزرگنمایی دستگاه} = 92^{\text{mm}} \times \frac{30}{152.40} = 18.11^{\text{mm}}$$

$$b_{\text{Model}} = b_{\text{diapositive}} \times \text{بزرگنمایی پروژکتور} = 18.11^{\text{mm}} \times \frac{360}{30} = 217.32^{\text{mm}}$$



Point	X	Y
2	+217.32	0
3	0	+217.32
4	+217.32	+217.32

(Chapter 3)

kiani



مثال

$db_x = 0.90_{mm}$, $db_y = 1.40_{mm}$, $db_z = 1.70_{mm}$, $d_\omega = d_\phi = d_k = 0.00145_{rad}$, $Z=360_{mm}$, $b=217.32_{mm}$

Point	X	Y
2	+217.32	0
3	0	+217.32
4	+217.32	+217.32

$$dX' = db_x' + \frac{X}{h} db_z' + \frac{XY}{h} d\omega' - h \left(1 + \frac{X^2}{h^2} \right) d\varphi' - Y dk'$$

$$dY' = db_y' + \frac{Y}{h} db_z' + h \left(1 + \frac{Y^2}{h^2} \right) d\omega' - \frac{XY}{h} d\varphi' + X dk'$$

$$dX_2 = +0.90^{mm} + \frac{217.32}{360} \times 1.70^{mm} +$$

$$\frac{217.32 \times 0}{360} (0.00145^{rad}) - 360^{mm} \left(1 + \frac{(217.32)^2}{(360)^2} \right) (0.00145^{ad}) - 0^{mm} \times (0.00145^{ad}) = +1.22^{mm}$$

برای سایر نیز به همین شکل محاسبه می‌گردد.

$$dX_4 = +0.90^{mm} + \frac{217.32}{360} \times 1.70^{mm} +$$

$$\frac{217.32 \times 0}{360} (0.00145^{rad}) - 360^{mm} \left(1 + \frac{(217.32)^2}{(360)^2} \right) (0.00145^{ad}) - 217.32^{mm} \times (0.00145^{ad}) = +1.09^{mm}$$

$$dY_4 = +1.40^{mm} + \frac{217.32}{360} \times 1.70^{mm} +$$

$$360^{mm} \left(1 + \frac{(217.32)^2}{(360)^2} \right) (0.00145^{rad}) - \frac{217.32 \times 217.32}{360} (0.00145^{rad}) + 217.32^{mm} (0.00145^{ad}) = +3.27^{mm}$$

(Chapter 3)

kiani

[97]



تمرین

جدول زیر متعلق به مثال را تکمیل نمایید.

DIFFERENTIAL	dX_2	dY_2	dX_3	dY_3	dX_4	dY_4
db_x	+ 0.90	?	?	?	+ 0.90	0
db_y	0	?	?	?	0	+ 1.40
db_z	+ 1.03	?	?	?	+ 1.03	+ 1.03
$d\omega$	0	?	?	?	+ 0.19	+ 0.71
$d\phi$	- 0.71	?	?	?	- 0.71	- 0.19
dk	0	?	?	?	- 0.32	+ 0.32
Total	+ 1.22	?	?	?	+ 1.09	+ 3.27

(Chapter 3)

kiani

[98]



(Analytical Rel. Ori.) توجیه نسبی تحلیلی

(Chapter 3)
kiani

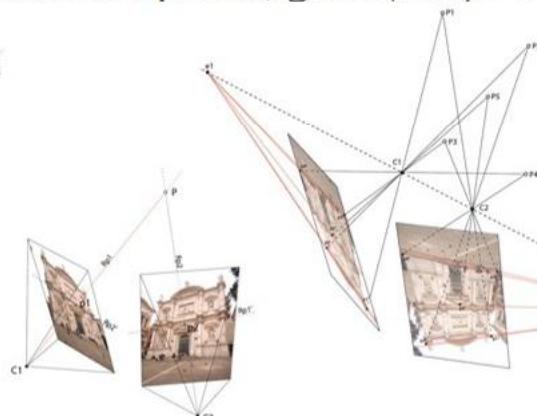
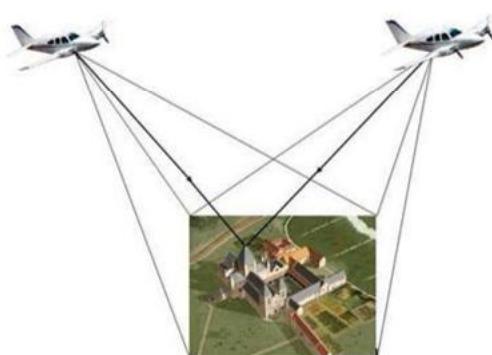
روشهای دستگاهی و عددی در حل توجیه نسبی کم دقت هستند

روشهای تحلیلی برای همه حالات برقرار است

روشهای مورد استفاده در توجیه نسبی تحلیلی :

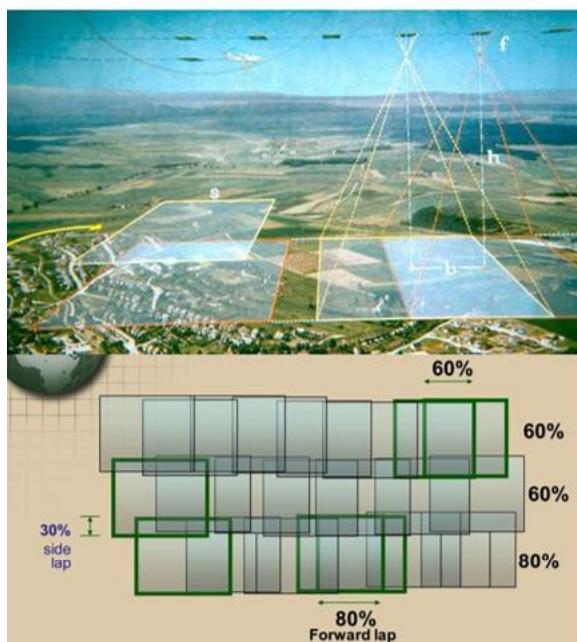
- معادله شرط هم خطی (Co-linearity Condition equation)

- معادله شرط هم صفحه‌ای (Co-planarity Condition equation)

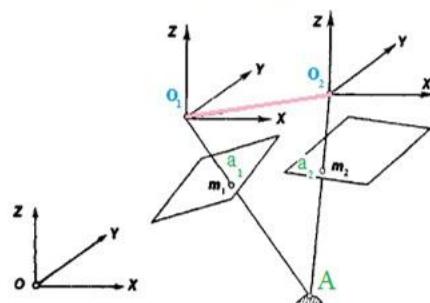


[99]

توجیه نسبی تحلیلی با معادله شرط هم خطی



در توجیه نسبی رقومی هدف این است که عکس‌ها را طوری دوران دهیم تا امتداد و تقاطع شعاع‌ها بر روی یک نقطه یکدیگر را قطع کنند.



(Chapter 3)
kiani

[100]

(101)

تجییه نسبی تحلیلی با معادله شرط همخطی

- قبل از انجام توجییه نسبی فضای مدلی مجهول است (X_A, Y_A, Z_A)
- به ازای هر نقطه مدلی دو نقطه عکسی متناظر خواهیم داشت (a', a'')
- از طرفی می‌دانیم که تعداد مجھولات توجییه نسبی برابر ۵ می‌باشد.

که مشاهده بر اساس آنها انجام می‌شود (مقادیر معلوم)، به عبارتی به ازای هر نقطه چهار معادله خواهیم

داشت: ۲ معادله در عکس چپ و دو معادله در عکس راست (x', y', x'', y'')

- بنابراین برای n نقطه خواهیم داشت:

$$\text{تعداد نقاط مدلی} = n = \text{تعداد مجھولات} \times 3 + 5$$

$$\text{تعداد نقاط مدلی} = n = \text{تعداد معادلات} \times 2 \times 2$$

$$3 \times n + 5 \leq 4 \times n \rightarrow n = 5$$

برای حل توجییه نسبی: حداقل تعداد نقاط مدل، ۵ عدد می‌باشد ($df=0$)

تذکر: مزیت روش توجییه نسبی با مدل شرط همخطی: محاسبه همزمان مختصات نقاط مدلی

تجییه نسبی تحلیلی با معادله شرط همخطی

در ادامه برای نمونه توجییه نسبی وابسته سمت راست را مورد بررسی قرار خواهیم داد:

برای توجییه نسبی با معادله شرط همخطی نیاز به خطی سازی داریم

$$F = x_o - f \frac{r}{q} - x_i = x_o - f \left[\frac{m_{11}(X_i - X_o) + m_{12}(Y_i - Y_o) + m_{13}(Z_i - Z_o)}{m_{31}(X_i - X_o) + m_{32}(Y_i - Y_o) + m_{33}(Z_i - Z_o)} \right] - x_i$$

$$G = y_o - f \frac{s}{q} - y_i = y_o - f \left[\frac{m_{21}(X_i - X_o) + m_{22}(Y_i - Y_o) + m_{23}(Z_i - Z_o)}{m_{31}(X_i - X_o) + m_{32}(Y_i - Y_o) + m_{33}(Z_i - Z_o)} \right] - y_i$$

برای نقطه‌ی دلخواهی مثل $i=p$ خواهیم داشت:

$$v_{x_p} = J +$$

$$v_{y_p} = k +$$

$$b_{11}d\omega + b_{12}d\varphi + b_{13}dk +$$

$$b_{21}d\omega + b_{22}d\varphi + b_{23}dk +$$

$$-b_{14}dX_0 - b_{15}dY_0 - b_{16}dZ_0 +$$

$$-b_{24}dX_0 - b_{25}dY_0 - b_{26}dZ_0 +$$

$$b_{14}dX_p + b_{15}dY_p + b_{16}dZ_p$$

$$b_{24}dX_p + b_{25}dY_p + b_{26}dZ_p$$

(102)

توجیه نسبی یک طرفه سمت راست

$$(X_p, Y_p, Z_p)$$

قبل از انجام توجیه نسبی فضای مدلی مجهول است

چون توجیه نسبی یک طرفه سمت راست است، بنابراین المان های مرتبط با عکس چپ ثابت است و متغیر

نمی باشد، و تنها عکس راست حرکت داده می شود

المان bx معلوم فرض می شود در نتیجه ۵ المان مجهول توجیه خواهیم داشت

$$(\delta\omega'', \delta\phi'', \delta\kappa'', \delta Y_o'', \delta Z_o'')$$

مقادیر اولیه در فضای مدل به صورت مختصات عکسی عکس سمت چپ می باشد

$$(x_p' - x_o, y_p' - y_o, -f)^T = (X_p, Y_p, Z_p)^T$$

هر نقطه مدلی دو نقطه عکسی متناظر خواهیم داشت که مشاهده بر اساس آنها انجام می شود (مقادیر

$$(x_p', y_p') , (x_p'', y_p'')$$

به عبارتی به ازای هر نقطه چهار معادله خواهیم داشت.

در نتیجه مجهولات ما در این روش برابر خواهند شد با پارامتر مجهول عکس سمت راست
 (مجهولات توجیه نسبی) و مختصات مدلی هر یک از نقاط (فرض نقاط A تا F مد نظر باشد)

(Chapter 3)

kiani

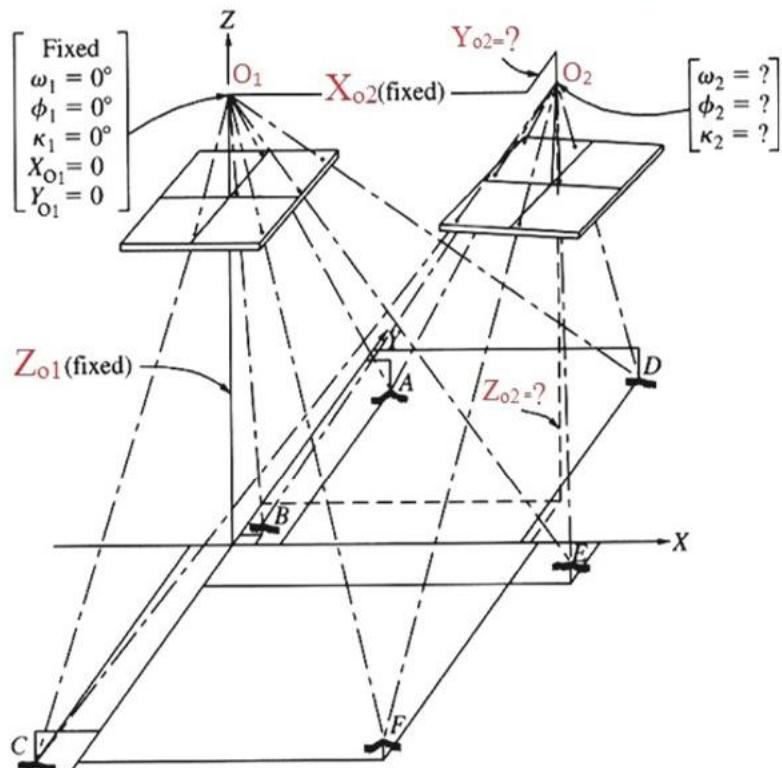
$$\begin{bmatrix} \Delta_2^e \\ C_A \\ C_B \\ C_C \\ C_D \\ C_E \\ C_F \end{bmatrix} [103]$$

توجیه نسبی یک طرفه سمت راست

فرض: از شش نقطه عکسی نظیر برای انجام توجیه نسبی استفاده نماییم.

- Fix the left photo:

- $\omega_1 = 0$
- $\phi_1 = 0$
- $\kappa_1 = 0$
- $X_{O1} = 0$
- $Y_{O1} = 0$
- $Z_{O1} = \text{fixed}$



(Chapter 3)

kiani

$$[104]$$

توجیه نسبی یکطرفه سمت راست

مقادیر اولیه برای توجیه نسبی یکطرفه سمت راست:

$$X_o' = Y_o' = 0 \quad Z_o' = f \quad \omega' = \varphi' = \kappa' = 0 \quad \text{معادلات سمت چپ:}$$

$$v_{x_p}' = b_{14}' dX_p' + b_{15}' dY_p' + b_{16}' dZ_p' + J \quad v_{y_p}' = b_{24}' dX_p' + b_{25}' dY_p' + b_{26}' dZ_p' + K'$$

$$b_x = X_o'' - X_o' \quad X_o'' = b_{photo} \quad \delta X_o = 0 \quad \text{معادلات سمت راست:}$$

$$v_{x_p}'' = b_{11}'' d\omega'' + b_{12}'' d\varphi'' + b_{13}'' dk'' + \\ - b_{15}'' dY_o'' - b_{16}'' dZ_o'' + \\ b_{14}'' dX_p'' + b_{15}'' dY_p'' + b_{16}'' dZ_p'' + J''$$

$$v_{y_p}'' = b_{21}'' d\omega'' + b_{22}'' d\varphi'' + b_{23}'' dk'' + \\ - b_{25}'' dY_o'' - b_{26}'' dZ_o'' + \\ b_{24}'' dX_p'' + b_{25}'' dY_p'' + b_{26}'' dZ_p'' + K''$$

$$(x_p' - x_o, y_p' - y_o, 0)^T = (X_p, Y_p, Z_p)^T \quad \text{سایر مقادیر اولیه: } [105]$$

$$Y_o'' = 0 \quad Z_o'' = f \quad \omega'' = \varphi'' = \kappa'' = 0$$

(Chapter 3)
kiani

توجیه نسبی یکطرفه سمت راست ماتریس طراحی A

b_{11a}	b_{12a}	b_{13a}	$-b_{15a}$	$-b_{16a}$	b_{14a}	b_{15a}	b_{16a}	0	0	0	0	0	0	0
b_{21a}	b_{22a}	b_{23a}	$-b_{25a}$	$-b_{26a}$	b_{24a}	b_{25a}	b_{26a}	0	0	0	0	0	0	0
b_{11b}	b_{12b}	b_{13b}	$-b_{15b}$	$-b_{16b}$	b_{14b}	b_{15b}	b_{16b}	0	0	0	0	0	0	0
b_{21b}	b_{22b}	b_{23b}	$-b_{25b}$	$-b_{26b}$	b_{24b}	b_{25b}	b_{26b}	0	0	0	0	0	0	0
b_{11c}	b_{12c}	b_{13c}	$-b_{15c}$	$-b_{16c}$	b_{14c}	b_{15c}	b_{16c}	0	0	0	0	0	0	0
b_{21c}	b_{22c}	b_{23c}	$-b_{25c}$	$-b_{26c}$	b_{24c}	b_{25c}	b_{26c}	0	0	0	0	0	0	0
b_{11d}	b_{12d}	b_{13d}	$-b_{15d}$	$-b_{16d}$	b_{14d}	b_{15d}	b_{16d}	0	0	0	0	0	0	0
b_{21d}	b_{22d}	b_{23d}	$-b_{25d}$	$-b_{26d}$	b_{24d}	b_{25d}	b_{26d}	0	0	0	0	0	0	0
b_{11e}	b_{12e}	b_{13e}	$-b_{15e}$	$-b_{16e}$	b_{14e}	b_{15e}	b_{16e}	0	0	0	0	0	0	0
b_{21e}	b_{22e}	b_{23e}	$-b_{25e}$	$-b_{26e}$	b_{24e}	b_{25e}	b_{26e}	0	0	0	0	0	0	0
b_{11f}	b_{12f}	b_{13f}	$-b_{15f}$	$-b_{16f}$	b_{14f}	b_{15f}	b_{16f}	0	0	0	0	0	0	0
b_{21f}	b_{22f}	b_{23f}	$-b_{25f}$	$-b_{26f}$	b_{24f}	b_{25f}	b_{26f}	0	0	0	0	0	0	0

(Chapter 3)
kiani

[106]

توجیه نسبی یک طرفه سمت راست

$$A = \begin{bmatrix} 0_{25} & B'^a_{23} & 0_{23} & 0_{23} & 0_{23} & 0_{23} \\ 0_{25} & 0_{23} & B'^b_{23} & 0_{23} & 0_{23} & 0_{23} \\ 0_{25} & 0_{23} & 0_{23} & B'^c_{23} & 0_{23} & 0_{23} \\ 0_{25} & 0_{23} & 0_{23} & 0_{23} & B'^d_{23} & 0_{23} \\ 0_{25} & 0_{23} & 0_{23} & 0_{23} & 0_{23} & B'^e_{23} \\ 0_{25} & 0_{23} & 0_{23} & 0_{23} & 0_{23} & B'^f_{23} \\ B'^a_{25} & B''^a_{23} & 0_{23} & 0_{23} & 0_{23} & B'^f_{23} \\ B'^b_{25} & 0_{23} & B''^b_{23} & 0_{23} & 0_{23} & 0_{23} \\ B'^c_{25} & 0_{23} & 0_{23} & B''^c_{23} & 0_{23} & 0_{23} \\ B'^d_{25} & 0_{23} & 0_{23} & 0_{23} & B''^d_{23} & 0_{23} \\ B'^e_{25} & 0_{23} & 0_{23} & 0_{23} & 0_{23} & B''^e_{23} \\ B'^f_{25} & 0_{23} & 0_{23} & 0_{23} & 0_{23} & B''^f_{23} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & B_a^1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & B_b^1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & B_c^1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & B_d^1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & B_e^1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & B_f^1 \\ B_a^{e2} & B_a^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ B_b^{e2} & 0 & B_b^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ B_c^{e2} & 0 & 0 & B_c^2 & 0 & 0 & 0 \\ B_d^{e2} & 0 & 0 & 0 & B_d^2 & 0 & 0 \\ B_e^{e2} & 0 & 0 & 0 & 0 & B_e^2 & 0 \\ B_f^{e2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & B_f^2 \end{bmatrix} X = \begin{bmatrix} \delta\omega'' \\ \delta\varphi'' \\ \delta k'' \\ \delta Y_0'' \\ \delta Z_0'' \\ \delta X_A \\ \delta Y_A \\ \delta Z_A \\ \delta X_B \\ \delta Y_B \\ \delta Z_B \\ \delta X_C \\ \delta Y_C \\ \delta Z_C \\ \delta X_D \\ \delta Y_D \\ \delta Z_D \\ \delta X_E \\ \delta Y_E \\ \delta Z_E \\ \delta X_F \\ \delta Y_F \\ \delta Z_F \end{bmatrix} L = \begin{bmatrix} K_a' \\ J_\delta' \\ K_\delta' \\ J_c' \\ K_c' \\ J_d' \\ K_d' \\ J_e' \\ K_e' \\ J_f' \\ K_f' \\ J_a'' \\ K_a'' \\ J_\delta'' \\ K_\delta'' \\ J_c'' \\ K_c'' \\ J_d'' \\ K_d'' \\ J_e'' \\ K_e'' \\ J_f'' \\ K_f'' \end{bmatrix} V = \begin{bmatrix} v_{xa}' \\ v_{ya}' \\ v_{x\delta} \\ v_{y\delta} \\ v_{xc}' \\ v_{yc}' \\ v_{xd} \\ v_{yd} \\ v_{xe} \\ v_{ye} \\ v_{xf}' \\ v_{yf}' \\ v_{xa}'' \\ v_{ya}'' \\ v_{x\delta}'' \\ v_{y\delta}'' \\ v_{xc}'' \\ v_{yc}'' \\ v_{xd}'' \\ v_{yd}'' \\ v_{xe}'' \\ v_{ye}'' \\ v_{xf}'' \\ v_{yf}'' \end{bmatrix}$$

A_(4×n, 3×n+5). X_(3×n+5, 1)=L_(4×n, 1) + V_(4×n, 1)

$$B_{23p}^i = \begin{bmatrix} b_{14p}^i & b_{15p}^i & b_{15p}^i \\ b_{24p}^i & b_{25p}^i & b_{26p}^i \end{bmatrix} \quad 0_{25} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B_{25p}^p = \begin{bmatrix} b_{11p} & b_{12p} & b_{13p} & -b_{15p} & -b_{16p} \\ b_{21p} & b_{22p} & b_{23p} & -b_{25p} & -b_{26p} \end{bmatrix} \quad 0_{23} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

تمرین

برای انجام توجیه نسبی یک زوج عکس، اگر پارامترهای انتقالی بین مراکز تصویر معلوم باشد،

حداقل به چند جفت نقطه متناظر نیاز است؟

- الف) دو ب) سه ج) چهار د) پنج

(Chapter 3)

kiani

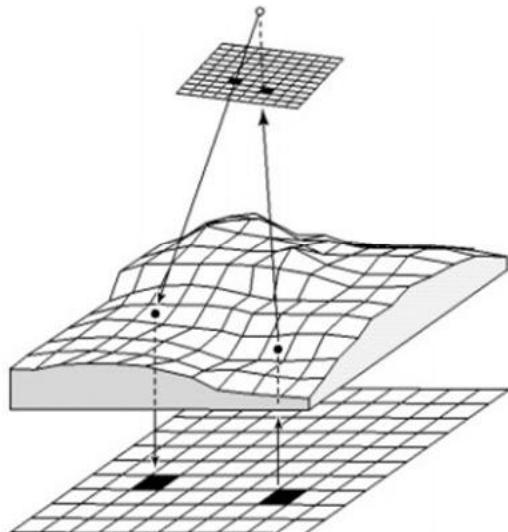
[108]



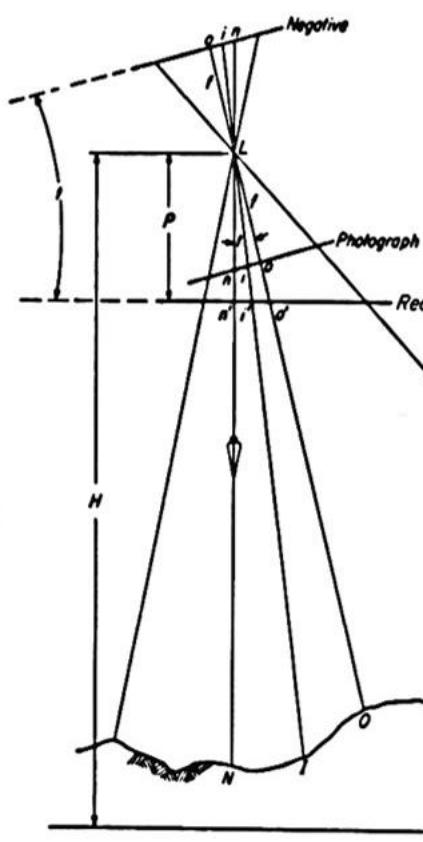
[109]

ترمیم و ارتوفتو

Rectification and Ortho-photo



ترمیم (Rectification)



اطلاعات ثبت شده روی عکس تابعی از وضعیت هواپیما در لحظه‌ی عکسبرداری می‌باشد، به عبارت دیگر خارج شدن هواپیما از حالت قائم (به علت دوران‌های ω , ϕ و k) روی عکس در لحظه‌ی عکسبرداری ثبت می‌گردد. حال به منظور استفاده از این عکس به عنوان نقشه‌ی عکسی یا عکس قلم بایستی کلیه‌ی اطلاعات روی عکس روی یک سطح افقی (نقشه‌ی عکسی) تصویر گردد.

در صورت مسطح نبودن زمین علاوه بر خطای جایی نقاط ناشی از دوران هواپیما (تیلت)، خطای ناشی از تغییر ارتفاع

Tilted photograph and rectified enlargement

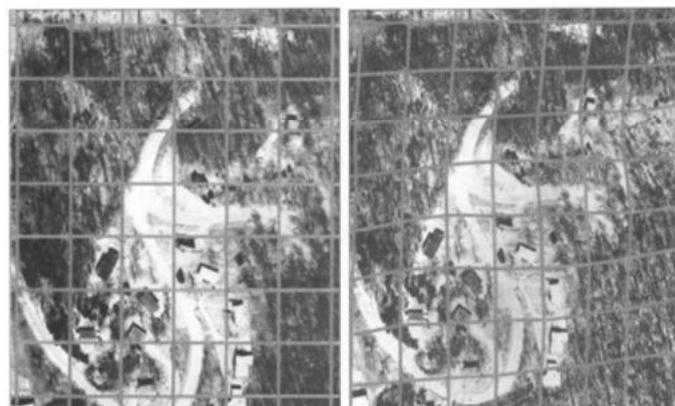
عوارض زمین روی عکس نیز وجود دارد.

[110]

ترمیم

برای تهیه عکس قایم از عکس تیلت دار دو روش عمدۀ ترمیم و اورتوفتو وجود دارد.

- ترمیم: به عمل تهیه عکس قایم از عکس تیلت دار از طریق حذف جابجایی ناشی از تیلت ترمیم می‌گویند. که محصول این کار عکس ترمیم شده (Rectified Photo) می‌باشد. در چنین عکسی جایی ناشی از اختلاف ارتفاع همچنان وجود دارد.



kiani
(Chapter 3)

[111]

ترمیم



Tilted Image



Rectified Image

kiani
(Chapter 3)

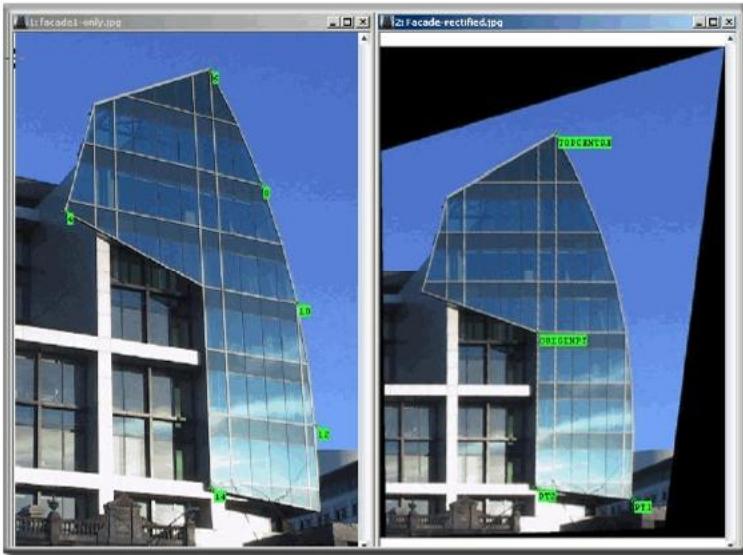
[112]

ترمیم

XYRectify creates rectified images from oblique images of planar surfaces.

XYRectify.exe is a standalone utility program that is offered with iWitnessPRO. The program is easy to use and is accompanied by a nine page user manual called "XYRectify.pdf". For more information, refer to the iWitnessPRO CD.

www.iwitnessphoto.com



اسلاید قبل نمونه‌ای از یک عکس هوایی ترمیم شده را نشان می‌دهد.

در فتوگرامتری برد کوتاه نیز گاهای در کابردهای مختلف نیاز به ترمیم عکس وجود دارد، شکل مقابل نمونه‌ای از این کار را نشان می‌دهد.

(Chapter 3)
kiani

[113]

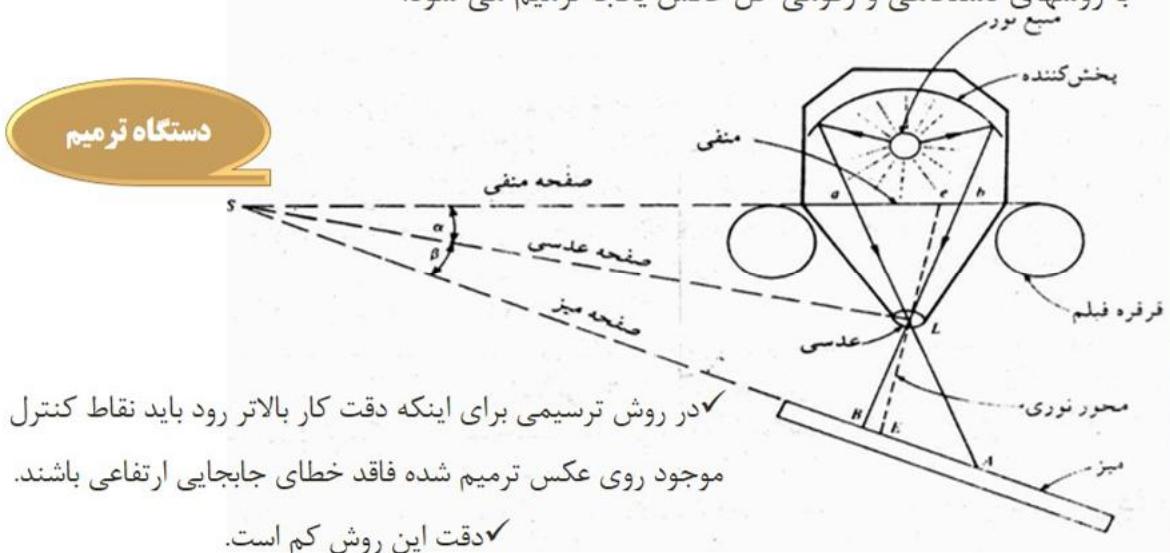
ترمیم

روشهای ترمیم:

۱. ترسیمی یا گرافیکی
۲. دستگاهی (دستگاه نوری - مکانیکی)
۳. تحلیلی
۴. رقومی

در روشهای ترسیمی و تحلیلی عمل ترمیم به صورت نقطه به نقطه انجام می‌گیرد، اما با روشهای دستگاهی و رقومی کل عکس یکجا ترمیم می‌شود.

دستگاه ترمیم

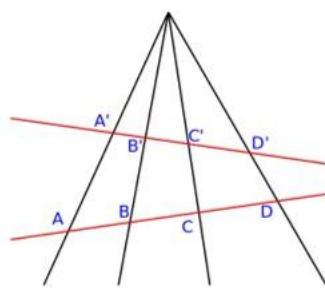
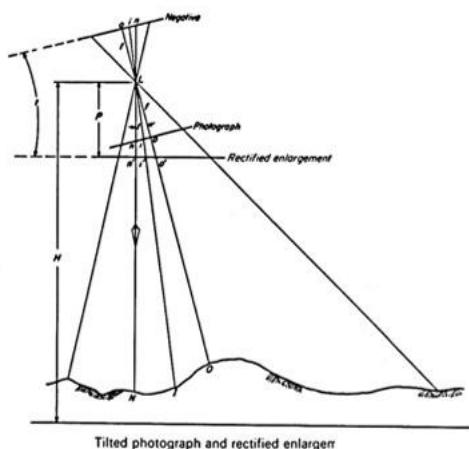


(Chapter 3)
kiani

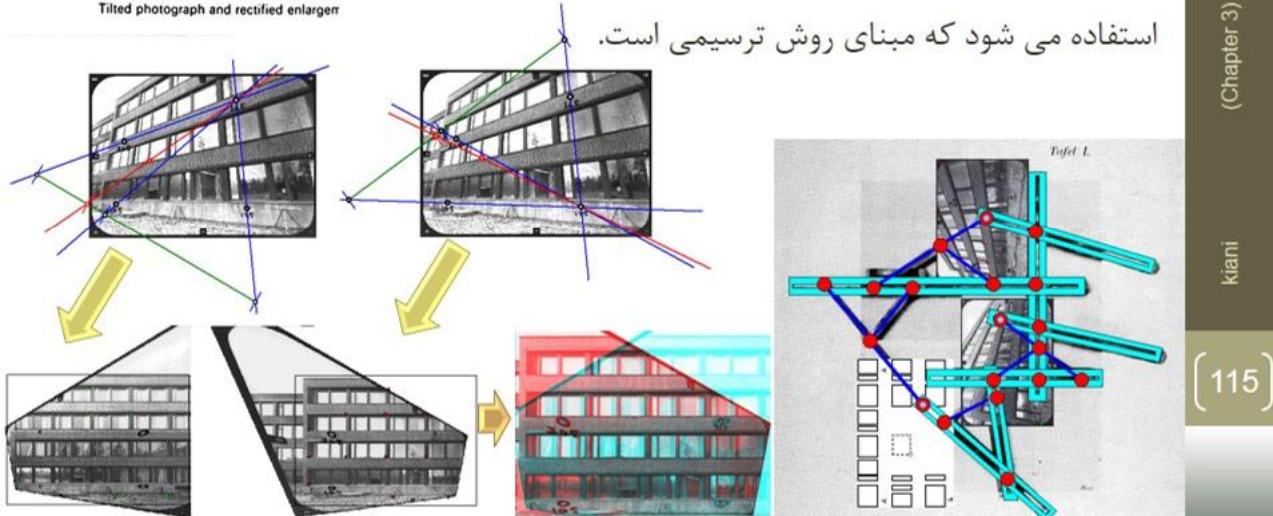
[114]

در روش ترسیمی برای اینکه دقت کار بالاتر رود باید نقاط کنترل موجود روی عکس ترمیم شده فاقد خطای جابجایی ارتفاعی باشند.
✓ دقت این روش کم است.

ترمیم



در روش ترمیم ترسیمی از مفهوم تقسیم توافقی (نسبت تشابه خطوط متقارب) Cross Ratio استفاده می شود که مبنای روش ترسیمی است.



(Chapter 3)

kiani

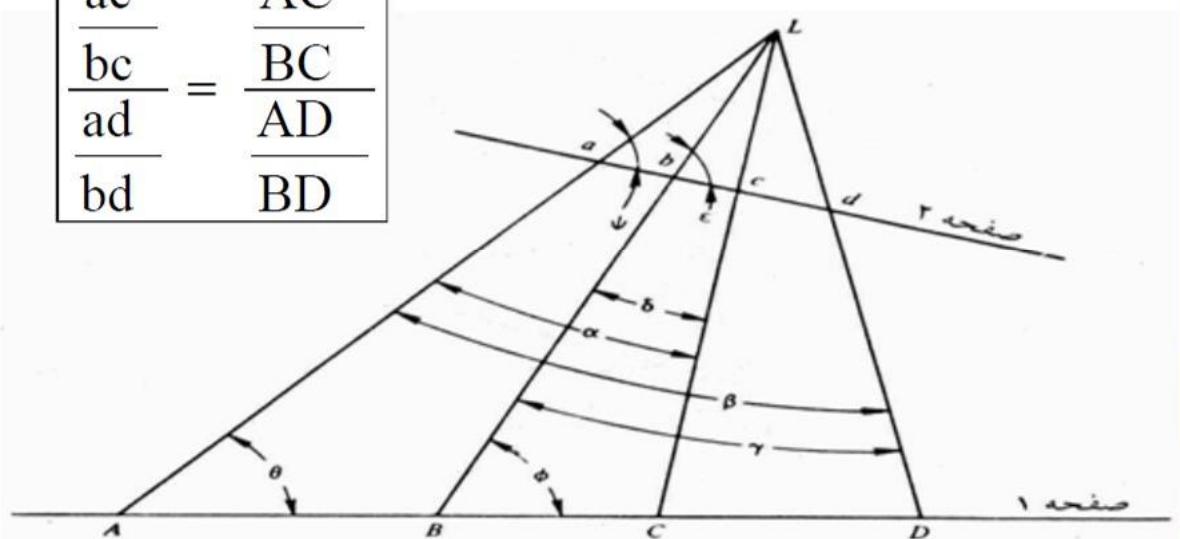
ترمیم

نظریه نسبت تشابه خطوط متقارب:

اگر مطابق شکل چهار خط از یک نقطه بگذرند (مرکز پرسپکتیو) و دو خط (صفحه عکسی و زمینی) را در نقاطی قطع نمایند، می توان روابط زیر را بیان کرد.

$$\frac{ac}{bc} = \frac{AC}{BC}$$

$$\frac{ad}{bd} = \frac{AD}{BD}$$



(Chapter 3)

kiani

[116]

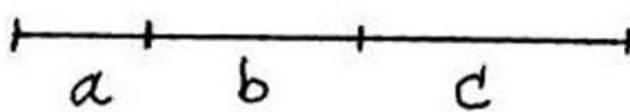
تمرين

خطی مستقیم روی زمین ترسیم کرده و آن را به ۳ قسمت مساوی تقسیم کرده و علامت می‌زنیم. سپس به صورت مایل از آن عکسبرداری می‌کنیم. اگر طبق شکل زیر فواصل اندازه‌گیری شده روی عکس برابر $a = 1^\circ$ پیکسل و $c = 3^\circ$ پیکسل باشد مقدار b چند پیکسل است؟ راهنمایی: نسبت توافقی یا نسبت نسبت‌های طول‌های متناظر ثابت است.

(Chapter 3)

kiani

[117]

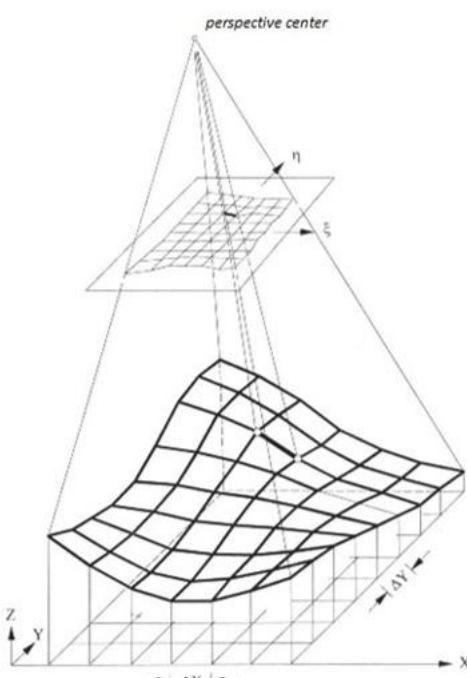


۱۶ (۱)

۲۰ (۲)

۱۵ (۳)

۲۱ (۴)



ترميم

❖ روش تحليلي:

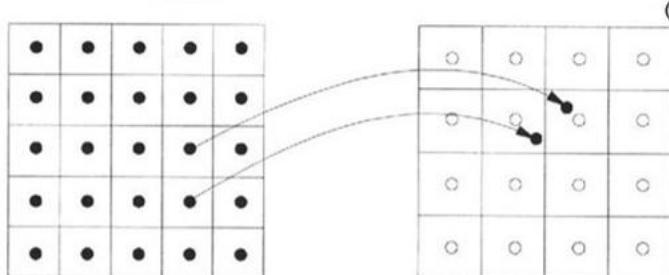
در روش تحليلي معادلات شرط همخطی مورد استفاده قرار گرفته و در نهايیت از معادله پروژكتيو دو بعدی برای عملیات ترمیم استفاده می‌گردد.

❖ روش رقومي:

علاوه بر انتقال هندسي و محاسبه مختصات، تصوير رقومي ترمیم شده نیز بدست می‌آيد.

ورودی: تصوير مایل + حداقل ۴ نقطه کنترل زمینی

خروجي: تصوير ترمیم یافته (زمین مرجع شده)



پس از انجام محاسبات، تصوير جديد با درجات خاکستری تصوير اولیه بازسازی می‌شود (روش‌های Re-sampling).

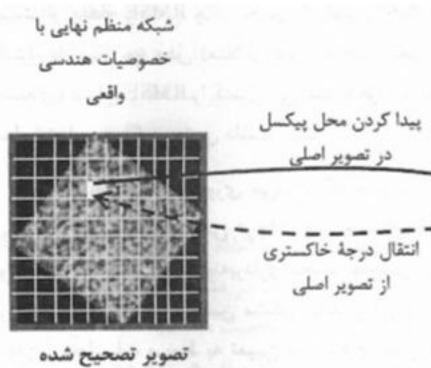
(Chapter 3)

kiani

[118]

ترمیم

مراحل:



حل انتقال هندسی پروژکتیو به مانند روش تحلیلی

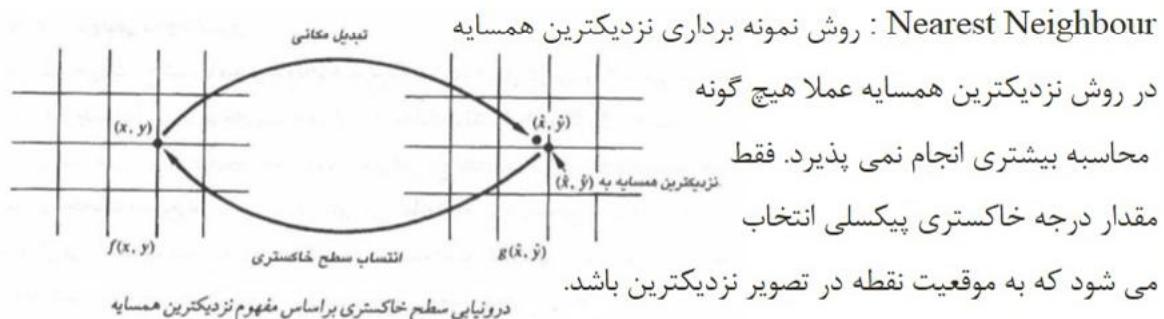
نمونه برداری دوباره تصویر (باز نمونه برداری تصویر):

مستقیم ✓

معکوس ✓

معروف ترین روش‌های نمونه برداری مجدد عبارت اند از:

Nearest Neighbour : روش نمونه برداری نزدیکترین همسایه

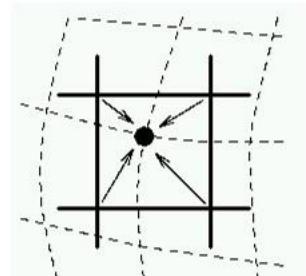


(Chapter 3)

kiani

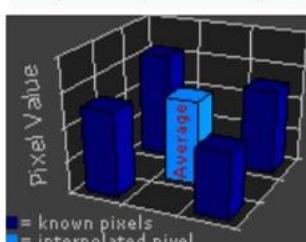
[119]

ترمیم

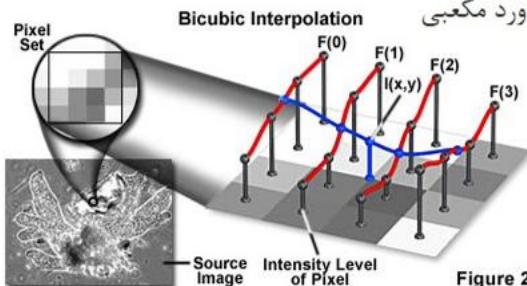


Bilinear Interpolation: روش درون یابی دو خطی

در این روش از چهار پیکسل همسایه نقطه در تصویر استفاده شده و میان آنها درون یابی برای یافتن درجه خاکستری نقطه مورد نظر انجام می‌گردد. در عمل یک صفحه به چهار درجه خاکستری همسایه برازش داده شده و سپس درجه خاکستری نقطه مورد نظر محاسبه می‌شود. با توجه به محاسبات بیشتر این روش نسبت به روش نزدیکترین همسایه، زمان بیشتری را نیاز دارد. علاوه بر این، این روش درون یابی باعث می‌شود تا تصویری نرم تر ایجاد شود و بنابراین بعضی از لبه‌های بسیار بارز در تصویر تصحیح نشده، در تصویر نهایی ممکن است کمی مبهم شوند (Blur).



Bicubic Interpolation (Cubic Convolution): روش برآورد مکعبی



در این روش یک سطح دو مکعبی از بین داده‌های موجود عبور داده می‌شود. مقدار این نقطه درون یابی شده، ترکیبی از مقادیر ۱۶ نقطه نزدیک به آن است. در این روش سطح هموارتری نسبت به درون یابی دوخطی ایجاد می‌شود.

(Chapter 3)

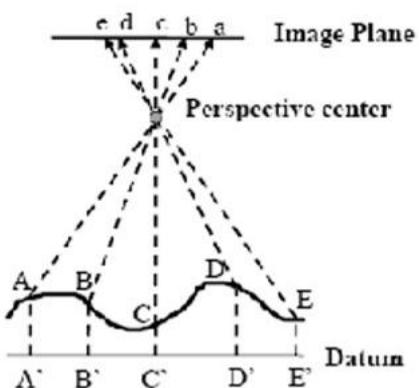
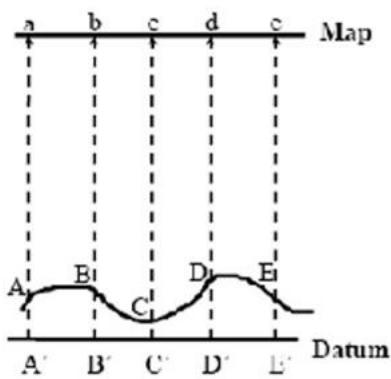
kiani

[120]

اورتوفتو: (Ortho Photo)

(Chapter 3)
kiani [121]

- عکسی است که از روی عکس‌های هوایی به ترتیبی تهیه شده که فاقد جابجایی‌های تصویری ناشی از تیلت و ناهمواری می‌باشد، یعنی عملاً می‌توان آن را بسیار شبیه به نقشه دانست.
- یکی از تفاوت‌های نقشه و عکس این است که نقشه دارای تفسیر است اما عکس نیاز به تفسیر دارد.



- Orthogonal projection.
- Perspective projection.

اورتوفتو

(Chapter 3)
kiani [122]

اورتوفتو تصویری از سطح زمین با سیستم تصویر اورتوگونال (انطباق با نقشه) است. یعنی اعوجاجات ناشی از تیلت و ناهمواری برطرف شده است.

▶ اگر سطح زمین مسطح باشد ارتوفتو همان ترمیم است.

برای ساخت ارتوفتو ابتدا تصویر توجیه داخلی و خارجی شده سپس مشابه ترمیم با شرط همخطی تصویر اورتوگونال بدست می‌آید.

▶ تفاوت موزائیک‌های تصویری ساخته شده با عکس‌های ترمیم شده و ارتوفتو شده:

در ساخت موزائیک تصویری با قطعه عکس‌های ترمیم شده به علت ناهمواری‌های زمین خطای مقیاس خواهیم داشت به خصوص در گوشش‌های موزائیک عکسی، ولی با قطعه عکس‌های ارتوفتو شده به علت ترمیم جزء به جزء تصویری خطای کم مقیاس داریم.

اورتوفتو

ترمیم جزء به جزء (Different rectification)

ورودی‌ها:

- تصویر رقومی (digital Image)

- عناصر توجیه خارجی (Exterior Orientation Parameters)

- عناصر توجیه داخلی (Interior Orientation Parameters)

- مدل ارتفاعی زمین (DSM یا DEM)

خروجی:

تهیه تصویری با خصوصیات نقشه و با بافت واقعی عوارض (True Orthophoto) یا

(True OrthoImage)

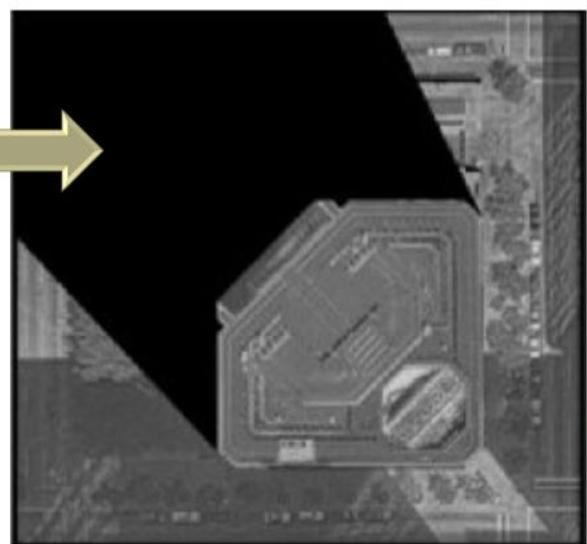
(Chapter 3)

kiani

[123]

اورتوفتو

روش رقومی اورتوفتو در کامپیوتر و با کمک DEM صورت می‌گیرد.



(Chapter 3)

kiani

[124]

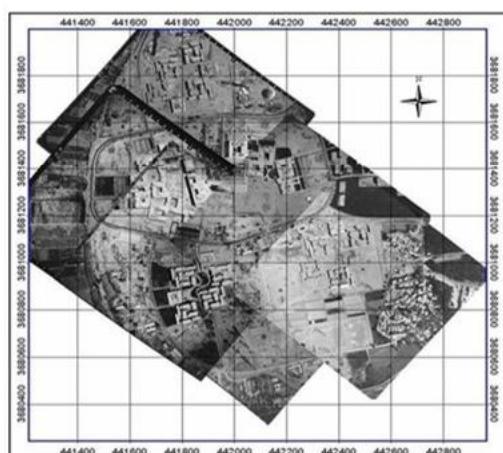
ترمیم و ارتوفتو

جمع بندی:



- ترمیم معمولی در مناطق مسطح کاربرد دارد، در این روش تیلت از بین می‌رود ولی جا به جای ناشی از ارتفاع باقی می‌ماند. در حقیقت در ترمیم معمولی Z نقاط ثابت است و در آن هدف تکثیر X و Y نقاط زمینی می‌باشد.

(Chapter 3)



- پس از انجام عملیات ترمیم عکس نقشه (photomap) ایجاد خواهد شد

همچنین کاربرد در ایجاد موزائیک عکسی (Photo-mosaic) منطقه مورد نظر جهت استفاده در تفسیر بصری و ...

- دلیل استفاده از نقشه عکسی به جای ارتوفتو: هزینه بالای تهیه ارتوفتو (Ortho-photo)

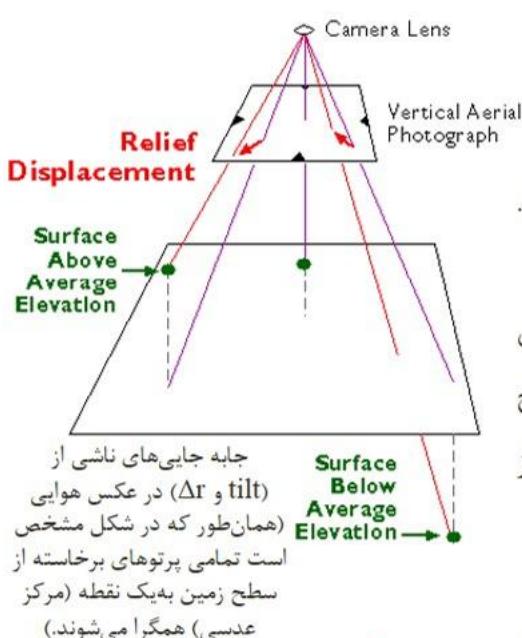
kiani

[125]

ترمیم و ارتوفتو

ارتوفتو (ترمیم جزء به جزء) در مناطق کوهستانی کاربرد دارد. در این روش هر دو خطا (Δr و Δt) از بین می‌رود. به عبارتی ترمیم تحلیلی فقط تیلت را از بین می‌برد پس برای مناطق مسطح کاربرد دارد و اگر منطقه ذوعارضه بود احتیاج به DEM منطقه داریم تا بتوان Δr (جا به جای ناشی از ارتفاع و اختلاف ارتفاع) تک عکس را تعیین و از بین برد.

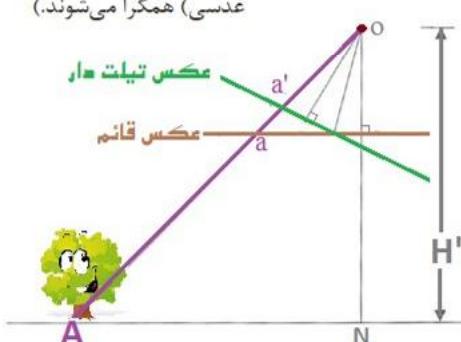
(Chapter 3)



نکته: به منظور حذف جا به جایی عکسی ناشی از Δr و Δt از روی اطلاعات عکسی (زوج عکس)، بایستی مدل سه‌بعدی منطقه را تشکیل داد (حل ترفیع فضایی برای زوج عکس پوشش‌دار یا توجیه مطلق) تا بتوان خطای ناشی از تیلت و ارتفاعات را حذف نمود.

kiani

[126]



ترمیم تحلیلی (Analytical Rectification)

چنانچه منطقه مسطح باشد، خطای ناشی از ارتفاعات حذف می‌گردد و فقط خطای ناشی از تیلت باعث جابه جایی نقاط عکسی می‌گردد، برای حذف این جابه جایی و تعیین موقعیت صحیح نقاط، می‌توان از معادلات شرط همخطی استفاده نمود.

فرم کلی معادله مستقیم شرط همخطی:

$$\begin{pmatrix} x_a - x_o \\ y_a - y_o \\ -f \end{pmatrix} = \lambda \cdot M \cdot \begin{pmatrix} X_A - X_o \\ Y_A - Y_o \\ Z_A - Z_o \end{pmatrix} \quad M = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} \end{bmatrix}$$

$$x_a = x_o - f \left[\frac{m_{11}(X_A - X_o) + m_{12}(Y_A - Y_o) + m_{13}(Z_A - Z_o)}{m_{31}(X_A - X_o) + m_{32}(Y_A - Y_o) + m_{33}(Z_A - Z_o)} \right]$$

$$y_a = y_o - f \left[\frac{m_{21}(X_A - X_o) + m_{22}(Y_A - Y_o) + m_{23}(Z_A - Z_o)}{m_{31}(X_A - X_o) + m_{32}(Y_A - Y_o) + m_{33}(Z_A - Z_o)} \right] \quad [127]$$

ترمیم تحلیلی

$$\vec{R}_i = \lambda^{-1} \cdot M^{-1} \cdot \vec{x}_i = \lambda^{-1} \cdot M^T \cdot \vec{r}_i = \lambda^{-1} \cdot R \cdot \vec{r}_i$$

$$\begin{pmatrix} X_A - X_o \\ Y_A - Y_o \\ Z_A - Z_o \end{pmatrix} = \lambda^{-1} \cdot M^{-1} \cdot \begin{pmatrix} x_a - x_o \\ y_a - y_o \\ -f \end{pmatrix} \quad R = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix}$$

فرم معکوس معادله شرط همخطی (اثر مقیاس مستتر)

$$X_A - X_o = (Z_A - Z_o) \left[\frac{r_{11}(x_A - x_o) + r_{12}(y_A - y_o) + r_{13}(-f)}{r_{31}(x_A - x_o) + r_{32}(y_A - y_o) + r_{33}(-f)} \right]$$

$$Y_A - Y_o = (Z_A - Z_o) \left[\frac{r_{21}(x_A - x_o) + r_{22}(y_A - y_o) + r_{23}(-f)}{r_{31}(x_A - x_o) + r_{32}(y_A - y_o) + r_{33}(-f)} \right] \quad [128]$$

ترمیم تحلیلی

(وقتی توجیه داخلی عکس‌ها حل شده باشد دیگر نیازی به x_0 و y_0 نیست)

$$(X - X_o) = (Z - Z_o) \frac{r_{11}(x) + r_{12}(y) + r_{13}(-f)}{r_{31}(x) + r_{32}(y) + r_{33}(-f)}$$

$$(Y - Y_o) = (Z - Z_o) \frac{r_{21}(x) + r_{22}(y) + r_{23}(-f)}{r_{31}(x) + r_{32}(y) + r_{33}(-f)}$$

با فاکتور گیری از عامل $r_{33}(-f)$ در مخرج خواهیم داشت:

$$(X - X_o) = \frac{(Z - Z_o)}{r_{33}(-f)} \left(\frac{r_{31}(x)}{r_{33}(-f)} + \frac{r_{32}(y)}{r_{33}(-f)} + 1 \right)$$

$$(Y - Y_o) = \frac{(Z - Z_o)}{r_{33}(-f)} \left(\frac{r_{31}(x)}{r_{33}(-f)} + \frac{r_{32}(y)}{r_{33}(-f)} + 1 \right)$$

(Chapter 3)
kiani

[129]

ترمیم تحلیلی

با حل ترمیم عناصر توجیه خارجی یعنی $Z_o, Y_o, X_o, \varphi, \omega$ و k معلوم می‌شوند به تبع آنها r_{33} را می‌توان داشت (به عبارت دیگر با فرض ثابت بودن المان‌های توجیه خارجی و مسطح بودن منطقه خواهیم داشت):

$$X - X_o = \frac{a_1 x + a_2 y + a_3}{c_1 x + c_2 y + 1} \quad Y - Y_o = \frac{b_1 x + b_2 y + b_3}{c_1 x + c_2 y + 1}$$

$$a_1 = \left(\frac{z - z_o}{r_{33}(-f)} \right) r_{11} \quad a_2 = \left(\frac{z - z_o}{r_{33}(-f)} \right) r_{12} \quad a_3 = \left(\frac{z - z_o}{r_{33}(-f)} \right) r_{13}(-f)$$

$$b_1 = \left(\frac{z - z_o}{r_{33}(-f)} \right) r_{21} \quad b_2 = \left(\frac{z - z_o}{r_{33}(-f)} \right) r_{22} \quad b_3 = \left(\frac{z - z_o}{r_{33}(-f)} \right) r_{23}(-f)$$

$$c_1 = \left(\frac{r_{31}}{r_{33}(-f)} \right) \quad c_2 = \left(\frac{r_{32}}{r_{33}(-f)} \right)$$

(Chapter 3)
kiani

[130]

ترمیم تحلیلی

$$X = \frac{a_1x + a_2y + a_3 + c_1xX_0 + c_2yY_0 + X_0}{c_1x + c_2y + 1}$$

$$Y = \frac{b_1x + b_2y + b_3 + c_1xY_0 + c_2yX_0 + Y_0}{c_1x + c_2y + 1}$$

Z₀, Y₀ معلومند

در ادامه با بردن X₀ و Y₀ به طرف دیگر تساوی در این سمت تساوی تنها مجهولات Y و X باقی خواهد ماند.

$$X = \frac{x(a_1 + c_1X_0) + y(c_2X_0 + a_2) + a_3 + X_0}{c_1x + c_2y + 1}$$

$$Y = \frac{x(b_1 + c_1Y_0) + y(c_2Y_0 + b_2) + b_3 + Y_0}{c_1x + c_2y + 1}$$

$(a_1 + c_1X_0) = A_1 \quad (c_2X_0 + a_2) = A_2 \quad (a_3 + X_0) = A_3$

$(b_1 + c_1Y_0) = B_1 \quad (c_2Y_0 + b_2) = B_2 \quad (b_3 + Y_0) = B_3$

$$X = \frac{A_1 \cdot x + A_2 \cdot y + A_3}{C_1 \cdot x + C_2 \cdot y + 1}$$

$$Y = \frac{B_1 \cdot x + B_2 \cdot y + B_3}{C_1 \cdot x + C_2 \cdot y + 1}$$

(Chapter 3)

kiani

[131]

ترمیم تحلیلی

$$\begin{bmatrix} x_1 & y_1 & 1 & 0 & 0 & 0 & -x_1X_1 & -y_1X_1 \\ 0 & 0 & 0 & x_1 & y_1 & 1 & -x_1Y_1 & -y_1Y_1 \\ x_2 & y_2 & 1 & 0 & 0 & 0 & -x_2X_2 & -y_2X_2 \\ 0 & 0 & 0 & x_2 & y_2 & 1 & -x_2Y_2 & -y_2Y_2 \\ & & & \ddots & & \ddots & & \\ & & & & \ddots & & & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \\ B_1 \\ B_2 \\ B_3 \\ C_1 \\ C_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ X_2 \\ Y_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ L_{2n \times 1} \end{bmatrix}$$

برای حذف اثر تیلت با استفاده از معادله پروژکتیو حداقل چهار نقطه کنترل زمینی نیاز خواهد بود.

با حل به روش سرشکنی ضرایب A₁ تا C₂ بدست خواهد آمد.

$$X = (A^T P A)^{-1} A^T P L$$

(Chapter 3)

kiani

[132]

ترمیم تحلیلی

برای محاسبه‌ی دقت، L^M محاسباتی با L^{GCP} مربوط به نقاط کنترل مقایسه می‌شود:

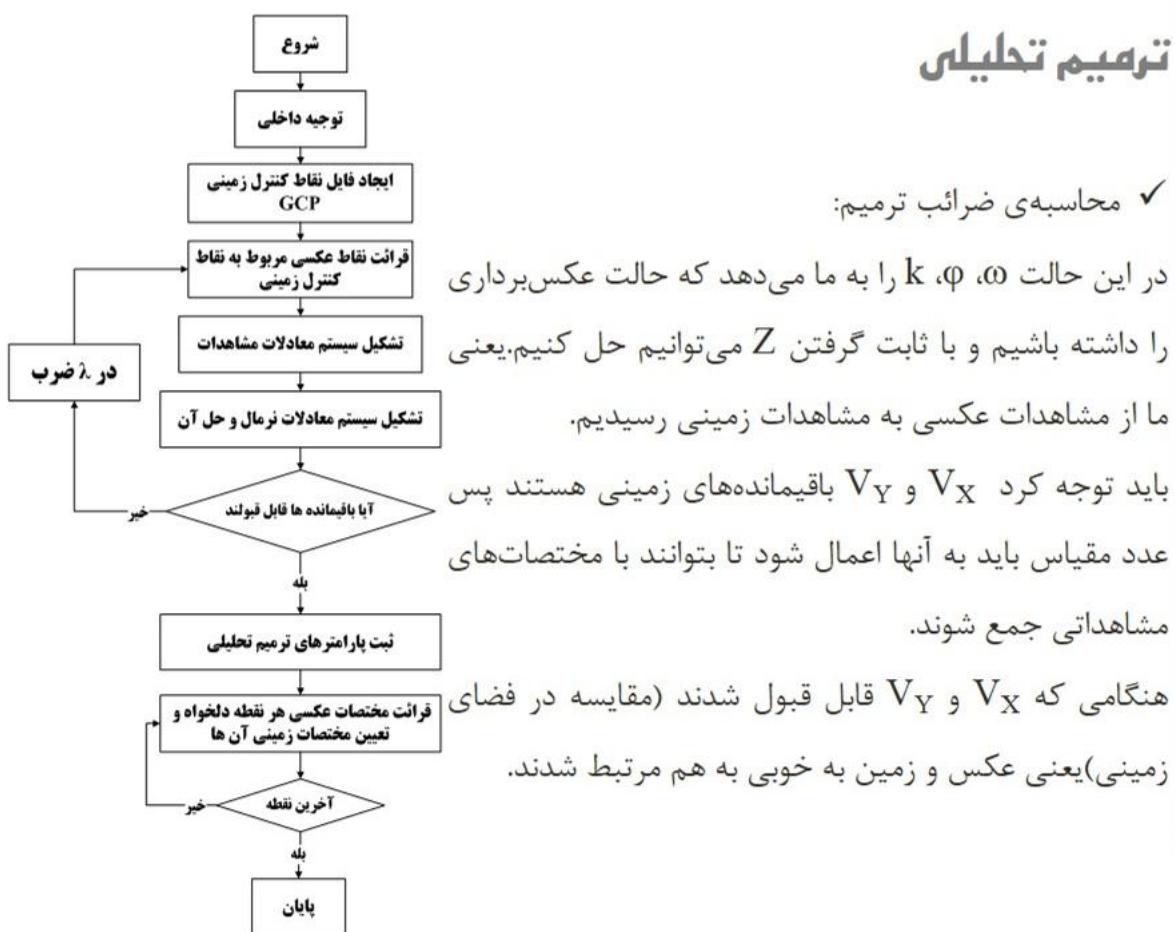
$$V_i = L_i^{GCP} - L_i^M \Rightarrow \begin{cases} V_{X_i} = X_i^{GCP} - X_i^M \\ V_{Y_i} = Y_i^{GCP} - Y_i^M \end{cases} \quad \text{برای نقاط مورد استفاده (حداقل ۴ نقطه) } V_X \text{ و } V_Y \text{ را محاسبه و اگر مقادیر تصحیحات کوچک باشند عملیات خاتمه می‌یابد.}$$

- فرق معادلات حل توجیه داخلی و ترمیم: در توجیه داخلی نقاط X_1 و Y_1 , X_2 و Y_2 و ... (ماتریس سمت راست تساوی) ccf بودند اما در ترمیم این نقاط GCP می‌باشند. ماتریس اول نیز در ترمیم مشاهدات می‌باشد.
- مختصات عکسی نظیر آنها را مشاهده می‌کنیم تا بتوانیم ماتریس مجہولات را بدست آوریم ($A1$ و $A2$ و ...). از این به بعد (بعد از بدست آوردن مقادیر ماتریس مجہولات) با داشتن مختصات عکسی هر نقطه و با اعمال ماتریس مجہولات می‌توانیم به فضای زمین برویم. یعنی مختصات زمینی نقاط نظیر در عکس را بدست آوردهیم.

kiani (Chapter 3)

[133]

ترمیم تحلیلی



kiani (Chapter 3)

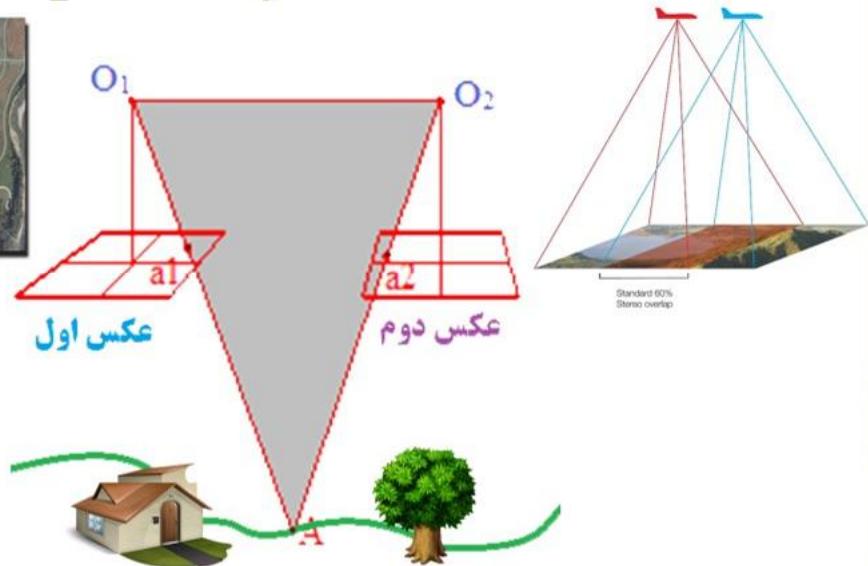
[134]

(135)

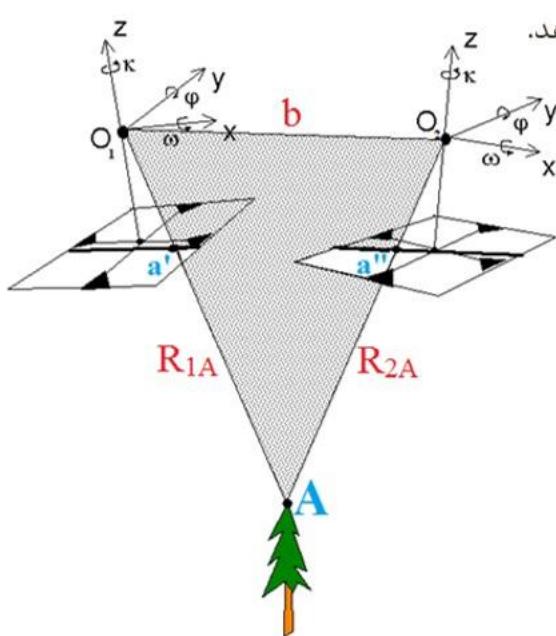


شرط هم صفحه‌ای

(Coplanarity Condition)



(136)



وقتی توجیه نسبی و یا تقاطع فضایی صورت

می‌گیرد، برای هر نقطه مثل A بردار R_{1A}

بردار R_{2A} را قطع می‌کند.

همچنین این دو بردار و باز هوایی (b) در یک

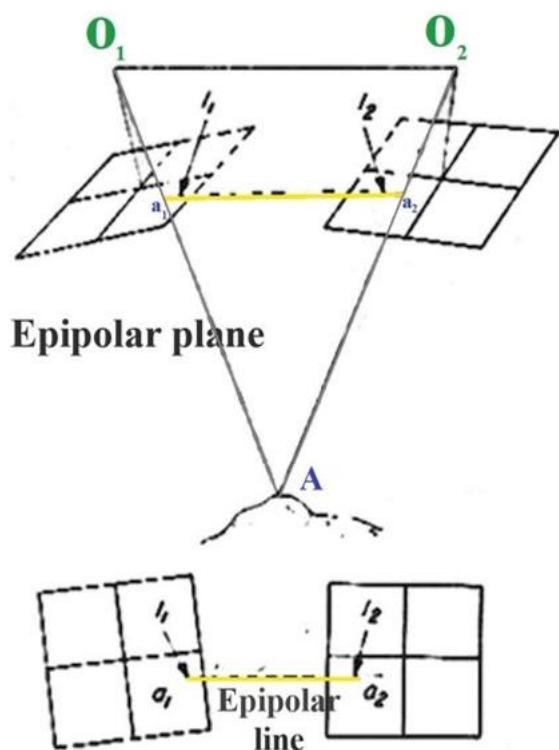
صفحه قرار خواهند داشت.

توجیه نسبی با معادله شرط هم صفحه ای

(Chapter 3)

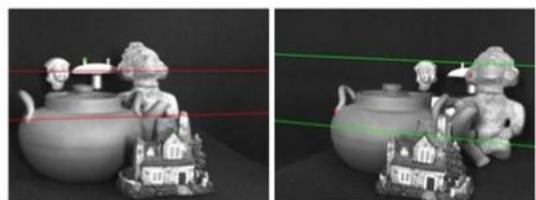
kiani

[137]



صفحه اپیپلار (Epipolar Plane)

صفحهای شامل دو شعاع نورانی نظیر یک نقطه زمینی یا مدلی، نقاط عکسی متناظر و مراکز تصویر دو عکس در دو لحظه عکسبرداری یا در دستگاههای تبدیل.



تصاویر چپ و راست و خطوط اپیپلار

توجیه نسبی با معادله شرط هم صفحه ای

(Chapter 3)

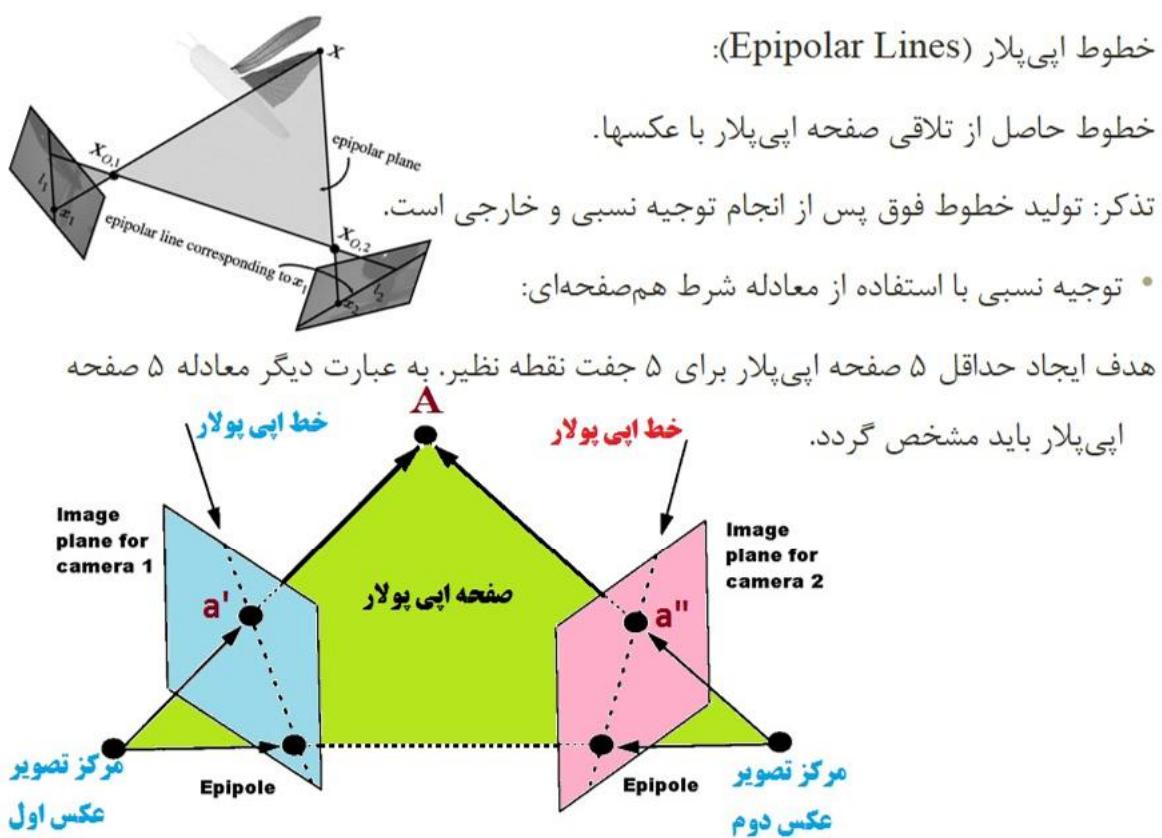
kiani

[138]

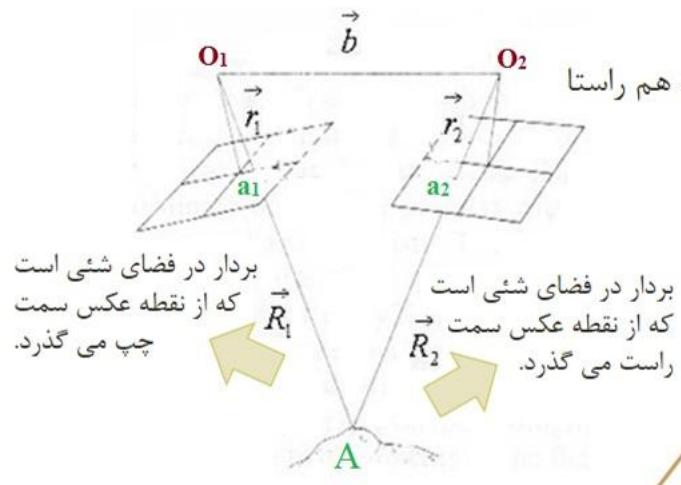
خطوط اپیپلار (Epipolar Lines)

خطوط حاصل از تلاقی صفحه اپیپلار با عکسها.

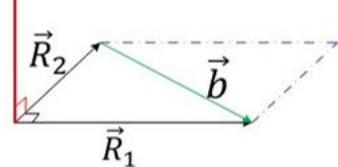
- تذکر: تولید خطوط فوق پس از انجام توجیه نسبی و خارجی است.
- توجیه نسبی با استفاده از معادله شرط هم صفحه ای:



توجیه نسبی با معادله شرط هم صفحه‌ای



$$\vec{C} = \vec{R}_1 \times \vec{R}_2 \quad \left\{ \begin{array}{l} \vec{b} \perp \vec{C} \rightarrow \vec{b} \cdot \vec{C} = 0 \\ \vec{b} \cdot (\vec{R}_1 \times \vec{R}_2) = 0 \end{array} \right.$$



فاصله بین مرکز تصویر (باز : b) در صورت هم راستا نبودن دو عکس دارای ۳ مولفه می‌باشد:

$$\vec{b} = \begin{bmatrix} b_x \\ b_y \\ b_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{o_2} - X_{o_1} \\ Y_{o_2} - Y_{o_1} \\ Z_{o_2} - Z_{o_1} \end{bmatrix}$$

معادله هر صفحه اپیپلار:

$$\vec{R}_{1i} = [X_{1i}, Y_{1i}, Z_{1i}]^T$$

$$\vec{R}_{2i} = [X_{2i}, Y_{2i}, Z_{2i}]^T$$

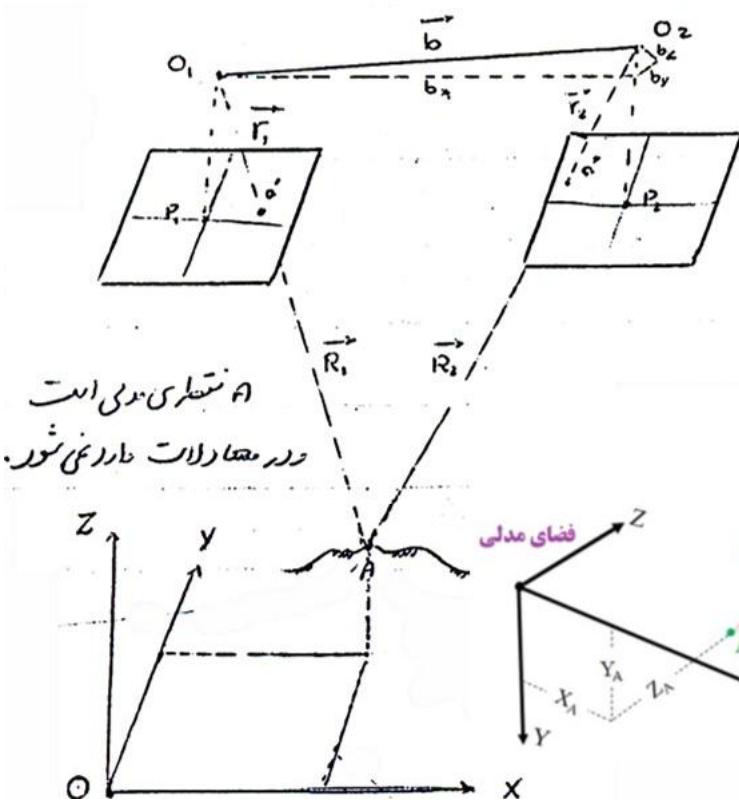
سیستم متعامد:

$$\begin{vmatrix} b_x & b_y & b_z \\ X_{1i} & Y_{1i} & Z_{1i} \\ X_{2i} & Y_{2i} & Z_{2i} \end{vmatrix} = 0 \quad , \quad i = 1, 2, \dots, 6 \quad [139]$$

(Chapter 3)

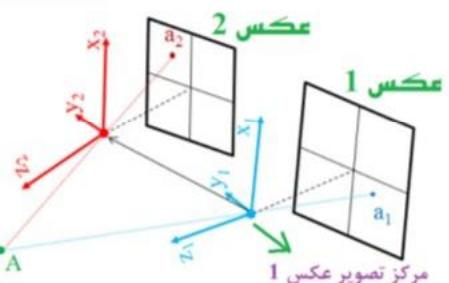
kiani

توجیه نسبی با معادله شرط هم صفحه‌ای



در شرط هم صفحه‌ای هدف این است که شعاعها را به فضای مدل ببریم.

مدل در توجیه نسبی محصول نهایی می‌باشد.



(Chapter 3)

kiani

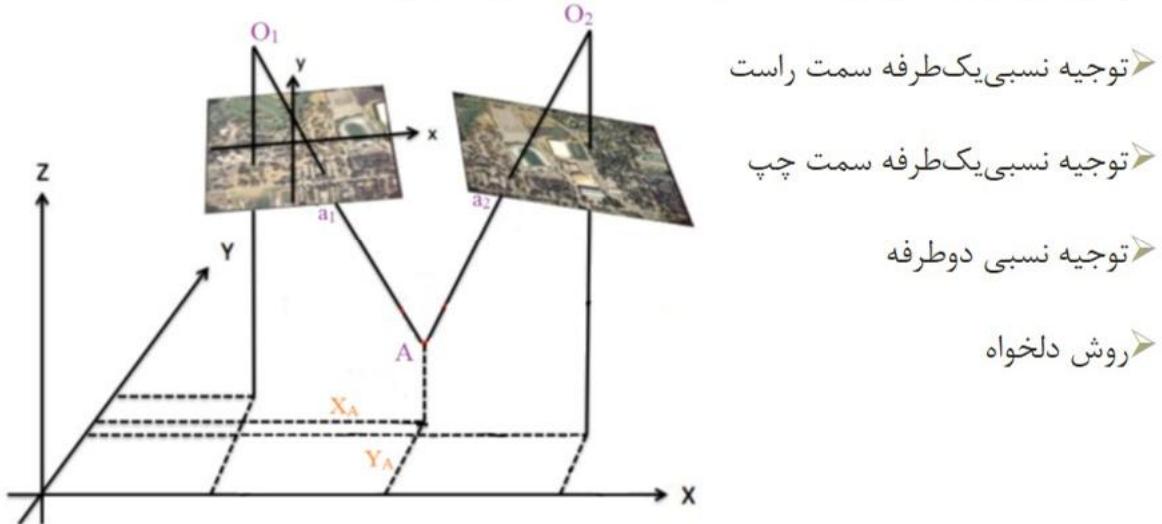
[140]

[141]

توجیه نسبی با معادله شرط هم صفحه ای

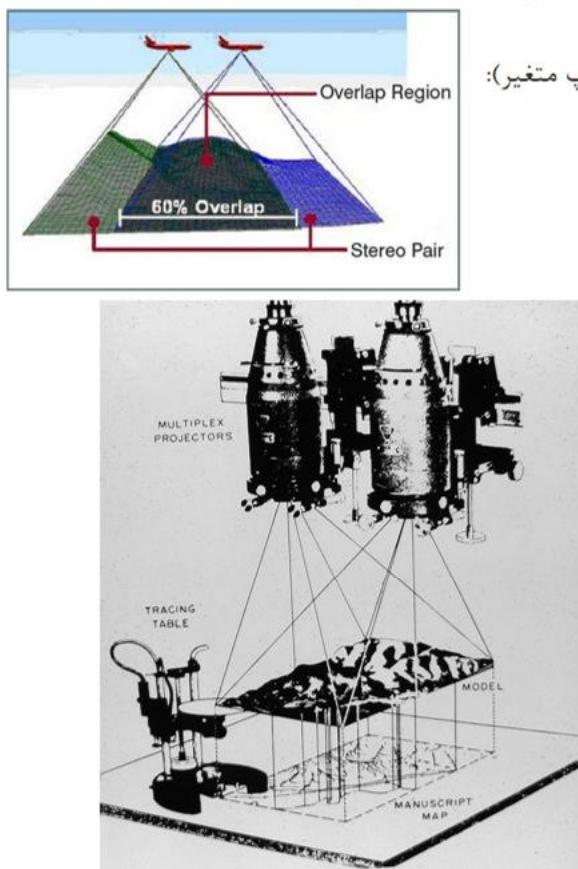
در شرط هم صفحه ای به ازای هر نقطه مدلی یک معادله داریم و در صورتی که تعداد مجھولات برابر ۵ می باشد در نتیجه برای حل حداقل به ۵ نقطه نیاز داریم. برای مثال برای ۲۰ نقطه مدلی، ۲۰ معادله داریم و ۵ مجھول در نتیجه درجه آزادی ۱۵ خواهد شد.

✓ روش های توجیه نسبی با استفاده از معادلات شرط هم صفحه ای:



[142]

توجیه نسبی با معادله شرط هم صفحه ای



• توجیه نسبی یک طرفه سمت چپ (راست ثابت و چپ متغیر):

$$\left. \begin{array}{l} x', y' \\ x'', y'' \end{array} \right\} \text{مشاهدهات}$$

$$d\omega', d\varphi', d\kappa', db_y, db_z \} \text{مجھولات}$$

$$\left. \begin{array}{l} x_o, y_o, f \\ \omega', \varphi', \kappa', by'', bz'', bx \end{array} \right\} \text{معلومات}$$

• توجیه نسبی یک طرفه سمت راست:

$$\left. \begin{array}{l} x', y' \\ x'', y'' \end{array} \right\} \text{مشاهدهات}$$

$$d\omega'', d\varphi'', \kappa'', db_y, db_z \} \text{مجھولات}$$

$$\left. \begin{array}{l} x_o, y_o, f \\ \omega', \varphi', \kappa', by', bz', bx \end{array} \right\} \text{معلومات}$$

• توجیه نسبی دو طرفه:

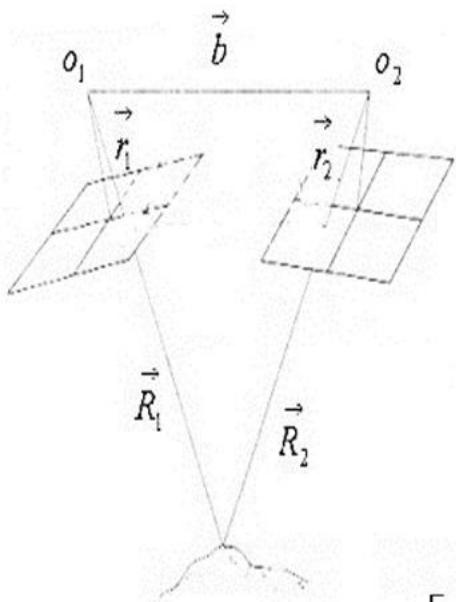
$$\left. \begin{array}{l} x', y' \\ x'', y'' \end{array} \right\} \text{مشاهدهات}$$

$$d\omega'', d\varphi', d\varphi'', d\kappa', d\kappa'' \} \text{مجھولات}$$

$$\left. \begin{array}{l} x_o, y_o, f \\ \omega', by', bz', bx \end{array} \right\} \text{معلومات}$$

[142]

توجیه نسبی با معادله شرط هم صفحه‌ای



معادله هر صفحه اپیپلار:

$$\vec{b} \cdot (\vec{R}_{1i} \times \vec{R}_{2i}) = 0$$

سیستم متعامد:

$$\begin{vmatrix} b_x & b_y & b_z \\ X_{1i} & Y_{1i} & Z_{1i} \\ X_{2i} & Y_{2i} & Z_{2i} \end{vmatrix} = 0 \quad , \quad i = 1, 2, \dots, 6$$

از طرفی برای نقطه آن عکس داریم:

$$\vec{R}_i = \lambda^{-1} \cdot M^T \cdot \vec{r}_i$$

در نتیجه برای عکس‌های چپ و راست داریم:

$$\vec{R}_{1i} = \lambda_1^{-1} \cdot M_1^T \cdot \vec{r}_{1i} = \lambda_1^{-1} \cdot M_1^T \begin{bmatrix} x - x_{o1} \\ y - y_{o1} \\ -f \end{bmatrix}_{1i} \quad \vec{R}_{2i} = \lambda_2^{-1} \cdot M_2^T \cdot \vec{r}_{2i} = \lambda_2^{-1} \cdot M_2^T \begin{bmatrix} x - x_{o2} \\ y - y_{o2} \\ -f \end{bmatrix}_{2i} \quad [143]$$

عکس سمت چپ

عکس سمت راست

(Chapter 3)

kiani

توجیه نسبی با معادله شرط هم صفحه‌ای

توجه: M_2^T با M_1^T متفاوت است آن هم به دلیل متفاوت بودن ω , φ , k در ۲ عکس است.

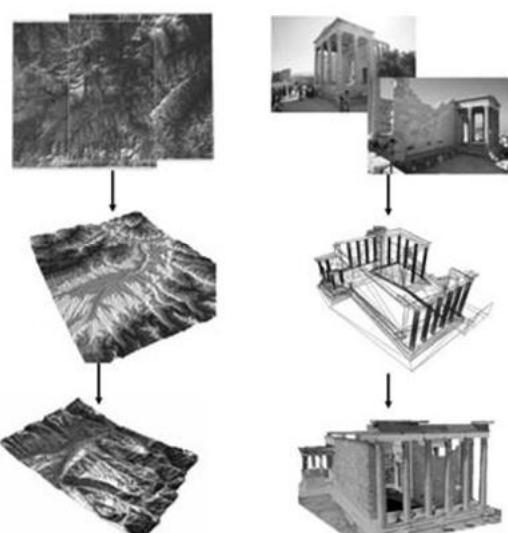
$$\vec{R}_{1i} = \lambda_1^{-1} \cdot M_1^T \cdot \vec{r}_{1i} = \lambda_1^{-1} \cdot M_1^T \begin{bmatrix} x_{1i} - x_{o1} \\ y_{1i} - y_{o1} \\ -f \end{bmatrix}$$

اگر برای عکس سمت چپ این معادلات را بنویسیم خواهیم داشت:

با فرض انجام توجیه داخلی خواهیم داشت:

$$\begin{pmatrix} X_{1i} \\ Y_{1i} \\ Z_{1i} \end{pmatrix} = \frac{1}{\lambda_1} \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} \end{bmatrix}^T \begin{pmatrix} x_{1i} \\ y_{1i} \\ -f \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} X_{1i} \\ Y_{1i} \\ Z_{1i} \end{pmatrix} = K_1 \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x_{1i} \\ y_{1i} \\ -f \end{pmatrix}$$



(Chapter 3)

kiani

[144]

توجیه نسبی وابسته سمت راست با معادله شرط هم صفحه ای

توجیه نسبی یک طرفه سمت راست:

مشاهدات $x', y', x'', y''\}$

مجھولات $d\omega'', d\varphi'', \kappa'', dby'', dbz''\}$

معلومات $x_o, y_o, f, \omega', \varphi', \kappa', by', bz', bx\}$

در حالت مطلوب دو عکس دارای مقیاس یکه هستند (ضریب

مقیاس عکس چپ و راست با هم برابر و برابریک است) در نتیجه

$$\lambda_1 = \lambda_2 = 1$$

$$\omega_1 = \varphi_1 = \kappa_1 = 0$$

$$\lambda_1 = \lambda_2 = 1$$

$$X_{o1} = Y_{o1} = 0$$

از طرفی در توجیه نسبی یک طرفه سمت راست، تغییرات

$$Z_{o1} = f$$

مقادیر توجیه نسبی برای عکس سمت چپ صفر است در نتیجه

$$b_x = X_{o2} - X_{o1} \Rightarrow db_x = 0 \quad Z_{o1} = f \quad \omega_1 = \varphi_1 = \kappa_1 = X_{o1} = Y_{o1} = 0$$

$$b_y = Y_{o2} - Y_{o1}; \quad \text{ما مدل است، چون می خواهیم شعاعها در مدل تقاطع Base}$$

$$b_z = Z_{o2} - Z_{o1}; \quad \text{نمایند.}$$

(Chapter 3)
kiani

[145]

توجیه نسبی یک طرفه سمت راست

$$F_i = \vec{b} \cdot (\vec{R}_{1i} \times \vec{R}_{2i}) = \begin{vmatrix} b_x & b_y & b_z \\ X_{1i} & Y_{1i} & Z_{1i} \\ X_{2i} & Y_{2i} & Z_{2i} \end{vmatrix} = 0$$

$$M = \begin{bmatrix} (\cos\varphi \cos\kappa) & (\cos\omega \sin\kappa + \sin\omega \sin\varphi \cos\kappa) & (\sin\omega \sin\kappa - \cos\omega \sin\varphi \cos\kappa) \\ (-\cos\varphi \sin\kappa) & (\cos\omega \cos\kappa - \sin\omega \sin\varphi \sin\kappa) & (\sin\omega \cos\kappa + \cos\omega \sin\varphi \sin\kappa) \\ (\sin\varphi) & (-\sin\omega \cos\varphi) & (\cos\omega \cos\varphi) \end{bmatrix}$$

$$M^T = \begin{bmatrix} (\cos\varphi \cos\kappa) & (-\cos\varphi \sin\kappa) & (\sin\varphi) \\ (\cos\omega \sin\kappa + \sin\omega \sin\varphi \cos\kappa) & (\cos\omega \cos\kappa - \sin\omega \sin\varphi \sin\kappa) & (-\sin\omega \cos\varphi) \\ (\sin\omega \sin\kappa - \cos\omega \sin\varphi \cos\kappa) & (\sin\omega \cos\kappa + \cos\omega \sin\varphi \sin\kappa) & (\cos\omega \cos\varphi) \end{bmatrix}$$

$$\vec{R}_{1i} = \lambda_1^{-1} \cdot M_1^T \cdot \vec{r}_{1i} = \frac{1}{\lambda_1} \cdot M_1^T \begin{pmatrix} x_{1i} \\ y_{1i} \\ -f \end{pmatrix}$$

عکس سمت چپ:
تغییرات توجیه نسبی برای عکس سمت
چپ صفر است چون مقادیر عناصر آنها
ثابت می باشند.

$$R_{1i} = \begin{pmatrix} X_{1i} \\ Y_{1i} \\ Z_{1i} \end{pmatrix} = \frac{1}{\lambda_1} \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} \end{bmatrix}^T \begin{pmatrix} x_{1i} \\ y_{1i} \\ -f \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} X_{1i} \\ Y_{1i} \\ Z_{1i} \end{pmatrix} = \frac{1}{\lambda_1} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T \begin{pmatrix} x_{1i} \\ y_{1i} \\ -f \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_{1i} \\ y_{1i} \\ -f \end{pmatrix}$$

(Chapter 3)

kiani

[146]

توجیه نسبی یک طرفه سمت راست

$$\vec{R}_{2i} = \lambda_2^{-1} \cdot M_2^T \cdot \vec{r}_{2i} = \frac{1}{\lambda_2} \cdot M_2^T \begin{pmatrix} x_{2i} \\ y_{2i} \\ -f \end{pmatrix}$$

عکس سمت راست:

$$\begin{pmatrix} X_{2i} \\ Y_{2i} \\ Z_{2i} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (\cos \varphi'') & \cos \kappa'' & (-\cos \varphi'') & \sin \kappa'' & (\sin \varphi'') \\ ... & ... & ... & (-\sin \omega'') & \cos \varphi'' \\ ... & ... & ... & (\cos \omega'') & \cos \varphi'' \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{2i} \\ y_{2i} \\ -f \end{pmatrix}$$

مختصات
مشاهداتی عکس
سمت راست

جهوی

$$\begin{pmatrix} X_{2i} \\ Y_{2i} \\ Z_{2i} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_{2i}(\cos \varphi'' & \cos \kappa'') \\ -y_{2i}(\cos \varphi'' & \sin \kappa'') \\ -f(\sin \varphi'') \\ x_{2i}(\cos \omega'' & \sin \kappa'' + \sin \omega'' & \sin \varphi'' & \cos \kappa'') \\ +y_{2i}(\cos \omega'' & \cos \kappa'' - \sin \omega'' & \sin \varphi'' & \sin \kappa'') \\ +f(\sin \omega'' & \cos \varphi'') \\ x_{2i}(\sin \omega'' & \sin \kappa'' - \cos \omega'' & \sin \varphi'' & \cos \kappa'') \\ +y_{2i}(\sin \omega'' & \cos \kappa'' + \cos \omega'' & \sin \varphi'' & \sin \kappa'') \\ -f(\cos \omega'' & \cos \varphi'') \end{pmatrix}$$

(Chapter 3)

kiani

[147]

توجیه نسبی یک طرفه سمت راست

محاسبه شده در اسلایدهای قبلی در F_i جایگذاری می‌شوند.

$$F_i = \begin{vmatrix} b_x & b_y & b_z \\ X_{1i} & Y_{1i} & Z_{1i} \\ X_{2i} & Y_{2i} & Z_{2i} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} b_x & b_y & b_z \\ x_{1i} & y_{1i} & -f \\ X_{2i} & Y_{2i} & Z_{2i} \end{vmatrix} = 0$$

$$F_i = (b_x \cdot y_{1i} - b_y \cdot x_{1i})Z_{2i} + (b_x f + b_z \cdot x_{1i})Y_{2i} - (b_y f + b_z \cdot y_{1i})X_{2i} = 0$$

در ادامه Z_{2i} و Y_{2i} نیز باید در F_i جایگذاری می‌شوند.

همان‌طور که مشاهده می‌کنید در این روش مختصات مدلی کاربردی ندارد.

عمل تقاطع در فضای مدلی صورت می‌گیرد (یعنی شعاع‌ها به فضای زمین نمی‌روند).

معادلات شرط هم‌صفحه‌ای صرفا در توجیه نسبی کاربرد دارند، چون مختصات شئی در

(Chapter 3)

kiani

[148]

آن‌ها به کار نمی‌روند و مختصات عکسی را در خود دارند.

توجیه نسبی یک طرفه سمت راست

$$F_i = (b_x \cdot y_{1i} - b_y \cdot x_{1i}) Z_{2i} + (b_x f + b_z \cdot x_{1i}) Y_{2i} - (b_y f + b_z \cdot y_{1i}) X_{2i} = 0$$

معادله‌ی فوق معادله‌ی کلی شرط هم‌صفحه‌ای بر اساس توجیه نسبی یک طرفه سمت راست است.

$$(F^o_i)_{r \times 1} + [A]_{r \times n} \times (V)_{n \times 1} + [B]_{r \times u} (\Delta)_{u \times 1} = 0_{r \times 1}$$

مشتق نسبت به مشاهدات

$$[A_i] = \begin{bmatrix} \frac{\partial F_i}{\partial x_{1i}} & \frac{\partial F_i}{\partial y_{1i}} & \frac{\partial F_i}{\partial x_{2i}} & \frac{\partial F_i}{\partial y_{2i}} \end{bmatrix} \quad [B_i] = \begin{bmatrix} \frac{\partial F_i}{\partial b y_2} & \frac{\partial F_i}{\partial b z_2} & \frac{\partial F_i}{\partial \omega_2} & \frac{\partial F_i}{\partial \varphi_2} & \frac{\partial F_i}{\partial k_2} \end{bmatrix}$$

ماتریس باقیمانده مشاهدات

$$(V_i) = \begin{bmatrix} V_{x_1} \\ V_{y_1} \\ V_{x_2} \\ V_{y_2} \end{bmatrix} \quad (\Delta) = \begin{bmatrix} \delta b y_2 \\ \delta b z_2 \\ \delta \omega_2 \\ \delta \varphi_2 \\ \delta \kappa_2 \end{bmatrix} \quad [149]$$

مشتق نسبت به مجہولات

(Chapter 3)

kiani

ماتریس باقیمانده مجہولات

توجیه نسبی یک طرفه سمت راست

مشتق نسبت به مولفه‌ی y در
عکس دوم برای نقطه اول

$$[A_i] = \begin{bmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial x_{11}} & \frac{\partial F_1}{\partial y_{11}} & \frac{\partial F_1}{\partial x_{21}} & \frac{\partial F_1}{\partial y_{21}} & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial F_2}{\partial x_{12}} & \frac{\partial F_2}{\partial y_{12}} & \frac{\partial F_2}{\partial x_{22}} & \frac{\partial F_2}{\partial y_{22}} & & \\ \vdots & & & & \ddots & & & & & \\ \vdots & & & & & \ddots & & & & \\ \vdots & & & & & & \ddots & & & & \end{bmatrix}_{r \times n} \quad V = \begin{bmatrix} V_{x_{11}} \\ V_{y_{11}} \\ V_{x_{21}} \\ V_{y_{21}} \\ \vdots \\ \vdots \end{bmatrix}_{n \times 1}$$

نقطه دوم

برای F_i باید مقدار اولیه (F_i^o) در نظر بگیریم.

(Chapter 3)

kiani

$$[B_i] = \begin{bmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial b y_2} & \frac{\partial F_1}{\partial b z_2} & \frac{\partial F_1}{\partial \omega_2} & \frac{\partial F_1}{\partial \varphi_2} & \frac{\partial F_1}{\partial k_2} \\ \frac{\partial F_2}{\partial b y_2} & \frac{\partial F_2}{\partial b z_2} & \frac{\partial F_2}{\partial \omega_2} & \frac{\partial F_2}{\partial \varphi_2} & \frac{\partial F_2}{\partial k_2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix}_{r \times u} \quad \Delta = \begin{bmatrix} d b y' \\ d b z' \\ d \omega' \\ d \varphi' \\ d \kappa' \end{bmatrix}_{u \times 1} \quad F^o_i = \begin{bmatrix} F^o_1 \\ F^o_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ F^o_i \end{bmatrix}_{r \times 1} \quad [150]$$

تجیه نسبی یک طرفه سمت راست

برای V مقادیری مانند $1 \dots 0$ در نظر داریم، عبارتی هدفمان این است که این V ها را به حد آستانه (threshold) نزدیک کنیم.

$$F_i = (F_{oi})_{r \times 1} + [A]_{r \times n} \times (V)_{n \times 1} + [B]_{r \times u} (\Delta)_{u \times 1} = 0_{r \times 1}, \quad \begin{cases} n = 4 \times r \\ u = 5 \end{cases}$$

در معادله فوق n تعداد مشاهدات، u تعداد مجھولات (در اینجا برای توجیه نسبی برابر ۵) و r تعداد معادلات شرط برای هر دو مشاهده عکسی (x و y عکس چپ یا راست) مربوط به یک نقطه می‌باشد.

شکل عمومی معادلات مشاهداتی برای مختصات عکسی (x^i, y^i, x''^i, y''^i) است، به عبارتی به ازای هر نقطه چهار معادله خواهیم داشت، ۲ معادله در عکس چپ و دو معادله در عکس راست

$M = (A^T p^{-1} A)$ تصحیحات Δ به مقادیر تقریبی اولیه اضافه شده و به ازای مقادیر جدید،

$N = (B^T M^{-1} B)$ ضرایب A_i ، B_i و F_i محاسبه می‌شوند و مجدد Δ بدست می‌آید.

$\Delta = -N^{-1} B^T M^{-1} F_0$ این عمل را آنقدر تکرار می‌کنیم تا به جواب مناسب برسیم.

$$\Delta = -[B^T (A^T p^{-1} A)^{-1} B]^{-1} B^T (A^T p^{-1} A)^{-1} F_0$$

(Chapter 3)

kiani

[151]

تجیه نسبی یک طرفه سمت راست

$$F_i = \begin{vmatrix} b_x & b_y & b_z \\ x_{1i} & y_{1i} & f \\ X_{2i} & Y_{2i} & Z_{2i} \end{vmatrix} = 0 \quad R_{2i} = \begin{bmatrix} X_{2i} \\ Y_{2i} \\ Z_{2i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{2i}(\cos\varphi'' \cos\kappa'') - y_{2i}(\cos\varphi'' \sin\kappa'') - f(\sin\varphi'') \\ x_{2i}(\cos\omega'' \sin\kappa'' + \sin\omega'' \sin\varphi'' \cos\kappa'') \\ + y_{2i}(\cos\omega'' \cos\kappa'' - \sin\omega'' \sin\varphi'' \sin\kappa'') \\ + f(\sin\omega'' \cos\varphi'') \\ x_{2i}(\sin\omega'' \sin\kappa'' - \cos\omega'' \sin\varphi'' \cos\kappa'') \\ + y_{2i}(\sin\omega'' \cos\kappa'' + \cos\omega'' \sin\varphi'' \sin\kappa'') \\ - f(\cos\omega'' \cos\varphi'') \end{bmatrix}$$

مشتق جزیی نسبت به مشاهدات

$$\frac{\partial F_i}{\partial x_{1i}} = \begin{bmatrix} bx & by & bz \\ 1 & 0 & 0 \\ x_{2i} & y_{2i} & z_{2i} \end{bmatrix} = (bz \cdot y_{2i} - by \cdot z_{2i})$$

$$\frac{\partial F_i}{\partial x_{2i}} = \begin{bmatrix} bx & by & bz \\ x_{1i} & y_{1i} & -f \\ \cos\phi \cos\kappa & \cos\omega \sin\kappa & \sin\omega \sin\kappa \\ +\sin\omega \sin\phi \cos\kappa & -\cos\omega \sin\phi \cos\kappa & \end{bmatrix}$$

$$\frac{\partial F_i}{\partial y_{1i}} = \begin{bmatrix} bx & by & bz \\ 0 & 1 & 0 \\ x_{2i} & y_{2i} & z_{2i} \end{bmatrix} = (bx \cdot z_{2i} - bz \cdot x_{2i})$$

$$\frac{\partial F_i}{\partial y_{2i}} = \begin{bmatrix} bx & by & bz \\ x_{1i} & y_{1i} & -f \\ -\cos\varphi'' \sin\kappa'' & \cos\omega'' \cos\kappa'' & \sin\omega'' \cos\kappa'' + \cos\omega'' \sin\varphi'' \sin\kappa'' \\ -\sin\omega'' \sin\varphi'' \sin\kappa'' & \sin\omega'' \sin\varphi'' \cos\kappa'' & \end{bmatrix}$$

(Chapter 3)

kiani

[152]

تجیه نسبی یک طرفه سمت راست

$$F_i = \begin{vmatrix} b_x & b_y & b_z \\ x_{1i} & y_{1i} & -f \\ X_{2i} & Y_{2i} & Z_{2i} \end{vmatrix} = 0 \quad R_{2i} = \begin{bmatrix} X_{2i} \\ Y_{2i} \\ Z_{2i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{2i}(\cos\varphi'' \cos\kappa'') - y_{2i}(\cos\varphi'' \sin\kappa'') - f(\sin\varphi'') \\ x_{2i}(\cos\omega'' \sin\kappa'' + \sin\omega'' \sin\varphi'' \cos\kappa'') \\ + y_{2i}(\cos\omega'' \cos\kappa'' - \sin\omega'' \sin\varphi'' \sin\kappa'') \\ + f(\sin\omega'' \cos\varphi'') \\ x_{2i}(\sin\omega'' \sin\kappa'' - \cos\omega'' \sin\varphi'' \cos\kappa'') \\ + y_{2i}(\sin\omega'' \cos\kappa'' + \cos\omega'' \sin\varphi'' \sin\kappa'') \\ - f(\cos\omega'' \cos\varphi'') \end{bmatrix}$$

مشتق جزیی نسبت به مجهولات

$$\frac{\partial F_i}{\partial b y_2} = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 \\ x_{1i} & y_{1i} & -f \\ X_{2i} & Y_{2i} & Z_{2i} \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} x_{1i} & -f \\ X_{2i} & Z_{2i} \end{vmatrix}$$

$$\frac{\partial F_i}{\partial b z_2} = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ x_{1i} & y_{1i} & -f \\ X_{2i} & Y_{2i} & Z_{2i} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x_{1i} & y_{1i} \\ X_{2i} & Y_{2i} \end{vmatrix} \quad [153]$$

تجیه نسبی یک طرفه سمت راست

$$F_i = \begin{vmatrix} b_x & b_y & b_z \\ x_{1i} & y_{1i} & -f \\ X_{2i} & Y_{2i} & Z_{2i} \end{vmatrix} = 0 \quad R_{2i} = \begin{bmatrix} X_{2i} \\ Y_{2i} \\ Z_{2i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{2i}(\cos\varphi'' \cos\kappa'') - y_{2i}(\cos\varphi'' \sin\kappa'') - f(\sin\varphi'') \\ x_{2i}(\cos\omega'' \sin\kappa'' + \sin\omega'' \sin\varphi'' \cos\kappa'') \\ + y_{2i}(\cos\omega'' \cos\kappa'' - \sin\omega'' \sin\varphi'' \sin\kappa'') \\ + f(\sin\omega'' \cos\varphi'') \\ x_{2i}(\sin\omega'' \sin\kappa'' - \cos\omega'' \sin\varphi'' \cos\kappa'') \\ + y_{2i}(\sin\omega'' \cos\kappa'' + \cos\omega'' \sin\varphi'' \sin\kappa'') \\ - f(\cos\omega'' \cos\varphi'') \end{bmatrix}$$

$$\frac{\partial F_i}{\partial \omega_2} = \begin{vmatrix} b_x & b_y & b_z \\ x_{1i} & y_{1i} & -f \\ \frac{\partial X_{2i}}{\partial \omega_2} & \frac{\partial Y_{2i}}{\partial \omega_2} & \frac{\partial Z_{2i}}{\partial \omega_2} \end{vmatrix} \quad \frac{\partial x_{2i}}{\partial \omega_2} = 0$$

$$\frac{\partial y_{2i}}{\partial \omega_2} = x_{2i}(\cos\omega \sin\phi \cos\kappa - \sin\omega \sin\kappa) \\ - y_{2i}(\sin\omega \cos\kappa + \cos\omega \sin\phi \sin\kappa) + f \cos\omega \cos\phi$$

$$\frac{\partial z_{2i}}{\partial \omega_2} = x_{2i}(\cos\omega \sin\kappa + \sin\omega \sin\phi \cos\kappa) \\ + y_{2i}(\cos\omega \cos\kappa - \sin\omega \sin\phi \sin\kappa) + f \sin\omega \cos\phi$$

تجیه نسبی بکطرفه سمت راست

$$F_i = \begin{vmatrix} b_x & b_y & b_z \\ x_{1i} & y_{1i} & -f \\ X_{2i} & Y_{2i} & Z_{2i} \end{vmatrix} = 0 \quad R_{2i} = \begin{bmatrix} X_{2i} \\ Y_{2i} \\ Z_{2i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{2i}(\cos\varphi'' \cos\kappa'') - y_{2i}(\cos\varphi'' \sin\kappa'') - f(\sin\varphi'') \\ x_{2i}(\cos\omega'' \sin\kappa'' + \sin\omega'' \sin\varphi'' \cos\kappa'') \\ + y_{2i}(\cos\omega'' \cos\kappa'' - \sin\omega'' \sin\varphi'' \sin\kappa'') \\ + f(\sin\omega'' \cos\varphi'') \\ x_{2i}(\sin\omega'' \sin\kappa'' - \cos\omega'' \sin\varphi'' \cos\kappa'') \\ + y_{2i}(\sin\omega'' \cos\kappa'' + \cos\omega'' \sin\varphi'' \sin\kappa'') \\ - f(\cos\omega'' \cos\varphi'') \end{bmatrix}$$

$$\frac{\partial F_i}{\partial \varphi_2} = \begin{vmatrix} b_x & b_y & b_z \\ x_{1i} & y_{1i} & -f \\ \frac{\partial X_{2i}}{\partial \varphi_2} & \frac{\partial Y_{2i}}{\partial \varphi_2} & \frac{\partial Z_{2i}}{\partial \varphi_2} \end{vmatrix}$$

$$\frac{\partial x_{2i}}{\partial \varphi_2} = -x_{2i} \sin\varphi \cos\kappa + y_{2i} \sin\varphi \sin\kappa - f \cos\varphi$$

$$\frac{\partial y_{2i}}{\partial \varphi_2} = x_{2i} \sin\omega \cos\varphi \cos\kappa - y_{2i} \sin\omega \cos\varphi \sin\kappa - f \sin\omega \sin\varphi \quad [155]$$

$$\frac{\partial z_{2i}}{\partial \varphi_2} = -x_{2i} \cos\omega \cos\varphi \cos\kappa + y_{2i} \cos\omega \cos\varphi \sin\kappa + f \cos\omega \sin\varphi$$

تجیه نسبی بکطرفه سمت راست

$$F_i = \begin{vmatrix} b_x & b_y & b_z \\ x_{1i} & y_{1i} & -f \\ X_{2i} & Y_{2i} & Z_{2i} \end{vmatrix} = 0 \quad R_{2i} = \begin{bmatrix} X_{2i} \\ Y_{2i} \\ Z_{2i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{2i}(\cos\varphi'' \cos\kappa'') - y_{2i}(\cos\varphi'' \sin\kappa'') - f(\sin\varphi'') \\ x_{2i}(\cos\omega'' \sin\kappa'' + \sin\omega'' \sin\varphi'' \cos\kappa'') \\ + y_{2i}(\cos\omega'' \cos\kappa'' - \sin\omega'' \sin\varphi'' \sin\kappa'') \\ + f(\sin\omega'' \cos\varphi'') \\ x_{2i}(\sin\omega'' \sin\kappa'' - \cos\omega'' \sin\varphi'' \cos\kappa'') \\ + y_{2i}(\sin\omega'' \cos\kappa'' + \cos\omega'' \sin\varphi'' \sin\kappa'') \\ - f(\cos\omega'' \cos\varphi'') \end{bmatrix}$$

$$\frac{\partial F_i}{\partial \kappa_2} = \begin{vmatrix} b_x & b_y & b_z \\ x_{1i} & y_{1i} & -f \\ \frac{\partial X_{2i}}{\partial \kappa_2} & \frac{\partial Y_{2i}}{\partial \kappa_2} & \frac{\partial Z_{2i}}{\partial \kappa_2} \end{vmatrix}$$

$$\frac{\partial x_{2i}}{\partial \kappa_2} = -x_{2i} \cos\varphi \sin\kappa - y_{2i} \cos\varphi \cos\kappa$$

$$\frac{\partial y_{2i}}{\partial \kappa_2} = x_{2i}(\cos\omega \cos\kappa - \sin\omega \sin\varphi \sin\kappa) - y_{2i}(\cos\omega \sin\kappa + \sin\omega \sin\varphi \cos\kappa) \quad [156]$$

$$\frac{\partial z_{2i}}{\partial \kappa_2} = x_{2i}(\sin\omega \cos\kappa + \cos\omega \sin\varphi \sin\kappa) - y_{2i}(\sin\omega \sin\kappa - \cos\omega \sin\varphi \cos\kappa)$$

(Chapter 3)

kiani

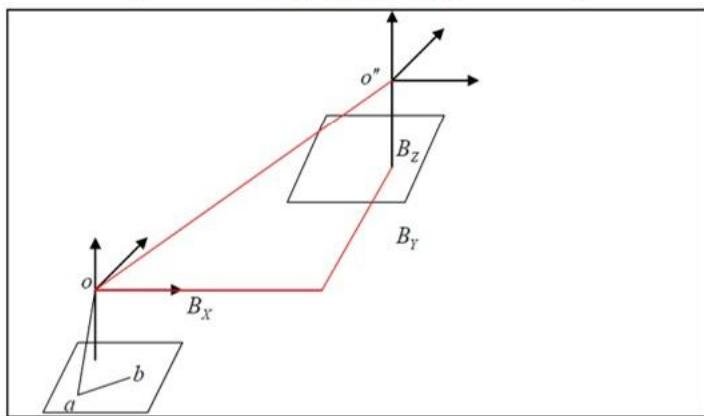
(Chapter 3)

kiani

مثال

در صورتی که مولفه‌های باز عکس برداری، یک زوج عکس برابر با : $B_y = 2\text{ mm}$, $B_z = 2\text{ mm}$ و $x = 1/253\text{ mm}$ در نظر گرفته شود و مختصات نقطه a در عکس چپ برابر با $B_x = 90\text{ mm}$ باشد، در روی همین عکس اگر مولفه x نقطه b برابر با 100.112 mm باشد، در روی همین عکس اگر مولفه y نقطه b برابر با -90.891 mm باشد، در روی همین عکس اگر مولفه z نقطه b برابر با 0 mm باشد، ملاحظه گردد، مولفه y این نقطه چقدر باید باشد تا این نقطه بر روی خط اپیپلار واقع شود؟ (توجه: دروان‌های دوربین صفر در نظر گرفته شده)

($\omega' = \omega'' = \varphi' = \varphi'' = k' = k'' = 0$) فاصله کانونی دوربین $f = 150\text{ mm}$ می‌باشد.)



- الف) -92.812
ب) -91.273
ج) -90.025
د) -88.114

(Chapter 3)
kiani



مثال

$$\begin{vmatrix} b_x & b_y & b_z \\ x_a & y_a & -f \\ x_b & y_b & -f \end{vmatrix} = 0$$

معادله صفحه اپیپلار برابر است با:
با استفاده از اطلاعات مسئله خواهیم داشت:

$$(b_x, b_y, b_z) = (90\text{ mm}, 2\text{ mm}, 2\text{ mm})$$

همچنین مختصات نقطه a برابر است با:

$$(1/253\text{ mm}, -90/891\text{ mm}, -150\text{ mm}) = (x_a, y_a, z_a)$$

برای نقطه b مجهول است اما برای x و z آن خواهیم داشت:

$$(100/112\text{ mm}, ???\text{ mm}, -150\text{ mm}) = (x_b, y_b, z_b)$$

با گرفتن دترمینان از ماتریس زیر مقدار y بدست می‌آید:

$$\begin{vmatrix} 90\text{ mm} & 2\text{ mm} & 2\text{ mm} \\ 1.253\text{ mm} & -90.891\text{ mm} & -150\text{ mm} \\ 100.112\text{ mm} & y_2 & -150\text{ mm} \end{vmatrix} = 0$$

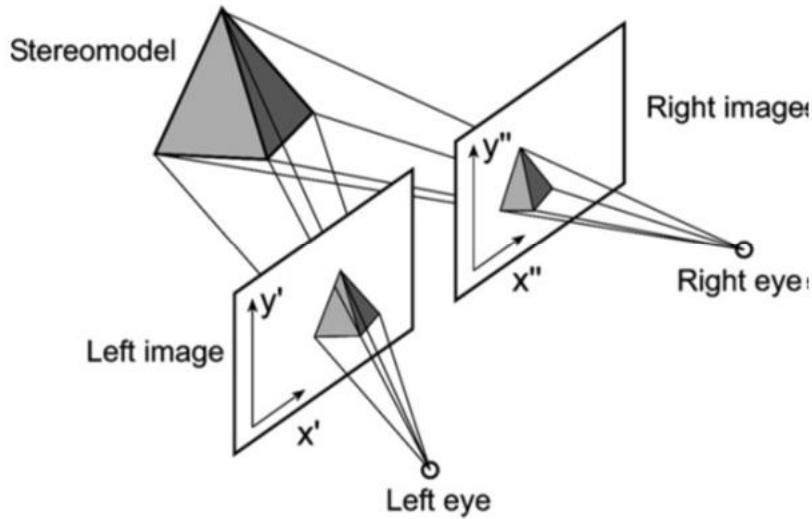
(Chapter 3)
kiani



(158)

تمرین

❖ مراحل قبل را برای توجیه نسبی شرط هم‌صفحه‌ای یک‌طرفه چپ انجام دهید.



kiani
(Chapter 3)

[159]



توجیه نسبی دو‌طرفه

* توجیه نسبی دو‌طرفه

$$\begin{matrix} x', y' \\ x'', y'' \end{matrix} \left. \begin{array}{l} \text{مشاهدات} \\ \text{مجهولات} \end{array} \right\}$$

$$d\omega'', d\varphi', d\varphi'', d\kappa', d\kappa'' \left. \begin{array}{l} \text{مجهولات} \end{array} \right\}$$

$$\begin{matrix} x_o, y_o, f \\ \omega', by, bz, bx \end{matrix} \left. \begin{array}{l} \text{معلومات} \end{array} \right\}$$

$$F_i = \vec{b} \cdot (\vec{R}_{1i} \times \vec{R}_{2i}) = \begin{vmatrix} b_x & b_y & b_z \\ X_{1i} & Y_{1i} & Z_{1i} \\ X_{2i} & Y_{2i} & Z_{2i} \end{vmatrix} = 0$$

$$\vec{R}_{1i} = M_1^T \vec{r}_{1i} \quad \vec{R}_{2i} = M_2^T \vec{r}_{2i}$$

$$M^T = \begin{bmatrix} (\cos\varphi \cos\kappa) & (-\cos\varphi \sin\kappa) & (\sin\varphi) \\ (\cos\omega \sin\kappa + \sin\omega \sin\varphi \cos\kappa) & (\cos\omega \cos\kappa - \sin\omega \sin\varphi \sin\kappa) & (-\sin\omega \cos\varphi) \\ (\sin\omega \sin\kappa - \cos\omega \sin\varphi \cos\kappa) & (\sin\omega \cos\kappa + \cos\omega \sin\varphi \sin\kappa) & (\cos\omega \cos\varphi) \end{bmatrix} [160]$$

kiani
(Chapter 3)

توجیه نسبی دوطرفه

برای عکس چپ داریم $\omega' = 0$ بنابراین $d\omega' = 0$, خواهیم داشت.

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} X_{1i} \\ Y_{1i} \\ Z_{1i} \end{pmatrix} &= \begin{bmatrix} (\cos \varphi' \cos \kappa') & (-\cos \varphi' \sin \kappa') & (\sin \varphi') \\ \sin \kappa' & \cos \kappa' & 0 \\ (-\sin \varphi' \cos \kappa') & (\sin \varphi' \sin \kappa') & \cos \varphi' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{1i} \\ y_{1i} \\ -f \end{bmatrix} \\ R_{1i} &= \begin{pmatrix} X_{1i} \\ Y_{1i} \\ Z_{1i} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} x_{1i}(\cos \varphi' \cos \kappa') & -y_{1i}(\cos \varphi' \sin \kappa') & -f \cdot \sin \varphi' \\ x_{1i} \cdot \sin \kappa' + y_{1i} \cdot \cos \kappa' & & \\ x_{1i}(-\sin \varphi' \cos \kappa') + y_{1i}(\sin \varphi' \sin \kappa') & -f \cdot \cos \varphi' & \end{bmatrix} \quad \text{جهولات} \\ \vec{R}_{2i} &= M_2^T \vec{r}_{2i} \quad \begin{bmatrix} X_{2i} \\ Y_{2i} \\ Z_{2i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{2i}(\cos \varphi'' \cos \kappa'') - y_{2i}(\cos \varphi'' \sin \kappa'') - f(\sin \varphi'') \\ x_{2i}(\cos \omega'' \sin \kappa'' + \sin \omega'' \sin \varphi'' \cos \kappa'') \\ + y_{2i}(\cos \omega'' \cos \kappa'' - \sin \omega'' \sin \varphi'' \sin \kappa'') \\ + f(\sin \omega'' \cos \varphi'') \\ x_{2i}(\sin \omega'' \sin \kappa'' - \cos \omega'' \sin \varphi'' \cos \kappa'') \\ + y_{2i}(\sin \omega'' \cos \kappa'' + \cos \omega'' \sin \varphi'' \sin \kappa'') \\ - f(\cos \omega'' \cos \varphi'') \end{bmatrix} \quad [161] \end{aligned}$$

(Chapter 3)

kiani

[161]

توجیه نسبی دوطرفه

$$F_i = \vec{b} \cdot (\vec{R}_{1i} \times \vec{R}_{2i}) = \begin{vmatrix} b_x & b_y & b_z \\ X_{1i} & Y_{1i} & Z_{1i} \\ X_{2i} & Y_{2i} & Z_{2i} \end{vmatrix} = 0$$

برای هر سطری بست دهیم جواب دترمینان یکی است:

$$F_i = (b_y Z_{1i} - b_z Y_{1i}) X_{2i} - (b_x Z_{1i} - b_z X_{1i}) Y_{2i} + (b_x Y_{1i} - b_y X_{1i}) Z_{2i} = 0$$

در این معادله به جای Z_{2i} , Y_{2i} , X_{2i} و Z_{1i} , Y_{1i} , X_{1i} مقادیر محاسبه شده در اسلاید قبلی در F_i

جایگذاری می‌شوند.

در این معادله ۵ مجهول $\omega'', \varphi'', k', \varphi'$ و b_x, b_y, b_z داریم و مابقی معلومند.

(Chapter 3)

kiani

[162]

توجیه نسبی دو طرفه

$$F_i = (b_y \cdot Z_{1i} - b_z \cdot Y_{1i}) X_{2i} - (b_x \cdot Z_{1i} - b_z \cdot X_{1i}) Y_{2i} + (b_x \cdot Y_{1i} - b_y \cdot X_{1i}) Z_{2i} = 0$$

معادله‌ی فوق معادله‌ی شرط هم‌صفحه‌ای بر اساس توجیه نسبی یک‌طرفه سمت راست است.

$$(F^o_i)_{r \times 1} + [A]_{r \times n} \times (V)_{n \times 1} + [B]_{r \times u} (\Delta)_{u \times 1} = 0_{r \times 1}$$

مشتق نسبت به مشاهدات

$$[A_i] = \begin{bmatrix} \frac{\partial F_i}{\partial x_{1i}} & \frac{\partial F_i}{\partial y_{1i}} & \frac{\partial F_i}{\partial x_{2i}} & \frac{\partial F_i}{\partial y_{2i}} \end{bmatrix} \quad [B_i] = \begin{bmatrix} \frac{\partial F_i}{\partial k''} & \frac{\partial F_i}{\partial k'} & \frac{\partial F_i}{\partial \varphi''} & \frac{\partial F_i}{\partial \varphi'} & \frac{\partial F_i}{\partial \omega''} \end{bmatrix}$$

ماتریس باقیمانده مشاهدات

$$(V_i) = \begin{bmatrix} V_{x_1} \\ V_{y_1} \\ V_{x_2} \\ V_{y_2} \end{bmatrix} \quad (\Delta) = \begin{bmatrix} \delta k'' \\ \delta k' \\ \delta \varphi'' \\ \delta \varphi' \\ \delta \omega'' \end{bmatrix}$$

مشتق نسبت به مجهولات

(Chapter 3)

kiani

[163]

مشتق نسبت به مولفه‌ی y در
عکس دوم برای نقطه اول

توجیه نسبی دو طرفه

$$[A_i] = \begin{bmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial x_{11}} & \frac{\partial F_1}{\partial y_{11}} & \frac{\partial F_1}{\partial x_{21}} & \frac{\partial F_1}{\partial y_{21}} & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial F_2}{\partial x_{12}} & \frac{\partial F_2}{\partial y_{12}} & \frac{\partial F_2}{\partial x_{22}} & \frac{\partial F_2}{\partial y_{22}} & & \\ \vdots & & & & \ddots & & & & & \\ \vdots & & & & & \ddots & & & & \\ \vdots & & & & & & \ddots & & & & \end{bmatrix}_{r \times n} \quad V = \begin{bmatrix} V_{x_{11}} \\ V_{y_{11}} \\ V_{x_{21}} \\ V_{y_{21}} \\ \vdots \\ \vdots \end{bmatrix}_{n \times 1}$$

نقطه دوم

برای F_i باید مقدار اولیه (F_i^o) در نظر بگیریم.

$$[B_i] = \begin{bmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial k''} & \frac{\partial F_1}{\partial k'} & \frac{\partial F_1}{\partial \varphi''} & \frac{\partial F_1}{\partial \varphi'} & \frac{\partial F_1}{\partial \omega''} \\ \frac{\partial F_2}{\partial k''} & \frac{\partial F_2}{\partial k'} & \frac{\partial F_2}{\partial \varphi''} & \frac{\partial F_2}{\partial \varphi'} & \frac{\partial F_2}{\partial \omega''} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \end{bmatrix}_{r \times u} \quad \Delta = \begin{bmatrix} \delta k'' \\ \delta k' \\ \delta \varphi'' \\ \delta \varphi' \\ \delta \omega'' \end{bmatrix}_{u \times 1} \quad F^o_i = \begin{bmatrix} F^o_1 \\ F^o_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ F^o_i \end{bmatrix}_{r \times 1}$$

(Chapter 3)

kiani

[164]

توجیه نسبی دوطرفه

مشتق جزیی نسبت به مشاهدات

با توجه به مقادیر Z_{1i}, Y_{1i}, X_{1i} محاسبه شده در اسلایدهای قبلی خواهیم داشت:

$$\begin{pmatrix} X_{1i} \\ Y_{1i} \\ Z_{1i} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_{1i}(\cos\varphi' \cos\kappa') & -y_{1i}(\cos\varphi' \sin\kappa') & -f \cdot \sin\varphi' \\ x_{1i} \cdot \sin\kappa' + y_{1i} \cdot \cos\kappa' & & \\ x_{1i}(-\sin\varphi' \cos\kappa') & +y_{1i}(\sin\varphi' \sin\kappa') & -f \cdot \cos\varphi' \end{pmatrix}$$

$$\frac{\partial F_i}{\partial x_{1i}} = \begin{vmatrix} b_x & b_y & b_z \\ \frac{\partial X_{1i}}{\partial x_{1i}} & \frac{\partial Y_{1i}}{\partial x_{1i}} & \frac{\partial Z_{1i}}{\partial x_{1i}} \\ \frac{\partial X_{2i}}{\partial x_{1i}} & \frac{\partial Y_{2i}}{\partial x_{1i}} & \frac{\partial Z_{2i}}{\partial x_{1i}} \end{vmatrix} \quad \begin{aligned} \frac{\partial X_{1i}}{\partial x_{1i}} &= \cos\varphi' \cos\kappa' \\ \frac{\partial Y_{1i}}{\partial x_{1i}} &= \sin\kappa' \\ \frac{\partial Z_{1i}}{\partial x_{1i}} &= -\sin\varphi' \cos\kappa' \end{aligned}$$

$$\frac{\partial F_i}{\partial y_{1i}} = \begin{vmatrix} b_x & b_y & b_z \\ \frac{\partial X_{1i}}{\partial y_{1i}} & \frac{\partial Y_{1i}}{\partial y_{1i}} & \frac{\partial Z_{1i}}{\partial y_{1i}} \\ \frac{\partial X_{2i}}{\partial y_{1i}} & \frac{\partial Y_{2i}}{\partial y_{1i}} & \frac{\partial Z_{2i}}{\partial y_{1i}} \end{vmatrix} \quad \begin{aligned} \frac{\partial X_{1i}}{\partial y_{1i}} &= -\cos\varphi' \sin\kappa' \\ \frac{\partial Y_{1i}}{\partial y_{1i}} &= \cos\kappa' \\ \frac{\partial Z_{1i}}{\partial y_{1i}} &= \sin\varphi' \sin\kappa' \end{aligned} \quad [165]$$

(Chapter 3)
kiani

توجیه نسبی دوطرفه

$$\begin{pmatrix} X_{2i} \\ Y_{2i} \\ Z_{2i} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_{2i}(\cos\varphi'' \cos\kappa'') - y_{2i}(\cos\varphi'' \sin\kappa'') - f(\sin\varphi'') \\ x_{2i}(\cos\omega'' \sin\kappa'' + \sin\omega'' \sin\varphi'' \cos\kappa'') \\ + y_{2i}(\cos\omega'' \cos\kappa'' - \sin\omega'' \sin\varphi'' \sin\kappa'') \\ + f(\sin\omega'' \cos\varphi'') \\ x_{2i}(\sin\omega'' \sin\kappa'' - \cos\omega'' \sin\varphi'' \cos\kappa'') \\ + y_{2i}(\sin\omega'' \cos\kappa'' + \cos\omega'' \sin\varphi'' \sin\kappa'') \\ - f(\cos\omega'' \cos\varphi'') \end{pmatrix} \quad \begin{aligned} &\text{با توجه به مقادیر} \\ &Z_{2i}, Y_{2i}, X_{2i} \end{aligned}$$

محاسبه شده در اسلایدهای
قبلی خواهیم داشت:

$$\frac{\partial F_i}{\partial x_{2i}} = \begin{vmatrix} b_x & b_y & b_z \\ \frac{\partial X_{1i}}{\partial x_{2i}} & \frac{\partial Y_{1i}}{\partial x_{2i}} & \frac{\partial Z_{1i}}{\partial x_{2i}} \\ \frac{\partial X_{2i}}{\partial x_{2i}} & \frac{\partial Y_{2i}}{\partial x_{2i}} & \frac{\partial Z_{2i}}{\partial x_{2i}} \end{vmatrix} \quad \begin{aligned} \frac{\partial X_{2i}}{\partial x_{2i}} &= \cos\varphi'' \cos\kappa'' \\ \frac{\partial Y_{2i}}{\partial x_{2i}} &= \cos\omega'' \sin\kappa'' + \sin\omega'' \sin\varphi'' \cos\kappa'' \\ \frac{\partial Z_{2i}}{\partial x_{2i}} &= \sin\omega'' \sin\kappa'' - \cos\omega'' \sin\varphi'' \cos\kappa'' \end{aligned}$$

$$\frac{\partial F_i}{\partial y_{2i}} = \begin{vmatrix} b_x & b_y & b_z \\ \frac{\partial X_{1i}}{\partial y_{2i}} & \frac{\partial Y_{1i}}{\partial y_{2i}} & \frac{\partial Z_{1i}}{\partial y_{2i}} \\ \frac{\partial X_{2i}}{\partial y_{2i}} & \frac{\partial Y_{2i}}{\partial y_{2i}} & \frac{\partial Z_{2i}}{\partial y_{2i}} \end{vmatrix} \quad \begin{aligned} \frac{\partial X_{2i}}{\partial y_{2i}} &= -\cos\varphi'' \sin\kappa'' \\ \frac{\partial Y_{2i}}{\partial y_{2i}} &= \cos\omega'' \cos\kappa'' - \sin\omega'' \sin\varphi'' \sin\kappa'' \\ \frac{\partial Z_{2i}}{\partial y_{2i}} &= \sin\omega'' \cos\kappa'' + \cos\omega'' \sin\varphi'' \sin\kappa'' \end{aligned} \quad [166]$$

(Chapter 3)
kiani

توجیه نسبی دوطرفه

مشتق جزیی نسبت به مجهولات

با توجه به مقادیر Z_{1i}, Y_{1i}, X_{1i} محاسبه شده در اسلاید های قبلی خواهیم داشت:

$$\begin{pmatrix} X_{1i} \\ Y_{1i} \\ Z_{1i} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} x_{1i}(\cos \varphi' \cos \kappa') & -y_{1i}(\cos \varphi' \sin \kappa') & f \cdot \sin \varphi' \\ x_{1i} \cdot \sin \kappa' & +y_{1i} \cdot \cos \kappa' & \\ x_{1i}(-\sin \varphi' \cos \kappa') & +y_{1i}(\sin \varphi' \sin \kappa') & -f \cdot \cos \varphi' \end{bmatrix}$$

$$\frac{\partial F_i}{\partial \varphi'} = \begin{vmatrix} b_x & b_y & b_z \\ \frac{X_{1i}}{\partial \varphi'} & \frac{Y_{1i}}{\partial \varphi'} & \frac{Z_{1i}}{\partial \varphi'} \\ \frac{\partial X_{2i}}{\partial \varphi'} & \frac{\partial Y_{2i}}{\partial \varphi'} & \frac{\partial Z_{2i}}{\partial \varphi'} \end{vmatrix}$$

$$\frac{\partial X_{1i}}{\partial \varphi'} = -x_{1i}(\sin \varphi' \cos \kappa') + y_{1i}(\sin \varphi' \sin \kappa') - f \cdot \cos \varphi'$$

$$\frac{\partial Y_{1i}}{\partial \varphi'} = 0$$

$$\frac{\partial Z_{1i}}{\partial \varphi'} = -x_{1i}(\cos \varphi' \cos \kappa') + y_{1i}(\cos \varphi' \sin \kappa') + f \cdot \sin \varphi'$$

(Chapter 3)

kiani

[167]

توجیه نسبی دوطرفه

$$\begin{pmatrix} X_{2i} \\ Y_{2i} \\ Z_{2i} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} x_{2i}(\cos \varphi'' \cos \kappa'') - y_{2i}(\cos \varphi'' \sin \kappa'') - f(\sin \varphi'') \\ x_{2i}(\cos \omega'' \sin \kappa'' + \sin \omega'' \sin \varphi'' \cos \kappa'') \\ + y_{2i}(\cos \omega'' \cos \kappa'' - \sin \omega'' \sin \varphi'' \sin \kappa'') \\ + f(\sin \omega'' \cos \varphi'') \\ x_{2i}(\sin \omega'' \sin \kappa'' - \cos \omega'' \sin \varphi'' \cos \kappa'') \\ + y_{2i}(\sin \omega'' \cos \kappa'' + \cos \omega'' \sin \varphi'' \sin \kappa'') \\ - f(\cos \omega'' \cos \varphi'') \end{bmatrix}$$

با توجه به مقادیر Z_{2i}, Y_{2i}, X_{2i}
محاسبه شده در اسلاید های قبلی خواهیم داشت:

$$\frac{\partial F_i}{\partial \varphi''} = \begin{pmatrix} b_x & b_y & b_z \\ \frac{X_{1i}}{\partial \varphi''} & \frac{Y_{1i}}{\partial \varphi''} & \frac{Z_{1i}}{\partial \varphi''} \\ \frac{X_{2i}}{\partial \varphi''} & \frac{Y_{2i}}{\partial \varphi''} & \frac{Z_{2i}}{\partial \varphi''} \end{pmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial X_{2i}}{\partial \varphi''} = -x_{2i}(\sin \varphi'' \cos \kappa'') + y_{2i}(\sin \varphi'' \sin \kappa'') - f(\cos \varphi'') \\ \frac{\partial Y_{2i}}{\partial \varphi''} = -y_{2i}(\sin \omega'' \cos \varphi'' \sin \kappa'') \\ -f(\sin \omega'' \sin \varphi'') \\ -x_{2i}(\cos \omega'' \cos \varphi'' \cos \kappa'') \\ \frac{\partial Z_{2i}}{\partial \varphi''} = +y_{2i}(\cos \omega'' \cos \varphi'' \sin \kappa'') \\ +f(\cos \omega'' \sin \varphi'') \end{bmatrix}$$

(Chapter 3)

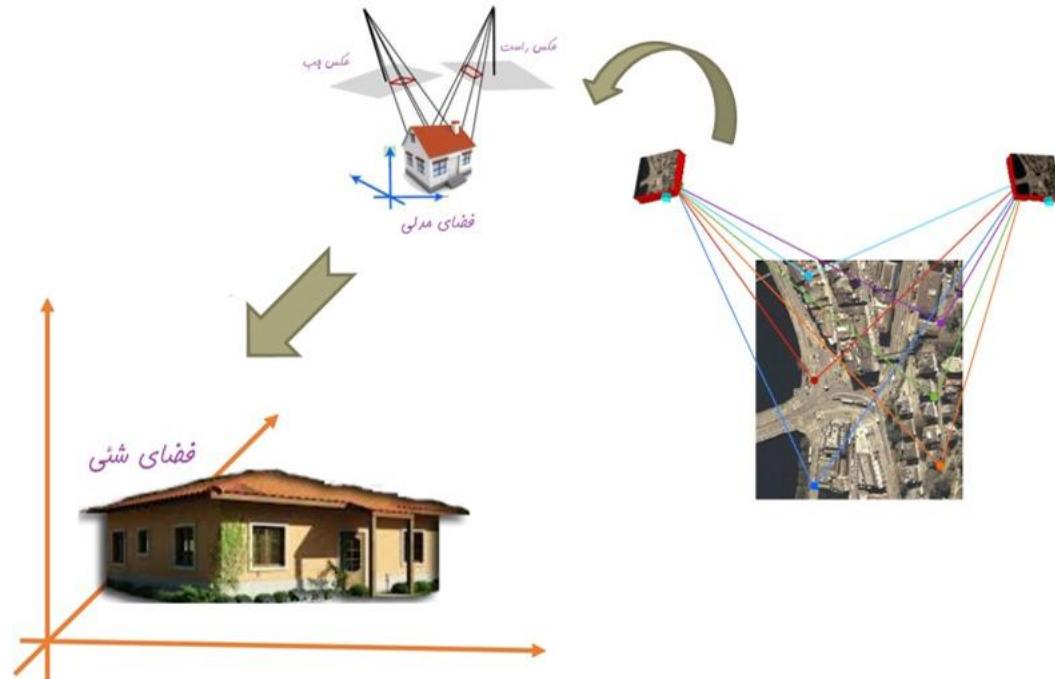
kiani

[168]

برای باقی مجهولات نیز به همین صورت عمل می کنیم.

توجیه مطلق

(Absolute Orientation)



(Chapter 3)

kiani

[169]

توجیه مطلق

پس از تولید مدل سه بعدی دلخواه در توجیه نسبی، جهت انطباق مدل ایجادی به زمین، توجیه مطلق نیاز است. برای انجام توجیه مطلق باید هفت مجھول باقیمانده از ۱۲ مجھول اولیه توجیه خارجی در لحظه عکسبرداری حل شود (۵ مجھول در توجیه نسبی برای تولید مدل حل شد).

پس از انجام توجیه مطلق، مدل سه بعدی مرحله توجیه نسبی بر زمین واقعی با دقت خوبی برآش داده می شود (Fit)، در نتیجه زمین واقعی (سه بعدی) به دست می آید (Ground coordinate system) که منحصر بفرد است.

- بعد از قرائت مختصات مدل نقاط کنترل، هفت مجھول توجیه مطلق (سه انتقال-سه دوران-یک مقیاس) با تشکیل دستگاه معادلات مربوطه محاسبه می شوند:

(Chapter 3)

kiani

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{object} = \lambda^{-1} M^T \omega_{\phi K} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{model} + \begin{bmatrix} X_o \\ Y_o \\ Z_o \end{bmatrix}_{object} = K \cdot R_{\omega_{\phi K}} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{model} + \begin{bmatrix} X_o \\ Y_o \\ Z_o \end{bmatrix}_{object} \quad [170]$$

[171]

توجیه مطلق تحلیلی (Analytical Absolute Orientation)

پس از ایجاد مدل سه بعدی اولیه، انطباق مدل با زمین واقعی با توجیه مطلق انجام خواهد شد.

برای حالت تحلیلی در دستگاههای تبدیل تحلیلی و سیستم رقومی به دو روش $M(7)$ و $M(4-3)$ انجام می شود.

$$\begin{bmatrix} X^G \\ Y^G \\ Z^G \end{bmatrix}_{object} = K \cdot R_{\omega\phi\kappa} \begin{bmatrix} x^M \\ y^M \\ z^M \end{bmatrix}_{model} + \begin{bmatrix} X_o \\ Y_o \\ Z_o \end{bmatrix}_{object} \quad M(4-3)$$

- در روش $M7$ تعداد پارامترهای مجهول: ۷ پارامتر
- روش $M(4-3)$ در دو مرحله مجزا انجام خواهد شد.

۱) مرحله مقیاس گذاری (Scaling) یا $M4$: دو نقطه کنترل مسطحاتی

$$M_4(k, X_0, Y_0, \lambda) \quad \begin{bmatrix} X' \\ Y' \end{bmatrix} = K \cdot R_\kappa \begin{bmatrix} x^M \\ y^M \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} X_o \\ Y_o \end{bmatrix}$$

۲) مرحله ترازوگذاری (Leveling) یا $M3$: سه نقطه کنترل ارتفاعی

$$M_3(\Omega, \phi, Z_0) \quad \begin{bmatrix} Z^G \end{bmatrix} = -x' \cdot \phi + y' \cdot \Omega + Z_0 + z' \quad [171]$$

❖ در نتیجه توجیه مطلق با سه نقطه کنترل کامل حل خواهد شد.

توجیه مطلق به روش $M7$

$$\begin{bmatrix} F \\ G \\ H \end{bmatrix} = k \cdot M^T \cdot \begin{bmatrix} x^m \\ y^m \\ z^m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} X_0^G \\ Y_0^G \\ Z_0^G \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} X^G \\ Y^G \\ Z^G \end{bmatrix}$$

تبییلات سه بعدی به روش $M7$

$$= K \cdot R_{\omega\phi\kappa} \begin{bmatrix} x^M \\ y^M \\ z^M \end{bmatrix}_{model} + \begin{bmatrix} X_o \\ Y_o \\ Z_o \end{bmatrix}_{object}$$

برای F , G و H نیاز به مقادیر اولیه داریم.

در اینجا چون (X, Y, Z) و (x, y, z) معلوم هستند پس مشتق نسبت به آنها صفر است.

(به منظور عدم اشتباہ در اندیس مقیاس K و دوران k در ادامه به جای اندیس مقیاس k از اندیس λ

$$\begin{bmatrix} F \\ G \\ H \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F^0 \\ G^0 \\ H^0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\partial F}{\partial \Omega} & \frac{\partial F}{\partial \phi} & \frac{\partial F}{\partial K} & \frac{\partial F}{\partial X_0} & \frac{\partial F}{\partial Y_0} & \frac{\partial F}{\partial Z_0} & \frac{\partial F}{\partial \lambda} \\ \frac{\partial G}{\partial \Omega} & \frac{\partial G}{\partial \phi} & \frac{\partial G}{\partial K} & \frac{\partial G}{\partial X_0} & \frac{\partial G}{\partial Y_0} & \frac{\partial G}{\partial Z_0} & \frac{\partial G}{\partial \lambda} \\ \frac{\partial H}{\partial \Omega} & \frac{\partial H}{\partial \phi} & \frac{\partial H}{\partial K} & \frac{\partial H}{\partial X_0} & \frac{\partial H}{\partial Y_0} & \frac{\partial H}{\partial Z_0} & \frac{\partial H}{\partial \lambda} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d\Omega \\ d\phi \\ dK \\ dX_0 \\ dY_0 \\ dZ_0 \\ d\lambda \end{bmatrix}$$

استفاده می کنیم).

(Chapter 3)

[172]

M7 توجیه مطلق به روش

(Chapter 3)

kiani

[173]

$$F = F_o + \left(\frac{\partial F}{\partial \lambda}\right)_o d\lambda + \left(\frac{\partial F}{\partial \Omega}\right)_o d\Omega + \left(\frac{\partial F}{\partial \phi}\right)_o d\phi + \left(\frac{\partial F}{\partial k}\right)_o dk + \left(\frac{\partial F}{\partial X_o}\right)_o dX_o + \left(\frac{\partial F}{\partial Y_o}\right)_o dY_o + \left(\frac{\partial F}{\partial Z_o}\right)_o dZ_o = 0$$

$$G = G_o + \left(\frac{\partial G}{\partial \lambda}\right)_o d\lambda + \left(\frac{\partial G}{\partial \Omega}\right)_o d\Omega + \left(\frac{\partial G}{\partial \phi}\right)_o d\phi + \left(\frac{\partial G}{\partial k}\right)_o dk + \left(\frac{\partial G}{\partial X_o}\right)_o dX_o + \left(\frac{\partial G}{\partial Y_o}\right)_o dY_o + \left(\frac{\partial G}{\partial Z_o}\right)_o dZ_o = 0$$

$$H = H_o + \left(\frac{\partial H}{\partial \lambda}\right)_o d\lambda + \left(\frac{\partial H}{\partial \Omega}\right)_o d\Omega + \left(\frac{\partial H}{\partial \phi}\right)_o d\phi + \left(\frac{\partial H}{\partial k}\right)_o dk + \left(\frac{\partial H}{\partial X_o}\right)_o dX_o + \left(\frac{\partial H}{\partial Y_o}\right)_o dY_o + \left(\frac{\partial H}{\partial Z_o}\right)_o dZ_o = 0$$

مقادیر این توابع به ازای مقادیر اولیه مجهولات می‌باشند.

$\left(\frac{\partial F}{\partial \lambda}\right)_o, \left(\frac{\partial F}{\partial \Omega}\right)_o, \dots$ مشتقات جزئی نسبت به مجهولات می‌باشند که به ازای مقادیر تقریبی اولیه

مقدار دهی می‌شوند و $d\lambda, d\Omega, \dots, dZ_o$ تصحیحات مربوط به مجهولات می‌باشند که در هر تکرار محاسبه می‌شوند (واحد $d\Omega, d\phi, d\kappa$ رادیان است).

M7 توجیه مطلق به روش

(Chapter 3)

kiani

[174]

مشتقات جزئی نیز از روابط زیر محاسبه می‌گردند:

$$\frac{dR}{d\Omega} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}_R \quad \frac{\partial}{\partial \Omega} \begin{bmatrix} F \\ G \\ H \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{dF}{d\Omega} \\ \frac{dG}{d\Omega} \\ \frac{dH}{d\Omega} \end{bmatrix} = \lambda \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} R \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$

$$\frac{dR}{d\Phi} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}_R \quad \frac{\partial}{\partial \Phi} \begin{bmatrix} F \\ G \\ H \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{dF}{d\Phi} \\ \frac{dG}{d\Phi} \\ \frac{dH}{d\Phi} \end{bmatrix} = \lambda \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} R \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$

$$\frac{dR}{dk} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}_R \quad \frac{\partial}{\partial \phi} \begin{bmatrix} F \\ G \\ H \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{dF}{dk} \\ \frac{dG}{dk} \\ \frac{dH}{dk} \end{bmatrix} = \lambda \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} R \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$

$$\frac{\partial}{\partial X_o} \begin{bmatrix} F \\ G \\ H \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \frac{\partial}{\partial Y_o} \begin{bmatrix} F \\ G \\ H \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \frac{\partial}{\partial Z_o} \begin{bmatrix} F \\ G \\ H \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\frac{\partial}{\partial \lambda} \begin{bmatrix} F \\ G \\ H \end{bmatrix} = \mathbf{R}^o \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$

M7 توجیه مطلق به روش

برای نمونه به منظور بدست آوردن مشتقات نسبت به Ω به ترتیب زیر می‌توان عمل نمود:

$$M^T = \begin{bmatrix} (\cos\varphi \cos\kappa) & (-\cos\varphi \sin\kappa) & (\sin\varphi) \\ (\cos\omega \sin\kappa + \sin\omega \sin\varphi \cos\kappa) & (\cos\omega \cos\kappa - \sin\omega \sin\varphi \sin\kappa) & (-\sin\omega \cos\varphi) \\ (\sin\omega \sin\kappa - \cos\omega \sin\varphi \cos\kappa) & (\sin\omega \cos\kappa + \cos\omega \sin\varphi \sin\kappa) & (\cos\omega \cos\varphi) \end{bmatrix}$$

را داریم، لذا از عناصر نسبت به Ω مشتق می‌گیریم.

kiani (Chapter 3)

$$\frac{\partial}{\partial \Omega} \begin{pmatrix} F \\ G \\ H \end{pmatrix} = \lambda \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ (-\sin\Omega \sin\kappa + \cos\Omega \sin\varphi \cos\kappa) & (-\sin\Omega \cos\kappa - \cos\Omega \sin\varphi \sin\kappa) & (-\cos\Omega \cos\varphi) \\ (\cos\Omega \sin\kappa + \sin\Omega \sin\varphi \cos\kappa) & (\cos\Omega \cos\kappa - \sin\Omega \sin\varphi \sin\kappa) & (-\sin\Omega \cos\varphi) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

$$\frac{\partial F}{\partial \Omega} = 0$$

$$\frac{\partial G}{\partial \Omega} = \lambda [x(-\sin\Omega \sin\kappa + \cos\Omega \sin\varphi \cos\kappa) + y(-\sin\Omega \cos\kappa - \cos\Omega \sin\varphi \sin\kappa) - z(\cos\Omega \cos\varphi)] \quad (175)$$

$$\frac{\partial H}{\partial \Omega} = \lambda [x(\cos\Omega \sin\kappa + \sin\Omega \sin\varphi \cos\kappa) + y(\cos\Omega \cos\kappa - \sin\Omega \sin\varphi \sin\kappa) - z(\sin\Omega \cos\varphi)]$$

M7 توجیه مطلق به روش

چگونگی حل معادلات M7 (چگونگی تعیین مقادیر اولیه مجہولات):

جهت تعیین مقادیر اولیه مجہولات ۲ راه حل ارائه می‌گردد:

۱- فرض می‌کنیم عکس‌ها تیلت ندارند، در نتیجه مقادیر اولیه دوران‌های امگا و فی را برابر

$$\Omega^0 = \Phi^0 = 0$$

همچنین از حل تبدیل کانفورمال مقادیر اولیه

$$k^0 \text{ و } Y_0^0 \text{ و } X_0^0 \text{ حاصل خواهد شد.}$$

زمینی	مدلی
$\begin{bmatrix} X_A \\ Y_A \\ X_B \\ Y_B \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \end{bmatrix}_{L_{2n \times 4}}$	$\begin{bmatrix} x_a & y_a & 1 & 0 \\ y_a & -x_a & 0 & 1 \\ x_b & y_b & 1 & 0 \\ y_b & -x_b & 0 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix}_{A_{2n \times 4}} \cdot \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{bmatrix}_{X_{4 \times 1}}$

$$\Rightarrow X = (A^T A)^{-1} A^T L \rightarrow a \quad b \quad c \quad d$$

$$\lambda^o = \sqrt{a^2 + b^2}; \quad K^o = \tan^{-1} \frac{b}{a}; \quad X_0^o = c; \quad Y_0^o = d$$

$$Scale = \frac{f}{H'} = \frac{\overline{ab}}{\overline{AB}}$$

$$\rightarrow H' = H - h_{ave} \Rightarrow Z^o_0 = H = H' + h_{ave}$$

kiani (Chapter 3)

kiani

(176)

M7 توجیه مطلق به روش

۲- مقیاس تقریبی λ^o از محاسبه نسبت یک طول بین دو نقطه کنترل در مدل و نظیر آن در زمین محاسبه می گردد. مقادیر تقریبی $= \phi^o = \Omega^o = K^o$ را می توان از اختلاف زاویه ای که یک طول در مدل و نظیرش در زمین با محور x می سازند محاسبه کرد:

$$K^o = \tan^{-1} D_{AB} - \tan^{-1} D_{ab}$$

در انتهای، مقادیر تقریبی X_o, Y_o, Z_o را نیز می توان توسط یکی از نقاط کنترل که

مختصات زمینی و مدل آن معلوم است چنین محاسبه کرد.

$$\begin{bmatrix} X_o \\ Y_o \\ Z_o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} - \lambda R^o \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$

(Chapter 3)
kiani

لذا با تعیین مقادیر اولیه مجهولات، مقادیر F_o, G_o, H_o از رابطه زیر برای هر نقطه قابل محاسبه می باشند :

$$\begin{bmatrix} F_o \\ G_o \\ H_o \end{bmatrix} = \lambda^o \cdot R^o \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} X_o \\ Y_o \\ Z_o \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}$$

[177]

M7 توجیه مطلق به روش

$$AX = L$$

معادلات را به شکل ماتریسی می توان چنین نوشت :

$$A = \begin{bmatrix} \frac{\partial F}{\partial \lambda} & \frac{\partial F}{\partial \Omega} & \frac{\partial F}{\partial \phi} & \frac{\partial F}{\partial \kappa} & \frac{\partial F}{\partial X_o} & \frac{\partial F}{\partial Y_o} & \frac{\partial F}{\partial Z_o} \\ \frac{\partial G}{\partial \lambda} & \frac{\partial G}{\partial \Omega} & \frac{\partial G}{\partial \phi} & \frac{\partial G}{\partial \kappa} & \frac{\partial G}{\partial X_o} & \frac{\partial G}{\partial Y_o} & \frac{\partial G}{\partial Z_o} \\ \frac{\partial H}{\partial \lambda} & \frac{\partial H}{\partial \Omega} & \frac{\partial H}{\partial \phi} & \frac{\partial H}{\partial \kappa} & \frac{\partial H}{\partial X_o} & \frac{\partial H}{\partial Y_o} & \frac{\partial H}{\partial Z_o} \end{bmatrix} \quad X = \begin{bmatrix} d\lambda \\ d\Omega \\ d\phi \\ dk \\ dX_o \\ dY_o \\ dZ_o \end{bmatrix} \quad L = \begin{bmatrix} F_o \\ G_o \\ H_o \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \lambda R \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} X_o \\ Y_o \\ Z_o \end{bmatrix} = (\lambda^o + d\lambda)(R^o + dR) \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} X_o + dX_o \\ Y_o + dY_o \\ Z_o + dZ_o \end{bmatrix}$$

بنابراین می توان
مجهولات را بدست آورد:

$$\Omega_1^o = d\Omega + \Omega^o$$

$$\phi_1^o = d\phi + \phi^o$$

تکرار اول

$$\Omega_2^o = d\Omega_1 + \Omega_1^o$$

$$\phi_2^o = d\phi_1 + \phi_1^o$$

تکرار دوم

$$\vdots$$

تکرار ...

این محاسبات با تکرار ادامه می یابد تا آنجایی که پارامترهای توجیه مطلق در حد قابل قبولی بدست آیند. به عبارت دیگر روند ادامه پیدا می کند تا جایی که

d ها در حد مجاز قرار گیرند. $d \approx 0$

(Chapter 3)
kiani

[178]

M7 توجیه مطلق به روش

حالت خاص:

در روش M₇ خاص برای خطی کردن ماتریس R از تقریبات زیر استفاده می‌کنیم:
 $dR = \begin{bmatrix} 0 & -d\kappa & d\phi \\ d\kappa & 0 & -d\Omega \\ -d\phi & d\Omega & 0 \end{bmatrix}$ $\sin \alpha \approx \alpha, \cos \alpha \approx 1 \quad \leftarrow \alpha \{\Omega, \phi, k \leq 4\}$

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = (I + d\lambda)(R^o + dR) \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} dX_o \\ dY_o \\ dZ_o \end{bmatrix}; \quad R^o = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\lambda^o = 1, \Omega^o = \phi^o = K^o = X^o = Y^o = Z^o = 0)$$

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} + d\lambda \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} + dR \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} dX_o \\ dY_o \\ dZ_o \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x & o & z & -y & 1 & 0 & 0 \\ y & -z & o & x & 0 & 1 & 0 \\ z & y & -x & o & o & o & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d\lambda \\ d\Omega \\ d\phi \\ dk \\ dX_o \\ dY_o \\ dZ_o \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} + d\lambda \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -d\kappa & d\phi \\ d\kappa & 0 & -d\Omega \\ -d\phi & d\Omega & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} dX_o \\ dY_o \\ dZ_o \end{bmatrix}$$

که با مرتب کردن معادله فوق بر حسب پارامترهای مجھول
 معادلات می‌تواند در اتصال دو مدل به هم (مدل دوم به مدل اول) مورد استفاده قرار گیرد. بطوری که پس از محاسبه پارامترهای اتصال دو مدل با استفاده از نقاط مشترک دو مدل که عبارتند از مرکز تصویر دو مدل مجاور و نقاط مشترک سطح مدل، مختصات مدل دوم را می‌توان به مختصات مدل اول تبدیل کرد

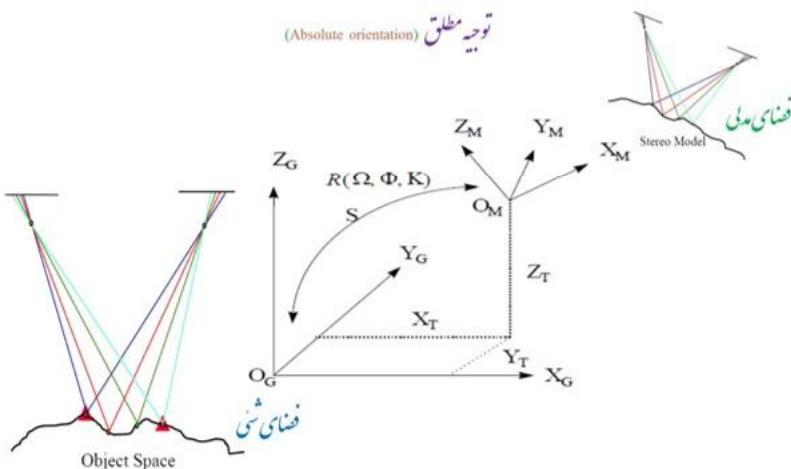
(Chapter 3)
kiani

[179]

توجیه مطلق در دو مرحله

در مواردی که بین دو سیستم مختصات، اختلاف زیادی باشد (مثلاً در توجیه مطلق λ و k مقادیر بزرگی باشد) لازم است که مقادیر اولیه آنها تعیین شود. در صورتی که از معادلات 7 پارامتری به طور یکجا استفاده گردد، انجام محاسبات طولانی می‌شود، حتی ممکن است معادلات واگرا شوند. لذا بهتر است در دو مرحله مجزای مسطحاتی و ارتفاعی، این پارامترها تعیین شوند. در اولین مرحله، چهار پارامتر λ, X_o, Y_o, K که بیشترین تأثیر را در مختصات مسطحاتی می‌گذارند محاسبه می‌شوند. و در مرحله بعدی سه پارامتر بعدی (Ω, ϕ, Z_o) که ارتفاعی‌اند محاسبه می‌گردند.

توجه مطلق (Absolute orientation)



(Chapter 3)
kiani

[180]

M43 توجیه مطلق به روش

در روش M7 ما $d\lambda$, dZ_0 , dY_0 , dX_0 , dk , $d\Phi$, $d\Omega$ داشتیم در نتیجه اختلاف دو سیستم

می بایست ناچیز می بود تا معادلات حل شود، که این یکی از عیوب روش M7 بود.

$$\begin{bmatrix} X^G \\ Y^G \\ Z^G \end{bmatrix}_{object} = K \cdot R_{\omega\varphi\kappa} \begin{bmatrix} x^M \\ y^M \\ z^M \end{bmatrix}_{model} + \begin{bmatrix} X_o \\ Y_o \\ Z_o \end{bmatrix}_{object}$$

برای رفع این مشکل ماتریس کلی را به دو ماتریس تجزیه می کنیم.

❖ روش M43 در دو مرحله انجام می گیرد (این روش دارای دقت بیشتری است)

مرحله مقیاس گذاری (Scaling) یا M4: حداقل دو نقطه کنترل مسطحاتی

$$1 \quad \begin{bmatrix} X' \\ Y' \\ Z' \end{bmatrix} = \lambda \cdot R_\kappa \begin{bmatrix} x^M \\ y^M \\ z^M \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} X_o \\ Y_o \\ 0 \end{bmatrix} \quad M_4(k, X_o, Y_o, \lambda)$$

مرحله ترازگذاری (Leveling) یا M3: حداقل سه نقطه کنترل ارتفاعی

$$2 \quad \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = R_\phi \cdot R_\Omega \begin{bmatrix} X' \\ Y' \\ Z' \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ Z_o \end{bmatrix} \quad M_3(\Omega, \phi, Z_o)$$

(Chapter 3)
kiani

[181]

موجیه مطلق به روش M43 (مرحله مقیاس گذاری)

در روش M43 ابتدا به مختصات مدلی مجهولات مرحله مقیاس گذاری را اعمال می کنیم

$(X^m, Y^m, Z^m \rightarrow X', Y', Z')$

$(X', Y', Z' \rightarrow X^G, Y^G, Z^G)$ ترازگذاری را اعمال می کنیم

: M4 (Scaling) یا مرحله مقیاس گذاری

ماتریس معادله یک را دوباره تجزیه می کنیم:

$$\begin{bmatrix} X' \\ Y' \\ Z' \end{bmatrix} = \lambda \cdot R_\kappa \begin{bmatrix} x^M \\ y^M \\ z^M \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} X_o \\ Y_o \\ 0 \end{bmatrix} \quad M_\kappa = \begin{bmatrix} \cos K & \sin K & 0 \\ -\sin K & \cos K & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow R_\kappa = \begin{bmatrix} \cos K & -\sin K & 0 \\ \sin K & \cos K & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$1-1 \quad \begin{bmatrix} X' \\ Y' \end{bmatrix} = \lambda \cdot R_\kappa \begin{bmatrix} x^M \\ y^M \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} X_o \\ Y_o \end{bmatrix} = \lambda \cdot \begin{bmatrix} \cos k & -\sin k \\ \sin k & \cos k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x^M \\ y^M \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} X_o \\ Y_o \end{bmatrix}$$

$$1-2 \quad [Z'] = \lambda [z]$$

(Chapter 3)
kiani

[182]

تجییه مطلق به روش M43 (مرحله مقیاس‌گذاری)

ماتریس معادله‌ی ۱-۱ یک ماتریس تبدیل کانفورمال دو بعدی است:

$$\begin{bmatrix} X'_A \\ Y'_A \\ X'_B \\ Y'_B \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \end{bmatrix}_{L_{2n \times 1}} = \begin{bmatrix} x_a & y_a & 1 & 0 \\ y_a & -x_a & 0 & 1 \\ x_b & y_b & 1 & 0 \\ y_b & -x_b & 0 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix}_{A_{2n \times 4}} \cdot \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \end{bmatrix}_{X'_{4 \times 1}} \Rightarrow X = (A^T P A)^{-1} A^T P L \rightarrow a \quad b \quad c \quad d$$

$a = \lambda \cos(k) \quad \lambda = \sqrt{a^2 + b^2} \quad X_0 = c$
 $b = \lambda \sin(k) \quad k = \tan^{-1} \left(\frac{b}{a} \right) \quad Y_0 = d$
 $c = X_0$
 $d = Y_0$

بعد از بدست آوردن ضرائب، مجدداً مجہولات را در ماتریس

کانفورمال قرار داده و مختصات X' و Y' را برای n نقطه‌ی مدل (برای مثال ۶ نقطه‌ی مدلی)

بدست می‌آوریم.

- نکته: با توجه به معادله‌ی بالا و مقایسه آن با روش M7 می‌توان نتیجه گرفت که یکی از مزایای این روش (M43) این است که تغییر مقیاس دو سیستم می‌تواند نامحدود باشد، به عبارتی محدودیتی برای λ وجود ندارد و اختلاف دو سیستم می‌تواند جزیی نباشد.

Chapter 3)
kiani

(183)

تجییه مطلق به روش M43 (مرحله مقیاس‌گذاری)

- نکته‌ی دیگر این که k در شرایط پرواز به هر جهت با مشکل روبرو خواهد شد، چون هواپیما ناچاراً روی محور X حرکت می‌کند، به عبارت دیگر در مرحله‌ی عکس‌برداری و پرواز پارامتر مهم درون حول محور Z (دوران k) است نه Ω و Φ ; چون Ω و Φ تا حد زیادی تحت کنترل خلبان است اما تغییرات k اجتناب ناپذیراست و امکان اینکه هواپیما در طول مسیر پرواز بیش از ۴ درجه از مسیر خود منحرف شود وجود دارد. به همین دلیل دوران k (حول محور Z) در این مرحله تقریبی گرفته نمی‌شود.

- در نتیجه از مزایای روش M43 نسبت به M7 این است که برای k و λ مقادیر تقریبی در نظر گرفته نمی‌شود.

Chapter 3)
kiani

(184)

با استفاده از رابطه‌ی ۱-۱ در روش M4 چهار مجھول بدست آمدند و توسط آن چهار مجھول X' و Y' نقاط محاسبه شدند. در ادامه با استفاده از رابطه‌ی ۱-۲، Z' نیز قابل محاسبه است. سپس با استفاده از روش M3 و اعمال سه مجھول باقی مانده از X' ، Y' و Z' بدست آمده به مختصات زمینی می‌رسیم. در نتیجه می‌توان گفت خروجی‌های روش M4 ورودی‌های روش M3 می‌باشند.

توجیه مطلق به روش M43 (مرحله ترازگذاری)

• مرحله ترازگذاری (Leveling) یا M3

برای حل ماتریس معادله‌ی ۲ ابتدا ماتریس دورانی مربوطه را محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = R_\phi \cdot R_\Omega \begin{bmatrix} X' \\ Y' \\ Z' \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ Z_0 \end{bmatrix}$$

$$R^{M3} = R_\phi \cdot R_\Omega \quad \left\{ \begin{array}{l} R_\phi = \begin{bmatrix} \cos \phi & 0 & \sin \phi \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \phi & 0 & \cos \phi \end{bmatrix} \\ R_\Omega = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \Omega & -\sin \Omega \\ 0 & \sin \Omega & \cos \Omega \end{bmatrix} \end{array} \right.$$

$$R = \begin{bmatrix} \cos \Phi & \sin \Phi \cdot \sin \Omega & \sin \Phi \cdot \cos \Omega \\ 0 & \cos \Omega & -\sin \Omega \\ -\sin \Phi & \sin \Omega \cdot \cos \Phi & \cos \Omega \cdot \cos \Phi \end{bmatrix}$$

در این مرحله از تقریبات زیر استفاده می‌کنیم:

۱- تقریبات برای دوران

$$R = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \Phi \\ 0 & 1 & -\Omega \\ -\Phi & \Omega & 1 \end{bmatrix} \quad \sin \alpha \{\Omega, \Phi\} \approx \alpha \quad \cos \alpha \{\Omega, \Phi\} \approx 1 \quad \Omega, \Phi$$

۲- از حاصلضربها به دلیل کوچک بودن صرف نظر می‌شود. بنابراین خواهیم داشت:

با جایگذاری در معادله‌ی ۲ خواهیم داشت:

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \Phi \\ 0 & 1 & -\Omega \\ -\Phi & \Omega & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ z_0 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{array}{l} X - x' = \Phi z' \\ Y - y' = -\Omega z' \\ Z - z' = -\Phi x' + \Omega y' + z_0 \end{array} \quad [185]$$

توجیه مطلق به روش M43 (مرحله ترازگذاری)

معادله‌ی آخر مربوط به Leveling است (معادله‌ای که مربوط به مختصه z است و Leveling را انجام می‌دهد). برای Leveling به ۳ نقطه نیاز داریم. هر نقطه یک معادله یک مجهول \rightarrow با ۳ نقطه، ۳ مجهول حل می‌شود.

$$\underbrace{\begin{bmatrix} Z_1 - z'_1 \\ Z_2 - z'_2 \\ \vdots \\ Z_n - z'_n \end{bmatrix}}_{L_{n \times 1}} = \underbrace{\begin{bmatrix} y'_1 & -x'_1 & 1 \\ y'_2 & -x'_2 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ y'_n & -x'_n & 1 \end{bmatrix}}_{A_{n \times 3}} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} \Omega \\ \phi \\ Z_0 \end{bmatrix}}_{X_{3 \times 1}}$$

برای به دست آوردن مجهولات داریم:

$$\Rightarrow X = (A^T P A)^{-1} A^T P L$$

زمانی که تراز کردن مدل یا Leveling را انجام می‌دهیم، عناصر Leveling روی مقیاس‌گذاری یا Scaling تأثیر می‌گذارند. بنابراین معادله‌ی اول و دوم معادلات

Scaling هستند که بعد از بدست آوردن عناصر Leveling باید با استفاده از این معادلات تأثیر آن را روی عناصر Scaling اعمال کرد تا مقادیر واقعی به دست آید.

در صورت قابل قبول بودن عناصر توجیه مطلق، این عناصر ذخیره و برای تمام نقاط اندازه گیری شده در مدل صادق می‌باشند. و در صورتی که قابل قبول نباشند به روش تکرار معادلات فوق حل خواهد گردید. در این روش چون از تقریبات کمتری استفاده کردہ‌ایم و برای λ و k مقدار اولیه نگرفته‌ایم، دقیق‌تر و اختلافات سریع‌تر به سمت صفر همگرا خواهند بود.

مرواری اجمالی بر مبحث توجیه مطلق

✓ توجیه مطلق تحلیلی به دو روش M_7 و $M_{4.3}$ انجام می‌شود، برای حل حداقل به ۲ نقطه کنترل مسطحاتی و ۳ نقطه کنترل ارتفاعی نیاز است.

✓ در روش M_7 از تبدیل کانفورمال ۳ بعدی استفاده می‌شود. برای حل این معادله

چون ماتریس دورانی R غیرخطی است لذا ابتدا این معادلات را خطی می‌کنیم و با اختصاص دادن مقادیر اولیه مناسب آنها را حل می‌کنیم.

✓ از آنجاییکه در روش M_7 نیاز به مقادیر اولیه مناسب می‌باشد بخصوص پارامترهای «کاپا و مقیاس» مقادیر اولیه بزرگی دارند که تعیین نامناسب این مقادیر باعث طولانی شدن محاسبات و حتی گاهی واگرایی معادلات می‌شود از اینرو پارامترها را در دو دسته مسطحاتی و ارتفاعی به روش $M_{4.3}$ حل می‌کنند.

✓ در مرحله مسطحاتی X_0, Y_0, K, λ را با استفاده از معادلات کانفورمال دو بعدی حل می‌کنند بدین منظور به دو نقطه مسطحاتی نیاز است. معادلات کانفرمال دو بعدی بدون نیاز به مقادیر اولیه حل می‌شوند. در مرحله ارتفاعی برای هر نقطه ارتفاعی یک معادله نوشته می‌شود با سه نقطه ارتفاعی می‌توان پارامترهای

ارتفاعی (Z_0, ω, Φ) را حل نمود.

(Chapter 3)

kiani

[187]

دقت تهیه نقشه در دستگاههای تبدیل

در گذشته، برای تولید نقشه از معیار C.factor استفاده می‌کردند

هر چه قدر مقدار C.factor بیشتر باشد دقیق ارتفاعی و مسطحاتی سیستم بیشتر خواهد بود.

$$C.\text{factor} = \frac{H}{C.I.} \quad \text{C.I. همان فاصله دو منحنی میزان متوالی است.}$$

حدود ضریب C.factor : $750 < C.\text{factor} < 2500$

مثال: در یک دستگاه تبدیل با C.factor برابر ۱۵۰۰، ارتفاع پرواز برابر ۷۵۰ متر باشد،

چه نقشه‌ای قابل تولید خواهد بود؟ $C.I. = 0.5m$ نقشه ۱:۱۰۰۰

1:500	$C.I. = 0.25m$ یا $0.5m$
1:1000	$C.I. = 0.5m$ یا $1m$
1:2000	$C.I. = 1m$ یا $2m$
1:2500	$C.I. = 1m$ یا $2m$ یا $2.5m$
1:5000	$C.I. = 2.5m$ یا $5m$

1:10000	$C.I. = 5m$ یا $10m$
1:25000	$C.I. = 10m$ یا $25m$
1:50000	$C.I. = 25m$ یا $50m$
1:10000	$C.I. = 50m$ یا $100m$
1:250000	$C.I. = 100m$ یا $250m$

(Chapter 3)

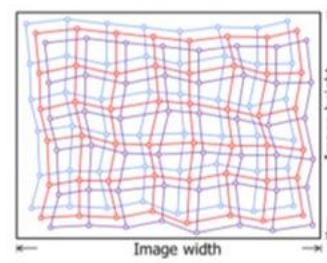
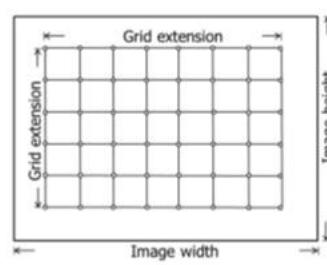
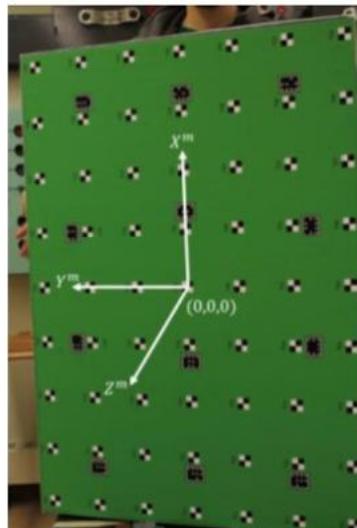
kiani

[188]



سلف کالیبراسیون

(Self Calibration)



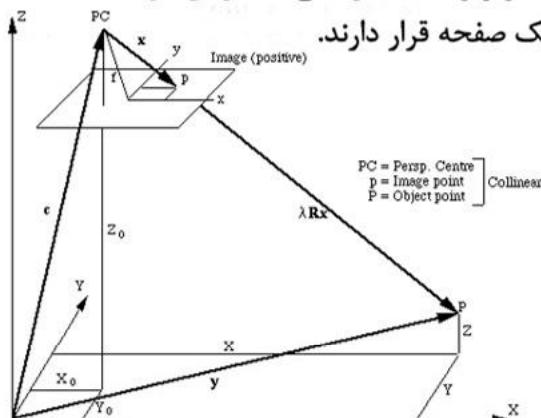
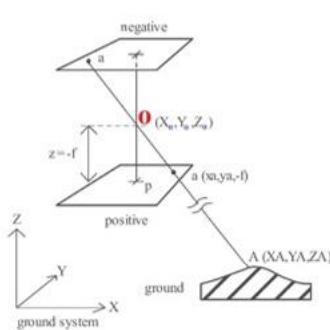
(Chapter 3)

kiani

[189]

سلف کالیبراسیون

اختلاف بین مختصات یک نقطه عکس و مختصات نظیرش در فضای شیء با معادلات شرط هم خطی برقرار می‌شود. این معادلات بر اساس دو اصل صورت می‌پذیرد:
نقطه‌ی عکسی مرکز تصویر و نقطه‌ی زمینی نظیر آن در امتداد یک خط راست قرار دارند.
تمام تصاویر بر روی یک صفحه قرار دارند.



(Chapter 3)

kiani

[190]

از لحاظ فیزیکی به علت وجود خطاهای سیستماتیک موجود (که در فصل پالایش عکسی بحث شد) این دو اصل نمی‌تواند برقرار شود. بنابراین برای استفاده از این معادلات در مسائل فتوگرامتری مانند حل تربيع و تقاطع فضایی در کاربردهای نظیر فتوگرامتری برد کوتاه و صنعتی لازم است در صورتی که این خطاهای سیستماتیک قابل ملاحظه باشد تا حد امکان باید حذف شوند (کاهش یابند) تا دو شرط بالا تامین گردد.

سلف کالیبراسیون

(Chapter 3)
kiani

[191]

در مواردی از قبیل کالیبره کردن دوربین‌های متريک و یا غير متريک، یا مثلث بندی به روش باندل برای تأمین شدن دو اصل بالا اين خطاهای، به صورت مدل‌های رياضي، يك جا در معادلات شرط همخطی در نظر گرفته می‌شوند که اين امر اساس سلف کالیبراسیون است.

يکی از کاربردهای معادلات شرط همخطی، تکنيک کالیبراسیون تحليلي است.

با استفاده از اين معادلات می‌توان برای يك مجموعه عکس، المان‌های توجيه داخلی و ضرایب اعوجاج عدسی را که برای تمام عکس‌ها مشترک فرض می‌شوند، تعیین کرد.

اين روش به عنوان کالیبراسیون تحليلي همزمان چند عکس (SMAC) تعریف می‌شود. برای کالیبراسیون دوربین‌های متريک، که در فتوگرامتری هوایی به کار می‌روند، عکس‌برداری بر روی يك منطقه تست انجام می‌شود که مختصات نقاط کنترل آن با دقت بالايی معلوم باشد. در صورتی که منطقه تست موجود نباشد، مختصات نقاط کنترل به عنوان پaramترهای مجھول در معادلات در نظر گرفته می‌شود.

سلف کالیبراسیون

(Chapter 3)
kiani

[192]

در کاربردهای نظیر برد کوتاه و برد ريز که منطقه تست وجود ندارد، با استفاده از تکنيک سلف کالیبراسیون؛ المان‌های توجيه داخلی، توجيه خارجي، ضرایب اعوجاج عدسی‌های دوربین و مختصات شئی تعیین می‌شود.

در حالت کلی معادلات شرط همخطی برای کالیبراسیون کامل‌یک دوربین با اضافه کردن المان‌های توجيه داخلی به صورت زير است:

$$x_{ij} - x_o + \textcolor{blue}{dx} = -f \left[\frac{m_{11_i}(X_j - X_{o_i}) + m_{12_i}(Y_j - Y_{o_i}) + m_{13_i}(Z_j - Z_{o_i})}{m_{31_i}(X_j - X_{o_i}) + m_{32_i}(Y_j - Y_{o_i}) + m_{33_i}(Z_j - Z_{o_i})} \right]$$
$$y_{ij} - y_o + \textcolor{blue}{dy} = -f \left[\frac{m_{21_i}(X_j - X_{o_i}) + m_{22_i}(Y_j - Y_{o_i}) + m_{23_i}(Z_j - Z_{o_i})}{m_{31_i}(X_j - X_{o_i}) + m_{32_i}(Y_j - Y_{o_i}) + m_{33_i}(Z_j - Z_{o_i})} \right]$$

انديس ۰ معرف مرکز تصوير

x_{ij} و y_{ij} مختصات نقاط، در سیستم عکسی

انديس ۱ شماره عکس

x_o و y_o مختصات نقاط اصلی در سیستم عکسی

انديس ۲ شماره نقطه زمینی

d_x و d_y تصحيحات ناشی از خطای سیستماتیک

سلف کالیبراسیون

d_x, d_y تصحیحات ناشی از خطاهای سیستماتیک در جهات y, x است که می‌تواند به شکل‌های مختلفی مدل شود، مثلاً در صورتی که توابعی از المان‌های توجیه داخلی (x_o, y_o, f) و اعوجاجات عدسی‌ها (شعاعی (R_1, R_2, R_3) و مماسی (K_0, K_1, K_2)) باشند، به صورت رابطه‌ی زیر بیان می‌شوند:

$$dx = f_x(f, x_o, y_o, K_o, K_1, K_2, P_1, P_2, P_3) \\ + F(K)(x_{ij} - x_o) + F(P)\{P_1(r_{ij}^2 + 2(x_{ij} - x_o)^2) + P_2(2(x_{ij} - x_o)(y_{ij} - y_o))\}$$

$$dy = f_y(f, x_o, y_o, K_o, K_1, K_2, P_1, P_2, P) \\ + F(K)(y_{ij} - y_o) + F(P)\{P_2(r_{ij}^2 + 2(y_{ij} - y_o)^2) + P_1(2(x_{ij} - x_o)(y_{ij} - y_o))\}$$

$$r_{ij}^2 = ((x_{ij} - x_o)^2 + (y_{ij} - y_o)^2)$$

تابعی $F(K)$ برای اعوجاجات شعاعی عدسی به کار می‌رود و برای تمام عکس‌ها ثابت فرض می‌شود:

$$F(k) = K_o + K_1 r_{ij}^2 + K_3 r_{ij}^6 + \dots$$

تابعی $F(P)$ برای اعوجاجات مماسی عدسی دوربین به کار می‌رود و برای تمام عکس‌ها ثابت فرض می‌شود. [193]

P_1, P_2 نیز ضرایب تصحیح برای خطای خارج از مرکز بودن عدسی هستند و برای تمام عکس‌ها ثابت است.

$$F(P) = 1 + P_3 r_{ij}^2 + P_4 r_{ij}^4 + \dots$$
 فاصله‌ی کانونی مؤثر است.

سلف کالیبراسیون

- معادلات نسبت به پارامترهای مجھول، غیر خطی‌اند و باید حول کمیت‌های اندازه‌گیری شده به سری تیلور، خطی شوند.

- علاوه بر فرمول ارائه شده فرمول‌های متعدد دیگری نیز برای سلف کالیبراسیون پیشنهاد شده است. در اغلب آنها، معمولاً ابتدا خطاهای سیستماتیک نظیر اعوجاج عدسی، خطای فاصله اصلی و یا آفست نقطه‌ی اصلی مدل‌سازی می‌شود، سپس ترموماتیک اضافی به منظور بیان تغییرات عمومی در مدل مورد نظر اضافه می‌گردد.

- پارامترهای کالیبراسیون برای کل بلوک یکسان می‌باشند. ولی در صورتی که: عکس‌های متفاوتی با دوربین‌های مختلف گرفته شده باشد، یا محورهای پرواز متفاوت باشد و یا زیر بلوک‌های متفاوتی بلوک را تشکیل دهند، برای هر حالت پارامترهای کالیبراسیون تغییر می‌کنند. [194]

سلف کالیبراسیون

معادلات نسبت به پارامترهای مجھول، غیر خطیاند و باید حول کمیت‌های اندازه‌گیری شده $\dot{x}_{ij}, \dot{y}_{ij}$ به سری تیلور، خطی شوند. بنابراین لازم است مقادیر تقریبی اولیه‌ای برای پارامترهای مجھول در نظر گرفته شود.

$$x_{ij} = \dot{x}_{ij} + v_{x_{ij}}$$

$$y_{ij} = \dot{y}_{ij} + v_{y_{ij}}$$

$$f = \ddot{f} + \Delta f$$

$$\omega = \ddot{\omega} + \Delta \omega$$

$$X_o = \ddot{X}_o + \Delta X_o$$

$\dot{x}_{ij}, \dot{y}_{ij}$ مقادیر اندازه‌گیری شده هستند

$$x_o = \ddot{x}_o + \Delta x_o$$

$$\varphi = \ddot{\varphi} + \Delta \varphi$$

$$Y_o = \ddot{Y}_o + \Delta Y_o$$

$v_{y_{ij}}, v_{x_{ij}}$ باقی مانده‌های فوق می‌باشند

$$y_o = \ddot{y}_o + \Delta y_o$$

$$K = \ddot{K} + \Delta K$$

$$Z_o = \ddot{Z}_o + \Delta Z_o$$

$\ddot{f}, \ddot{x}_o, \dots, \ddot{Z}$ مقادیر تقریبی مجھولات

$$K_o = \ddot{K}_o + \Delta K_o$$

$$P_1 = \ddot{P}_1 + \Delta P_1$$

$$X = \ddot{X} + XX$$

$\Delta f, \Delta x_o, \dots, \Delta Z$ تصحیحات مربوط به آن می‌باشند.

$$K_1 = \ddot{K}_1 + \Delta K_1$$

$$P_2 = \ddot{P}_2 + \Delta P_2$$

$$Y = \ddot{Y} + \Delta Y$$

$$K_2 = \ddot{K}_2 + \Delta K_2$$

$$P_3 = \ddot{P}_3 + \Delta P_3$$

$$Z = \ddot{Z} + \Delta Z$$

(Chapter 3)

kiani

دوتابع F, G را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$F = x_{ij} - x_o + dx + f \frac{q}{r} = 0$$

$$P = (X_j - X_{O_i})_{m21_i} + (Y_j - Y_{O_i})m_{22_i} + (Z_j - Z_{O_i})m_{23_i}$$

[195]

$$G = y_{ij} - y_o + dy + f \frac{p}{r} = 0$$

$$q = (X_j - X_{O_i})_{m11_i} + (Y_j - Y_{O_i})m_{12_i} + (Z_j - Z_{O_i})m_{13_i}$$

$$r = (X_j - X_{O_i})_{m31_i} + (Y_j - Y_{O_i})m_{32_i} + (Z_j - Z_{O_i})m_{33_i}$$

★

سلف کالیبراسیون

از سری تیلور به منظور خطی کردن تابع G, F استفاده می‌کنیم و داریم:

$$F = F^o + \left(\frac{\partial F}{\partial x_{ij}} \right) \Delta x_{ij} + \left(\frac{\partial F}{\partial x_o} \right) \Delta x_o + \left(\frac{\partial F}{\partial y_o} \right) \Delta y_o + \left(\frac{\partial F}{\partial f} \right) \Delta f + \left(\frac{\partial F}{\partial K_o} \right) \Delta K_o + \\ \left(\frac{\partial F}{\partial K_1} \right) \Delta K_1 + \left(\frac{\partial F}{\partial K_2} \right) \Delta K_2 + \left(\frac{\partial F}{\partial P_1} \right) \Delta P_1 + \left(\frac{\partial F}{\partial P_2} \right) \Delta P_2 + \left(\frac{\partial F}{\partial P_3} \right) \Delta P_3 + \left(\frac{\partial F}{\partial X_o} \right) \Delta X_o + \\ \left(\frac{\partial F}{\partial Y_o} \right) \Delta Y_o + \left(\frac{\partial F}{\partial Z_o} \right) \Delta Z_o + \left(\frac{\partial F}{\partial \omega} \right) \Delta \omega + \left(\frac{\partial F}{\partial \varphi} \right) \Delta \varphi + \left(\frac{\partial F}{\partial K} \right) \Delta K + \left(\frac{\partial F}{\partial X} \right) \Delta X + \\ \left(\frac{\partial F}{\partial Y} \right) \Delta Y + \left(\frac{\partial F}{\partial Z} \right) \Delta Z = 0$$

$$G = G^o + \left(\frac{\partial G}{\partial y_{ij}} \right) \Delta y_{ij} + \left(\frac{\partial G}{\partial x_o} \right) \Delta x_o + \left(\frac{\partial G}{\partial y_o} \right) \Delta y_o + \left(\frac{\partial G}{\partial f} \right) \Delta f + \left(\frac{\partial G}{\partial K_o} \right) \Delta K_o + \\ \left(\frac{\partial G}{\partial K_1} \right) \Delta K_1 + \left(\frac{\partial G}{\partial K_2} \right) \Delta K_2 + \left(\frac{\partial G}{\partial P_1} \right) \Delta P_1 + \left(\frac{\partial G}{\partial P_2} \right) \Delta P_2 + \left(\frac{\partial G}{\partial P_3} \right) \Delta P_3 + \left(\frac{\partial G}{\partial X_o} \right) \Delta X_o +$$

$$\left(\frac{\partial G}{\partial Y_o} \right) \Delta Y_o + \left(\frac{\partial G}{\partial Z_o} \right) \Delta Z_o + \left(\frac{\partial G}{\partial \omega} \right) \Delta \omega + \left(\frac{\partial G}{\partial \varphi} \right) \Delta \varphi + \left(\frac{\partial G}{\partial K} \right) \Delta K + \left(\frac{\partial G}{\partial X} \right) \Delta X +$$

$$\left(\frac{\partial G}{\partial Y} \right) \Delta Y + \left(\frac{\partial G}{\partial Z} \right) \Delta Z = 0$$

(Chapter 3)

kiani

[196]

★

سلف کالیبراسیون

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial F}{\partial x_{ij}} \right) &= 1 \\ \left(\frac{\partial F}{\partial f} \right) = b_{11} & \quad \left(\frac{\partial F}{\partial x_o} \right) = b_{12} & \quad \left(\frac{\partial F}{\partial y_o} \right) = b_{13} & \quad \left(\frac{\partial F}{\partial K_o} \right) = b_{14} & \quad \left(\frac{\partial F}{\partial K_1} \right) = b_{15} \\ \left(\frac{\partial F}{\partial K_2} \right) = b_{16} & \quad \left(\frac{\partial F}{\partial P_1} \right) = b_{17} & \quad \left(\frac{\partial F}{\partial P_2} \right) = b_{18} & \quad \left(\frac{\partial F}{\partial P_3} \right) = b_{19} & \quad \left(\frac{\partial F}{\partial X_o} \right) = b_{110} \\ \left(\frac{\partial F}{\partial Y_o} \right) = b_{111} & \quad \left(\frac{\partial F}{\partial Z_o} \right) = b_{112} & \quad \left(\frac{\partial F}{\partial \omega} \right) = b_{113} & \quad \left(\frac{\partial F}{\partial \omega} \right) = b_{114} & \quad \left(\frac{\partial F}{\partial k} \right) = b_{115} \\ \left(\frac{\partial F}{\partial X} \right) = b_{116} & \quad \left(\frac{\partial F}{\partial Y} \right) = b_{117} & \quad \left(\frac{\partial F}{\partial Z} \right) = b_{118} & & \end{aligned}$$

مقدادیر توابع G^o, F^o
به ازای مقدادیر تقریبی
 $\Delta x_{ij}, \Delta y_{ij}$ هستند. چون
باقي مانده‌ها هستند

که به ترتیب تبدیل به و برای G می‌شوند $v_{y_{ij}}, v_{x_{ij}}$

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial G}{\partial y_{ij}} \right) &= 1 \\ \left(\frac{\partial G}{\partial f} \right) = b_{21} & \quad \left(\frac{\partial G}{\partial x_o} \right) = b_{22} & \quad \left(\frac{\partial G}{\partial y_o} \right) = b_{23} & \quad \left(\frac{\partial G}{\partial K_o} \right) = b_{24} & \quad \left(\frac{\partial G}{\partial K_1} \right) = b_{25} \\ \left(\frac{\partial G}{\partial K_2} \right) = b_{26} & \quad \left(\frac{\partial G}{\partial P_1} \right) = b_{27} & \quad \left(\frac{\partial G}{\partial P_2} \right) = b_{28} & \quad \left(\frac{\partial G}{\partial P_3} \right) = b_{29} & \quad \left(\frac{\partial G}{\partial X_o} \right) = b_{210} \\ \left(\frac{\partial G}{\partial Y_o} \right) = b_{211} & \quad \left(\frac{\partial G}{\partial Z_o} \right) = b_{212} & \quad \left(\frac{\partial G}{\partial \omega} \right) = b_{213} & \quad \left(\frac{\partial G}{\partial \omega} \right) = b_{214} & \quad \left(\frac{\partial G}{\partial k} \right) = b_{215} \\ \left(\frac{\partial G}{\partial X} \right) = b_{216} & \quad \left(\frac{\partial G}{\partial Y} \right) = b_{217} & \quad \left(\frac{\partial G}{\partial Z} \right) = b_{218} & & \end{aligned}$$

(Chapter 3)

kiani

[197]

سلف کالیبراسیون

شکل ماتریسی معادلات را می‌توان چنین نمایش داد:

$$\begin{bmatrix} Vx_{ij} \\ Vy_{ij} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} & \dots & b_{14} & b_{15} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} & \dots & b_{24} & b_{25} \end{bmatrix}_i \begin{bmatrix} \Delta f \\ \Delta x_o \\ \vdots \\ \Delta \varphi \\ \Delta K \end{bmatrix}_i + \begin{bmatrix} b_{116} & b_{117} & b_{118} \\ b_{216} & b_{217} & b_{218} \end{bmatrix}_j \begin{bmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \\ \Delta Z \end{bmatrix}_j = \begin{bmatrix} -F^o \\ -G^o \end{bmatrix},$$

(Chapter 3)

در حالت کلی، برای m عکس و n نقطه‌ی معادلات شرط را می‌توان به شکل

ماتریسی زیر نوشت:

$$V_{ij} + \dot{B}_i \dot{\delta}_i + \ddot{B}_j \ddot{\delta}_j = \varepsilon_j$$

$$V + \dot{B} \dot{\delta} + \ddot{B} \ddot{\delta} = \varepsilon$$

که ماتریس‌های مشتقات جزئی هستند.

$\dot{\delta}_{(9+6m) \times 1}, \ddot{\delta}_{3n \times 1}$ بردارهای تصحیحات و $\varepsilon_{2mn \times 1}$ بردار اختلافات است.

kiani

[198]

سلف کالیبراسیون

در حالت کلی اگر معلوماتی از پارامترهای توجیه داخلی و توجیه خارجی و مختصات نقاط کنترل داشته باشیم، هریک از معادلات این معلومات را می‌توان به عنوان معادلات مشاهده به معادلات قبل افزود:

$f = \dot{f} + v_f$	$\omega = \dot{\omega} + v_\omega$	$X_o = \dot{X}_o + v_{X_o}$	$X = \dot{X} + v_X$	$K_0 = \dot{K}_0 + v_{K_0}$	$P_1 = \dot{P}_1 + v_{P_1}$
$x_o = \dot{x}_o + v_{x_o}$	$\varphi = \dot{\varphi} + v_\varphi$	$Y_o = \dot{Y}_o + v_{Y_o}$	$Y = \dot{Y} + v_Y$	$K_1 = \dot{K}_1 + v_{k_1}$	$P_2 = \dot{P}_2 + v_{P_2}$
$y_o = \dot{y}_o + v_{y_o}$	$k = \dot{k} + v_k$	$Z_o = \dot{Z}_o + v_{Z_o}$	$Z = \dot{Z} + v_Z$	$K_2 = \dot{K}_2 + v_{K_2}$	$P_3 = \dot{P}_3 + v_{P_3}$

$f = \ddot{f} + \Delta f$	$\omega = \ddot{\omega} + \Delta \omega$	$X_o = \ddot{X}_o + \Delta X_o$	$X = \ddot{X} + XX$	$K_o = \ddot{K}_o + \Delta K_o$	$P_1 = \ddot{P}_1 + \Delta P_1$
$x_o = \ddot{x}_o + \Delta x_o$	$\varphi = \ddot{\varphi} + \Delta \varphi$	$Y_o = \ddot{Y}_o + \Delta Y_o$	$Y = \ddot{Y} + \Delta Y$	$K_1 = \ddot{K}_1 + \Delta K_1$	$P_2 = \ddot{P}_2 + \Delta P_2$
$y_o = \ddot{y}_o + \Delta y_o$	$K = \ddot{K} + \Delta K$	$Z_o = \ddot{Z}_o + \Delta Z_o$	$Z = \ddot{Z} + \Delta Z$	$K_2 = \ddot{K}_2 + \Delta K_2$	$P_3 = \ddot{P}_3 + \Delta P_3$

$$\begin{aligned}
 \dot{f} + v_f &= \ddot{f} + \Delta f & \dot{\omega} + v_\omega &= \ddot{\omega} + \Delta \omega & \dot{X}_o + v_{X_o} &= \ddot{X}_o + \Delta X_o & \dot{X} + v_X &= \ddot{X} + \Delta X & \dot{K}_0 + v_{K_0} &= \ddot{K}_0 + \Delta K_0 & \dot{P}_1 + v_{P_1} &= \ddot{P}_1 + \Delta P_1 & [199] \\
 \dot{x}_o + v_{x_o} &= \ddot{x}_o + \Delta x_o & \dot{\varphi} + v_\varphi &= \ddot{\varphi} + \Delta \varphi & \dot{Y}_o + v_{Y_o} &= \ddot{Y}_o + \Delta Y_o & \dot{Y} + v_Y &= \ddot{Y} + \Delta Y & \dot{K}_1 + v_{k_1} &= \ddot{K}_1 + \Delta K_1 & \dot{P}_2 + v_{P_2} &= \ddot{P}_2 + \Delta P_2 \\
 \dot{y}_o + v_{y_o} &= \ddot{y}_o + \Delta y_o & \dot{k} + v_k &= \ddot{k} + \Delta k & \dot{Z}_o + v_{Z_o} &= \ddot{Z}_o + \Delta Z_o & \dot{Z} + v_Z &= \ddot{Z} + \Delta Z & \dot{K}_2 + v_{K_2} &= \ddot{K}_2 + \Delta K_2 & \dot{P}_3 + v_{P_3} &= \ddot{P}_3 + \Delta P_3
 \end{aligned}$$

kiani (Chapter 3)

سلف کالیبراسیون

$$\begin{bmatrix} v_f \\ v_{x_o} \\ v_{y_o} \\ v_{k_o} \\ v_{k_1} \\ v_{k_2} \\ v_{P_1} \\ v_{P_2} \\ v_{P_3} \\ v_{X_o} \\ v_{Y_o} \\ v_{Z_o} \\ v_\omega \\ v_\varphi \\ v_k \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \Delta f \\ \Delta x_o \\ \Delta y_o \\ \Delta k_o \\ \Delta k_1 \\ \Delta k_2 \\ \Delta P_1 \\ \Delta P_2 \\ \Delta P_3 \\ \Delta X_o \\ \Delta Y_o \\ \Delta Z_o \\ \Delta \omega \\ \Delta \varphi \\ \Delta \kappa \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\dot{f} + \ddot{f} \\ -\dot{x}_o + \ddot{x}_o \\ -\dot{y}_o + \ddot{y}_o \\ -\dot{k}_0 + \ddot{k}_0 \\ -\dot{K}_1 + \ddot{K}_1 \\ -\dot{K}_2 + \ddot{K}_2 \\ -\dot{P}_1 + \ddot{P}_1 \\ -\dot{P}_2 + \ddot{P}_2 \\ -\dot{P}_3 + \ddot{P}_3 \\ -\dot{X}_o + \ddot{X}_o \\ -\dot{Y}_o + \ddot{Y}_o \\ -\dot{Z}_o + \ddot{Z}_o \\ -\dot{\omega} + \ddot{\omega} \\ -\dot{\varphi} + \ddot{\varphi} \\ -\dot{\kappa} + \ddot{\kappa} \end{bmatrix} \equiv \dot{v} - \ddot{\delta} = \dot{\varepsilon}$$

$$\begin{bmatrix} v_X \\ v_Y \\ v_Z \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \\ \Delta Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\dot{X} + \ddot{X} \\ -\dot{Y} + \ddot{Y} \\ -\dot{Z} + \ddot{Z} \end{bmatrix} \equiv \ddot{v} - \ddot{\delta} = \ddot{\varepsilon} \quad [200]$$

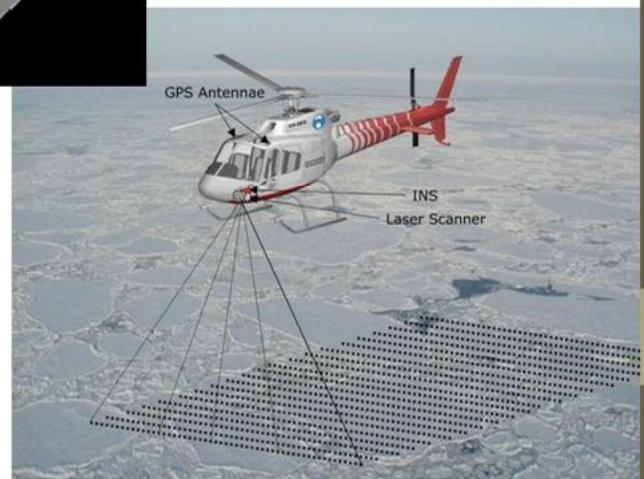
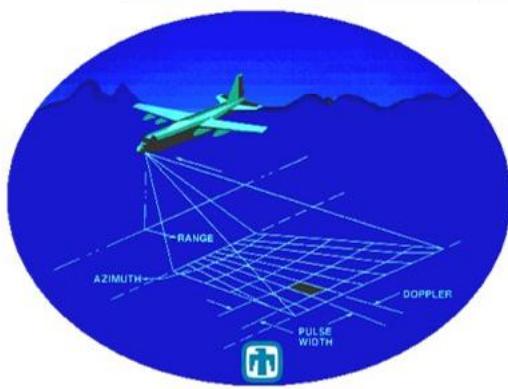
kiani (Chapter 3)



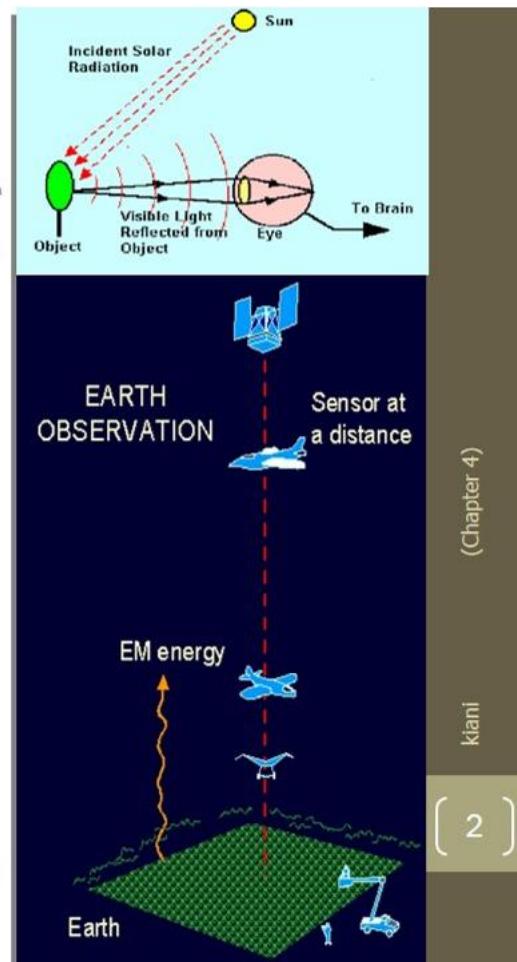
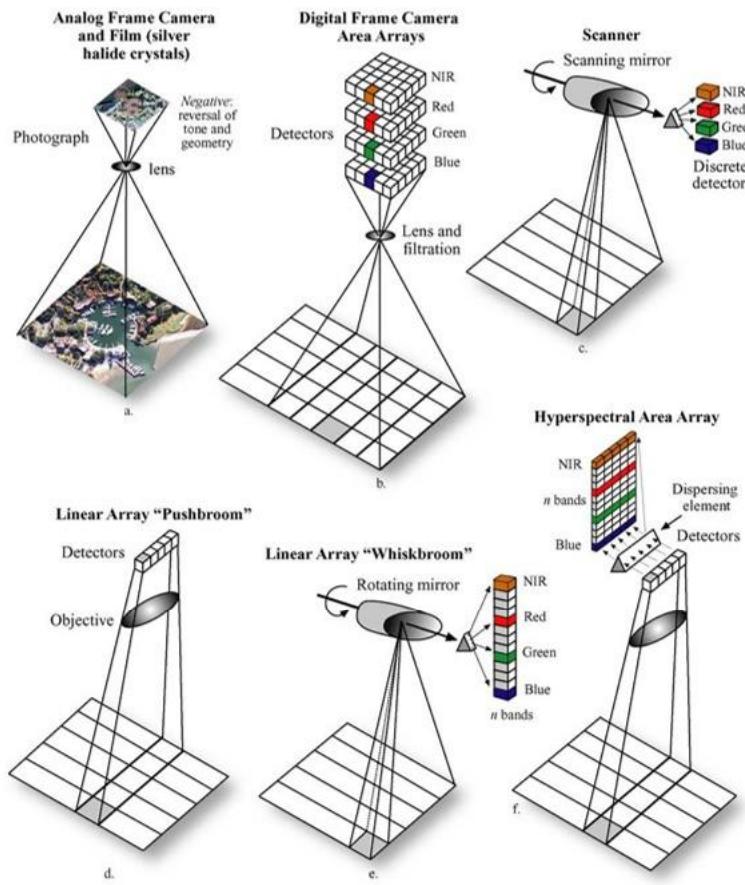
kiani
(Chapter 4)

kiani

[1]



Remote Sensing Systems Used to Collect Aerial Photography, Multispectral and Hyperspectral Imagery



kiani
(Chapter 4)

kiani

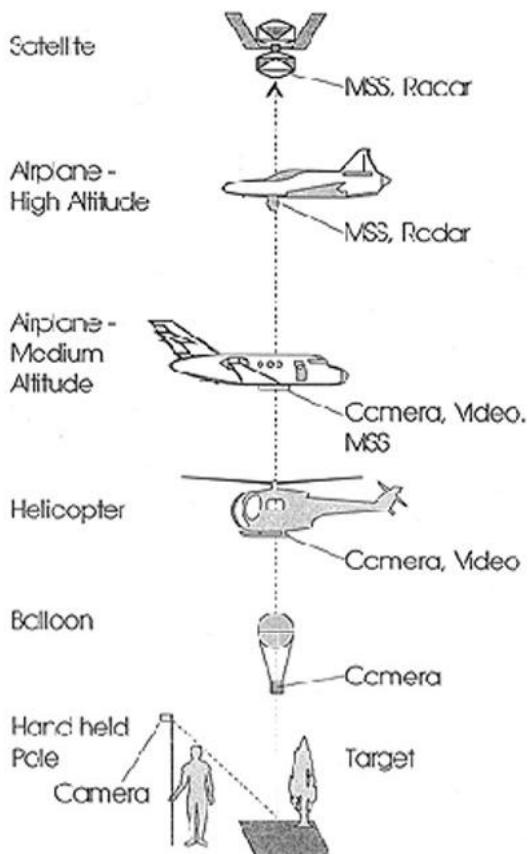
[2]

سکوهای (Platforms)

(Chapter 4)

kiani

[3]



حامل یا ناقل سنجنده های دورسنجی، پلاتفورم یا سکو نامیده می شود، که عمدتاً ماهواره ها و هواپیماها هستند ولی وسایل دیگری نظیر هواپیماهایی با کنترل رادیویی و بالون ها نیز برای سنجش از دور با ارتفاع کم مورد استفاده قرار می گیرند. به طور کلی فاکتور کلیدی برای انتخاب یک پلاتفورم، بلندی می باشد زیرا تعیین پسوندگی به میدان دید لحظه ای (IFOV) (سنجنده روی سکو دارد.

سکوهای

(Chapter 4)

kiani

[4]

برای انتقال و نگهداری سنجنده ها در سنجش از دور نیاز به سکو یا حامل می باشد.

- سکوهای عمدت در سنجش از دور، بالن، هلی کوپتر، هواپیما، فضایی، ایستگاه فضایی و ماهواره می باشند.
- مهمترین سکوها هواپیما و ماهواره می باشند.

هواپیما در اخذ داده های سنجش از دوری سالیان متمادی مورد استفاده قرار گرفته اند. ارتفاع پرواز از 100m الى 40km می باشد.

مزیت استفاده از هواپیما: تنظیم پارامترهای تصویر برداری در اختیار کارشناسان است از جمله:



ارتفاع پرواز، تعداد تصاویر و

زمان تصویربرداری،
تأثیرات اتمسفری و مشکل ابر وجود ندارد.

سکوها

- ماهواره ها مشکل محدودیت های مکانی پرواز را حل نموده اند (عکسبرداری از مناطق مرزی و برون مرزی).
- هزینه تصویربرداری ارزانتر از تصویربرداری هوایی است.
- ماهواره های سنجش از دوری در ارتفاع های 100km تا 1000km قرار دارند.
- برخی از ماهواره ها (مخابراتی، هواشناسی) ممکن است تا ارتفاع 36000km نیز قرار داشته باشند.



با توجه به خصوصیات دو سیستم تصویربرداری به نظر می رسد که این دو (هوایی و سنجش از دوری)، در عرض رقابت، مکمل یکدیگر می باشند و در صورت نیاز باید از قابلیت های هر دو آن ها استفاده شود.

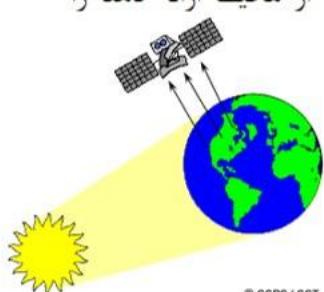
(Chapter 4)

kiani

[5]

سنجدنه

هر وسیله ای که اشعه الکترو مغناطیس منعکس شده از پدیده های مختلف و یا سایر انرژی های ساطع شده را جمع آوری نموده و به شکل مناسب برای کسب اطلاعات از محیط ارائه دهد را سنجدنه گویند.



- طبقه بندي سنجدنه ها :
- براساس منبع انرژي شامل :

► - سنجدنه های غیر فعال passive sensors

این سنجدنه ها خود دارای مولد انرژی الکترو مغناطیس نیستند تا به طرف پدیده ها بفرستند ، بلکه انرژی منعکس شده از پدیده های مختلف زمین را که اشعه الکترومغناطیس خورشید به آنها تابیده است ، جمع آوری و ثبت می کنند ، مانند انواع اسکنرها و مایکروویو غیرفعال



► - سنجدنه فعل Active sensors

این سنجدنه ها خود دارای مولد انرژی الکترومغناطیس هستند که به طرف پدیده های مورد نظر فرستاده شده و بازتاب آنها جمع آوری و ثبت می گردد ، مانند مایکروویو فعل و رادار

(Chapter 4)

kiani

[6]

سنجده

(Chapter 4)

بر اساس بازده اطلاعاتی شامل :

➤ - سنجده های غیر تصویری

بازده اطلاعاتی این سنجده ها به صورت جدول و نمودار بوده و قابلیت تبدیل به عکس را ندارد . این سنجده ها بیشتر در کارهای تحقیقاتی و مطالعاتی و آزمایشگاهی کاربرد دارند ، مانند اشعه سنج ، رادیو سنج و طیف سنج.

➤ - سنجده های تصویری

بازده اطلاعاتی این سنجده ها قابل تبدیل به عکس می باشد. این سنجده ها نیز خود به دو قسم تقسیم می شوند:

• - - سنجده های مصور :

• که بازده اطلاعاتی این سنجده ها مستقیماً قابل تبدیل به عکس می باشند، مانند دوربین های عکاسی.

سنجده

(Chapter 4)

• - - سنجده های عددی یا رقومی :

بازده اطلاعاتی این سنجده ها رقومی بوده که پس از طی مراحل خاص می توانند به عکس یا حالت آنالوگ تبدیل می شوند. در این سنجده ها فیلم وجود ندارد بلکه امواج بازتابیده از پدیده های گوناگون به کمک سیستم موجود در سنجده ها به امواج الکترونیکی تبدیل می شوند و پس از ضبط در فرصت مناسب به زمین مخابره می شوند و گاهی این عمل مستقیماً صورت می گیرد.

• مزیت این سنجده ها به سنجده های مصور این است که احتیاجی به بازگرداندن سکو به زمین نیست و اطلاعات به زمین مخابره می شوند. در نتیجه می توان این سنجده ها را به ماهواره ها نصب کرد. حسن این سنجده ها این است که دارای دامنه طیفی گسترده تری می باشند.

[8]

[9]

[10]

سیستم های عکسبرداری

► دوربین تک عدسی (single lens frame camera)

► دوربین چند عدسی (Multi lens Camera)

► دوربین همگرا (convergent Camera)

► دوربین تصویربرداری نواری (Strip Camera)

► دوربین پانورامیک (Panoramic Camera)

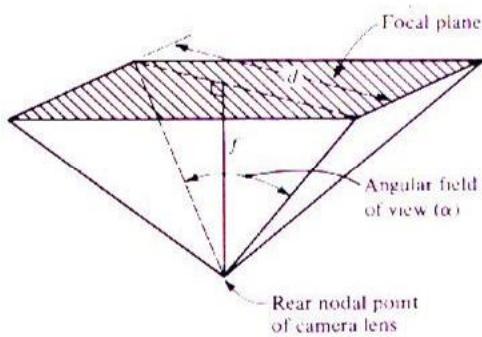
دوربین تک عدسی:

طبقه بندی بر اساس زاویه گشایش:

زاویه نرمال (تا 75 درجه) Normal angle

زاویه باز (75 تا 100 درجه) wide angle

زاویه بسیار باز (بزرگتر از 100 درجه) super wide angle



دوربین همگرا

این دوربین ها معمولاً به صورت جلوگر (Forward) و عقب نگر (Backward) بر روی هواپیما قرار می گرفتند (Frame type).

عکسهای مربوطه همزمان تهیه می شد و میزان همگرایی آنها نیز کم بوده است.

اخذ عکسهای مایل به جهت کارهای تفسیری و یا افزایش دقت ارتفاعی است.

عکسهای اخذ شده به صورت قائم، دقت مسطحاتی مناسبتری نسبت به دقت ارتفاعی دارند.



دقت ارتفاعی به معیار Base/Height بستگی دارد

نسبت فوق در فتوگرامتری در حدود 0.6 می باشد

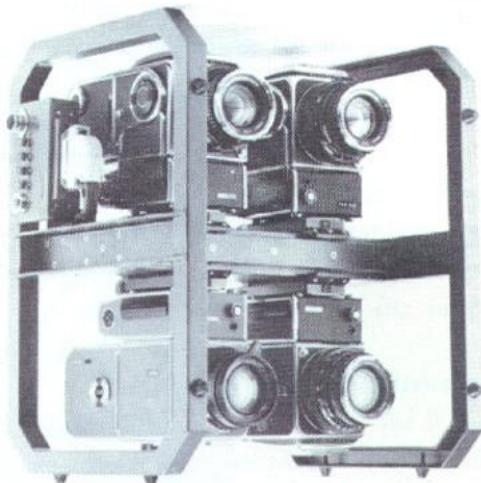
نسبت B/H در سنجش از دور در حدود 0.6 الی 1.4

دوربین چند عدسی

این نوع از دوربین ها برای اخذ عکس های چند باندی (Multi band) استفاده می شد و همزمان تصاویر مربوطه اخذ می گردید.

باندهای Red, Green, Blue و Red, Green, Near IR برای نمایش False color استفاده می شد.

امروزه نیز از سیستم های رقومی استفاده می شود.



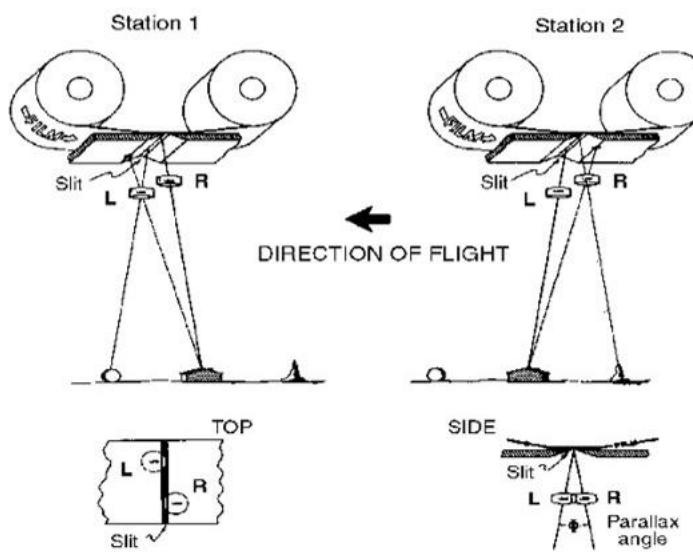
(Chapter 4)

kiani

[11]

دوربین نواری

دوربین strip عکس پیوسته به صورت نواری از زمین در زیر هواپیما تولید می کند. شاتر دوربین در کل عملیات عکسبرداری باز بوده و در نتیجه نیازی به تجهیزات IMC و FMC برای جلوگیری از کشیدگی عکس نیست.



(Chapter 4)

kiani

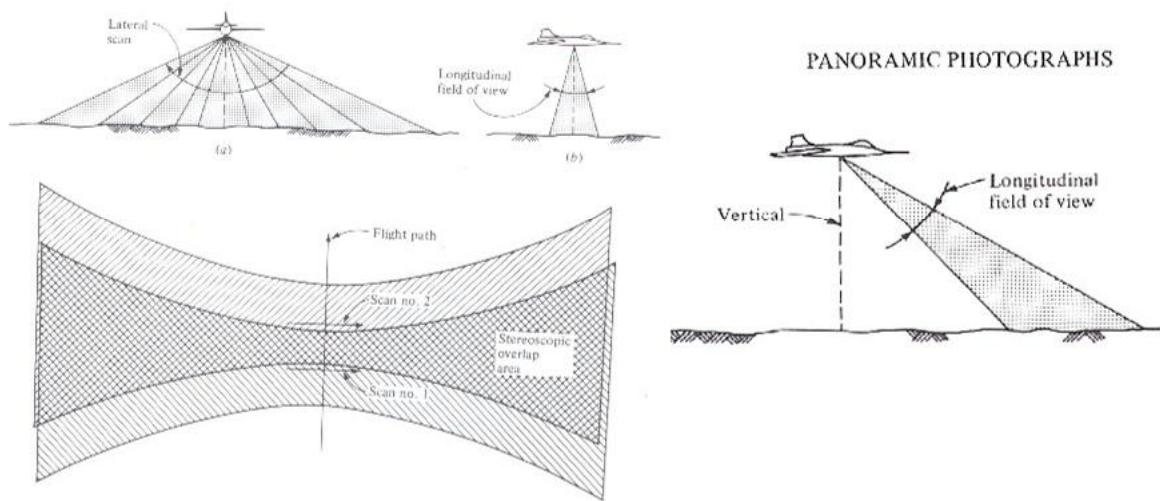
[12]

دوربین پانورامیک

(Chapter 4)

kiani

[13]

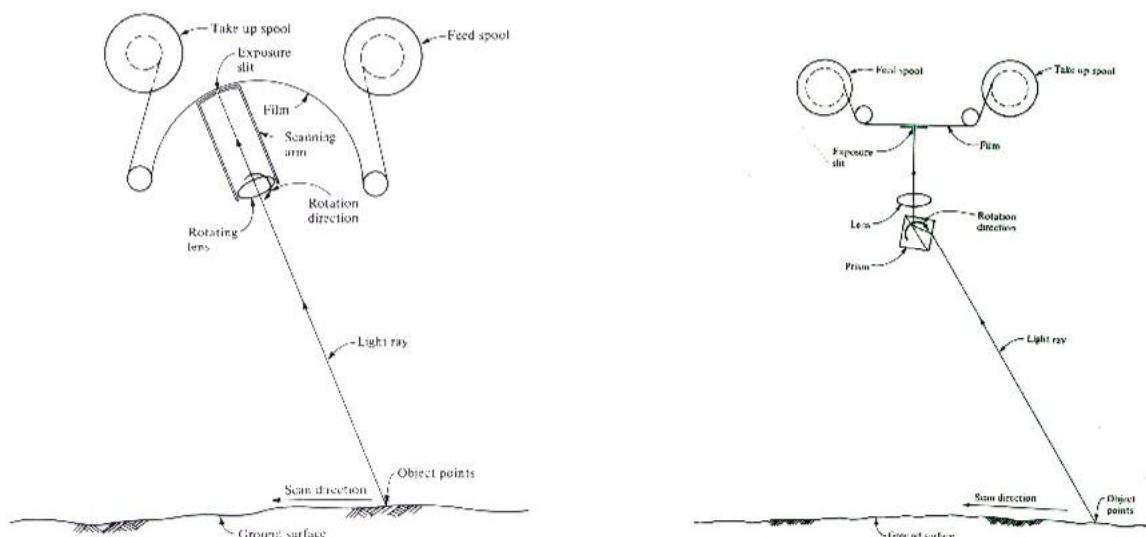


انواع دوربین های پانورامیک

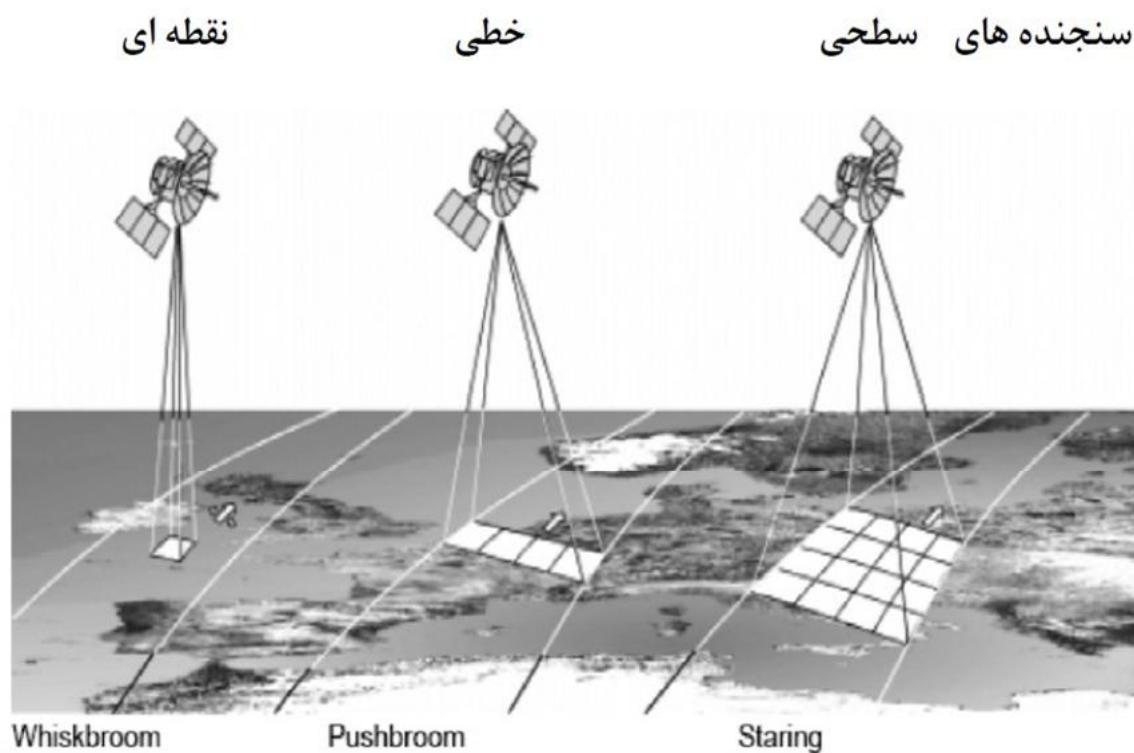
(Chapter 4)

kiani

[14]



انواع سنجنده ها از لحاظ نوع و هندسه جمع آوری داده

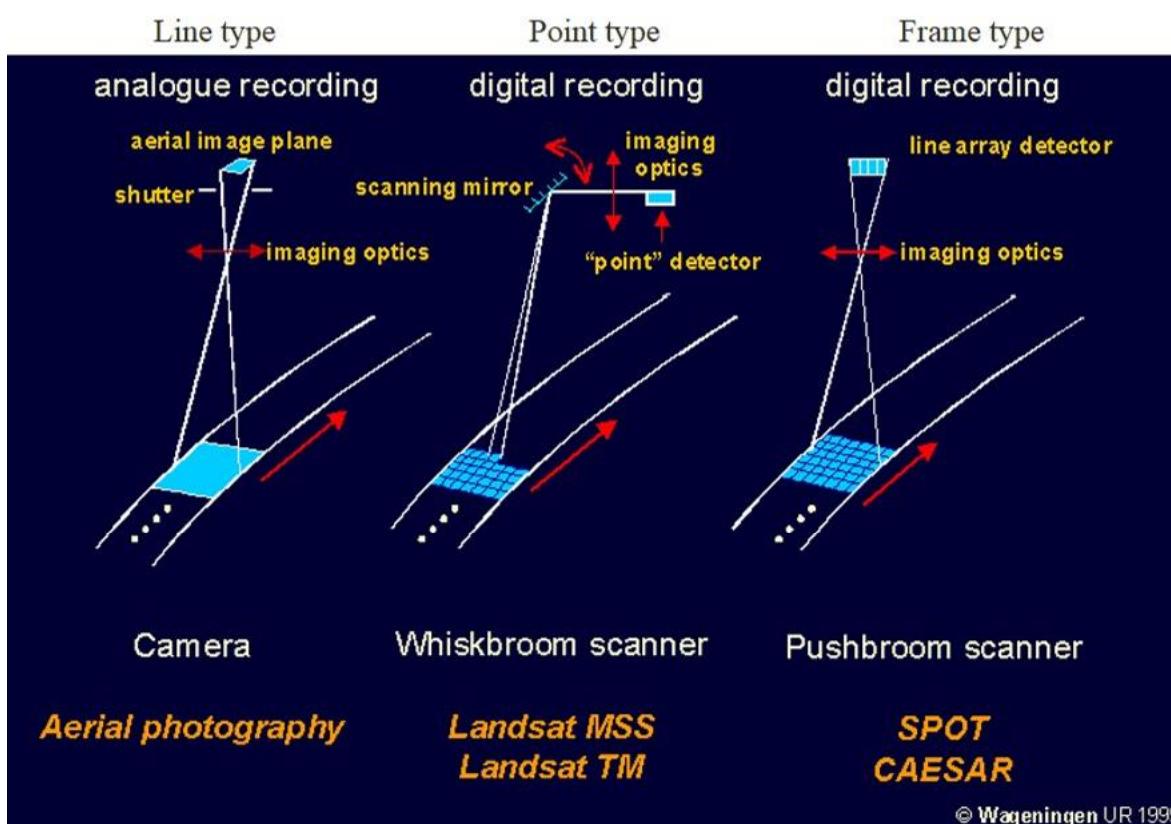


(Chapter 4)

kiani

[15]

هندسه ای تصویربرداری



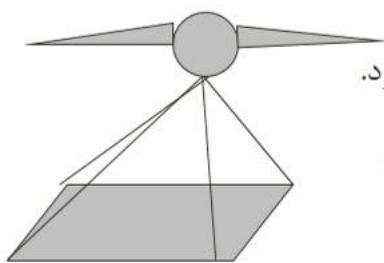
(Chapter 4)

kiani

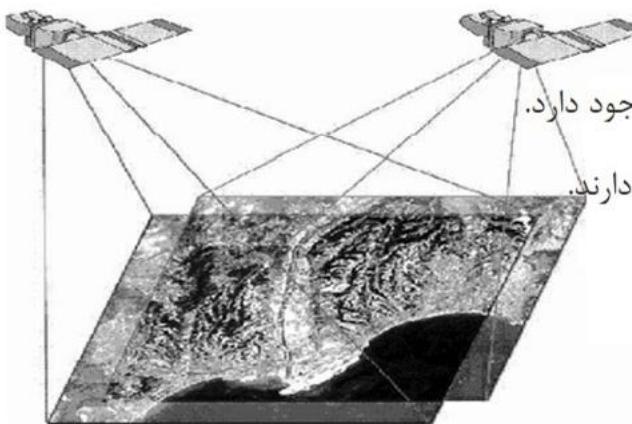
[16]

© Wageningen UR 1999

[17]



- در این سیستم ها در یک لحظه کل تصویر برداشت می شود.
- سیستم های عکسبرداری دستی همگی از این نوع هستند.
(عکسبرداری آنی با باز و بسته شدن شاتر)
- معمولا برای اهداف فتوگرامتریکی به کار می روند.



- ساختار هندسی مشخص و ساده دارند.
- امکان استفاده از معادلات فتوگرامتری وجود دارد.
- این نوع تصاویر استحکام هندسی بالایی دارند.

سیستم تصویربرداری (Line Type Imagers)

سنجدۀ بر روی سکو نصب شده و با هر بار تصویر برداری یک خط از تصویر تشکیل می شود. پس از تخلیه آشکار سازها و آمادگی برای اخذ خط بعدی سکو نیز به جلو حرکت کرده است و بنابراین خط بعدی بلا فاصله برداشت می شود، بدین ترتیب خط های پشت سر هم یک تصویر کامل را تشکیل می دهند.

اکثر سنجدۀ ها به صورت خطی تصویر برداری می کنند (تکنولوژیهای Pushbroom و (whiskbroom

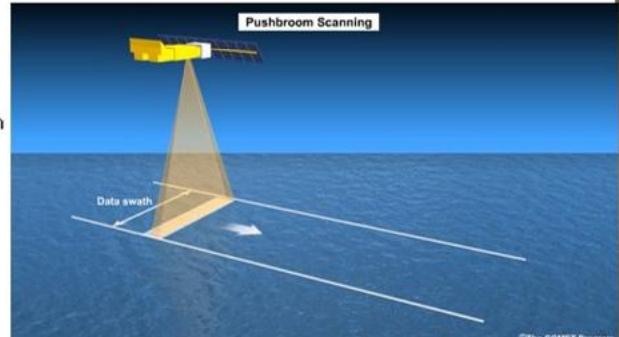
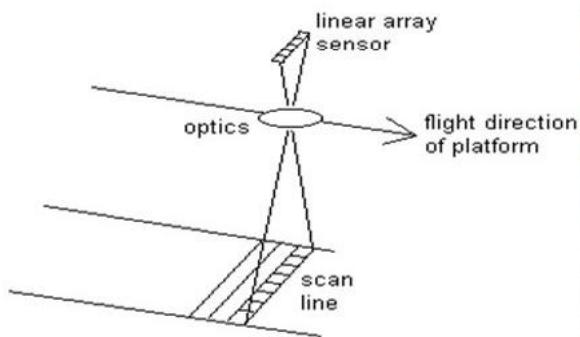
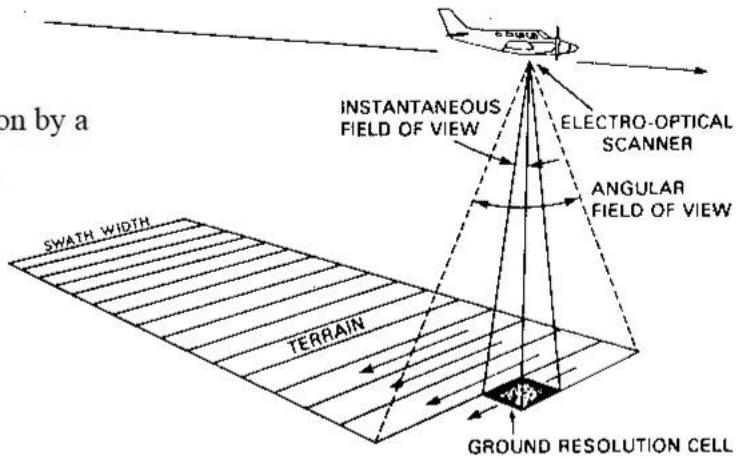
المانهای توجیه خارجی برای هر تصویر با تصاویر مجاور متفاوت است (هنده پویا یا هواپیما و یا ماهواره در هنگام اخذ هر سطر از تصویر دارای وضعیتی جداگانه است → Dynamic

- در این نوع سنجدۀ ها صدها آشکارساز در کنار یکدیگر و بطور دقیق و در یک خط در کنار یکدیگر قرار می گیرند.

[18]

سیستم تصویربرداری (Line Type Imagers)

Schematic of data acquisition by a pushbroom scanner



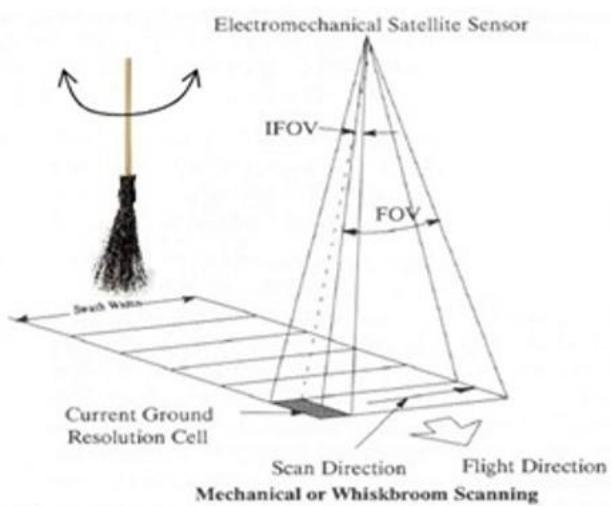
(Chapter 4)

kiani

[19]

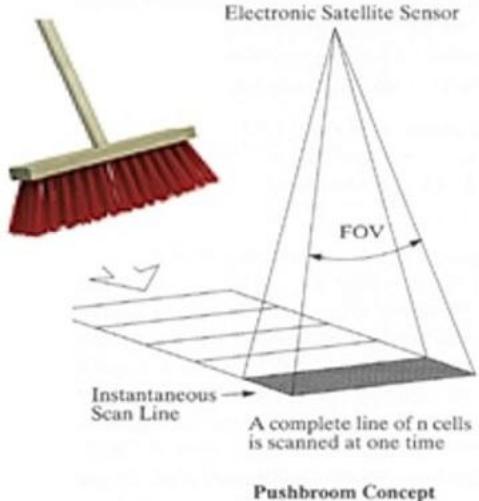
سیستم تصویربرداری (Line Type Imagers)

whisk_broom



Pushbroom

Electronic Satellite Sensor



(Chapter 4)

kiani

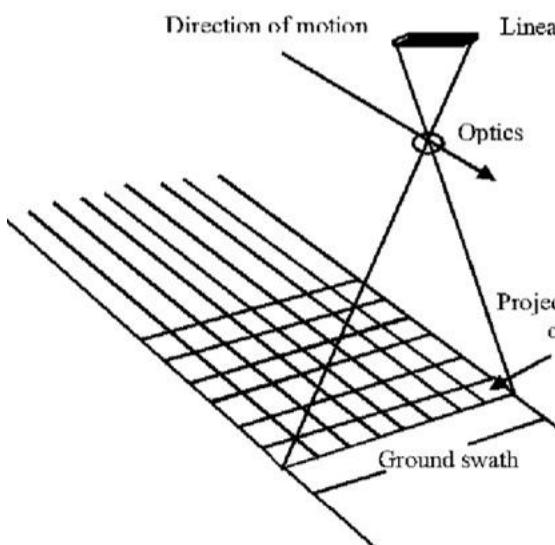
[20]

[21]

سیستم تصویربرداری (Line Type Imagers)

- نسبت به سیستمهای Frame type رقومی ساده تر ساخته می شوند.
- قابل برنامه ریزی و مدیریت هستند.
- در این سیستم ها هر خط برای خود یک هندسه مجزا دارد.
- در این سیستم ها در یک لحظه یک سطر از تصویر برداشت می شود.
- پس از تخلیه آشکار ساز ها سکو با حرکت به جلو خط بعدی را برمی دارد و با حرکت ماهواره خط های متوالی برداشت می شوند.
- استحکام هندسی نسبت به Frame type پایین تر می باشد. چون ماهواره در هنگام اخذ هر خط وضعیتی جداگانه دارد.

سیستم تصویربرداری (Pushbroom) Line Type



برای تکنولوژی Pushbroom

امتداد پرواز محور X

هر خط تصویری با تصاویر مجاور تعییرات

کمی دارند

فرض: تعداد خطوط 6000 عدد در نتیجه،

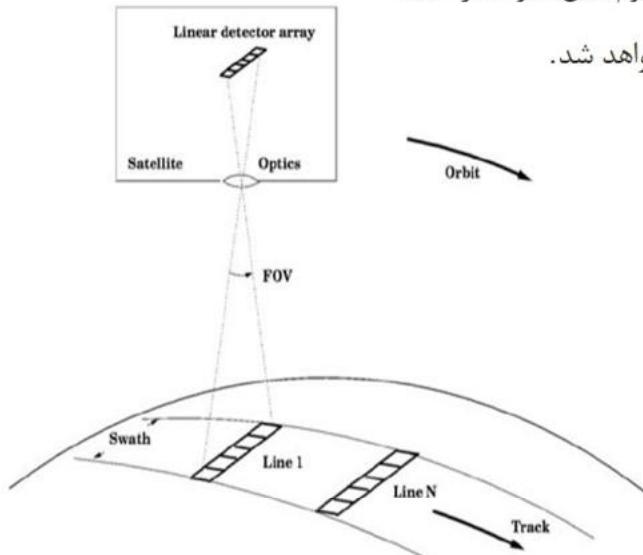
تعداد مجھولات: 36000

[22]

$$\begin{pmatrix} y - y_0 \\ -f \end{pmatrix} = \lambda \cdot M_{\omega \varphi k} \begin{pmatrix} X - X_0 \\ Y - Y_0 \\ Z - Z_0 \end{pmatrix}$$

(Pushbroom) Line Type سیستم تصویربرداری

می توان ارتباط میان تصاویر را با معادله درجه دوم بیان نمود، در نتیجه تعداد مجھولات ۳۶۰۰۰ تبدیل به ۱۸ مجھول خواهد شد.



ا. شماره خطوط تصاویر

$$\begin{aligned} X_0^i &= X_0^j + A_x \cdot i + B_x \cdot i^2 \\ Y_0^i &= Y_0^j + A_y \cdot i + B_y \cdot i^2 \\ Z_0^i &= Z_0^j + A_z \cdot i + B_z \cdot i^2 \\ \omega^i &= \omega^j + A_\omega \cdot i + B_\omega \cdot i^2 \\ \varphi^i &= \varphi^j + A_\varphi \cdot i + B_\varphi \cdot i^2 \\ k^i &= k^j + A_k \cdot i + B_k \cdot i^2 \end{aligned}$$

$$\begin{pmatrix} 0 \\ y - y_0 \\ -f \end{pmatrix} = \lambda \cdot R \begin{pmatrix} \omega^j & A_\omega & B_\omega \\ \varphi^j & A_\varphi & B_\varphi \\ k^j & A_k & B_k \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} X_g^l - X_0^i(X_0^j & A_x & B_x) \\ Y_g^l - Y_0^i(Y_0^j & A_y & B_y) \\ Z_g^l - Z_0^i(Z_0^j & A_z & B_z) \end{pmatrix} \quad [23]$$

(Whiskbroom) Line Type سیستم تصویربرداری

آینه دورانی یا منشور دورانی مورد استفاده قرار می دهد.

زاویه دورانی حول محور X (امتداد محور پرواز).

$$\begin{pmatrix} x - x_0 \\ 0 \\ -f \end{pmatrix} = \lambda \cdot R_{\omega^i, \varphi^i, k^i} \cdot R_{1\alpha} \cdot \begin{pmatrix} X_g^l - X_0^i \\ Y_g^l - Y_0^i \\ Z_g^l - Z_0^i \end{pmatrix}$$

۷ پارامتر مجھول برای هر تصویر و برای مثلا 7n خط تصویر، 7n مجھول.

به شیوه مشابه با سیستم Pushbroom، مجھولات را حل نمود.

البته در سنجهش از دور، به شیوه های مختلف تصحیح هندسی انجام می شود (2D یا 3D) و

کمتر از سیستم معادلات گفته شده استفاده می گردد.

[24]

[25]

سیستم تصویربرداری (Whiskbroom) Point Type

تصویربرداری به صورت نقطه مبنای است (point based) جهت تهیه نقشه های موضوعی است نه تهیه نقشه های توپوگرافی.

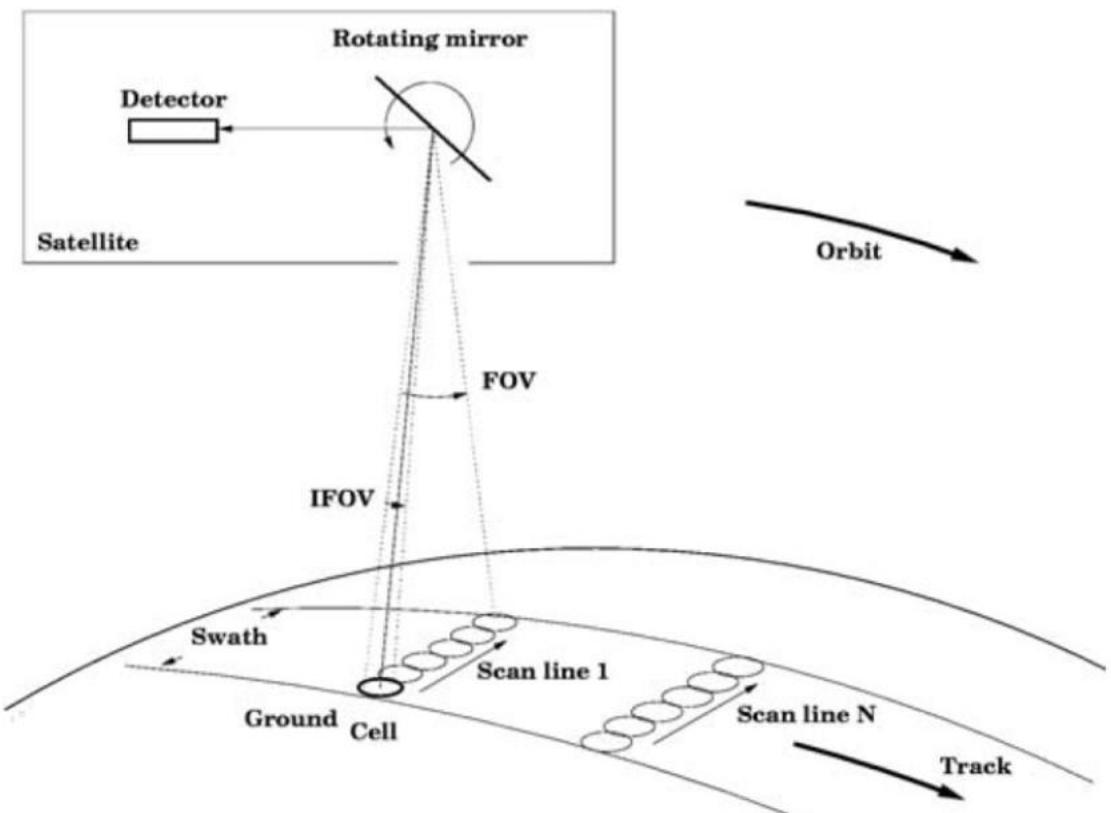
سنجهنه از تعداد محدودی CCD تشکیل شده و زاویه اسکن مانند حالت خطی است.

هر point یک تصویر محاسب می شود و به ازای هر نقطه 7 پارامتر مجهول. اگر Scene از m سطر و n ستون تشکیل شده باشد، هر 7mn مجهول خواهد داشت.

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -f \end{pmatrix} = \lambda \cdot R_{\omega^i, \varphi^i, k^i} \cdot R_{1\alpha} \cdot \begin{pmatrix} X_g^l - X_0^i \\ Y_g^l - Y_0^i \\ Z_g^l - Z_0^i \end{pmatrix}$$

[26]

سیستم تصویربرداری (Whiskbroom) Point Type



تمرین

(Chapter 4)

در یک سنجنده آرایه خطی، در صورتی که یکی از آرایه ها (آرایه جلونگر) نسبت به نadir (در امتداد مسیر حرکت) زاویه Φ_0 بسازد معادله ای که طی آن بین مختصات زمینی و مختصات آرایه ای رابطه برقرار می کند، کدام است؟ شرح دهید.

(M) ماتریس دورانی، k ضریب مقیاس، f فاصله کانونی، مرکز تصویر (x_0, y_0, z_0)

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ -f \cos \phi_0 \end{bmatrix} = k \cdot M \begin{bmatrix} x - x_0 \\ y - y_0 \\ z - z_0 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ -f \tan \varphi_0 \end{bmatrix} = k \cdot M \begin{bmatrix} x - x_0 \\ y - y_0 \\ z - z_0 \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$\begin{bmatrix} f \sin \phi_0 \\ y \\ -f \cos \phi_0 \end{bmatrix} = k \cdot M \begin{bmatrix} x - x_0 \\ y - y_0 \\ z - z_0 \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ -f \sin \phi_0 \end{bmatrix} = k \cdot M \begin{bmatrix} x - x_0 \\ y - y_0 \\ z - z_0 \end{bmatrix} \quad (3)$$



kiani

[27]

دوربین رقومی Ultracam

آشنایی با:

دوربین رقومی Ultracam

دوربین هوایی رقومی Ultracam ساخت کارخانه Vexcel در کشور اتریش می باشد

- این کمپانی تحت مالکیت مایکروسافت می باشد.

دوربین از دو قسمت اصلی تشکیل شده است:

واحد سنجنده ✓

واحد پردازش و محاسبات ✓

(Chapter 4)

kiani

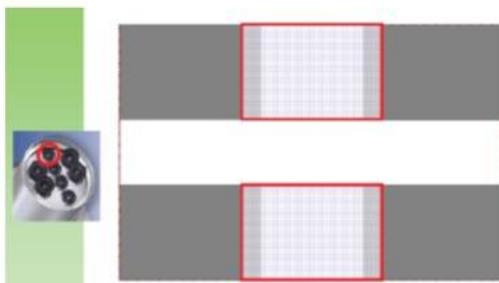
[28]



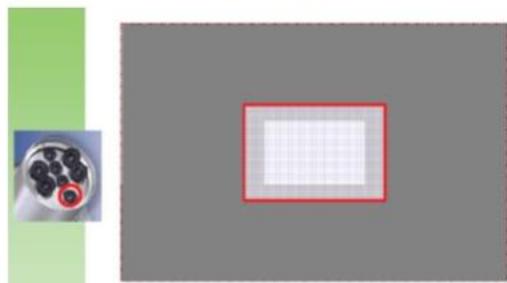
دوربین رقومی Ultracam

ساختار دوربین

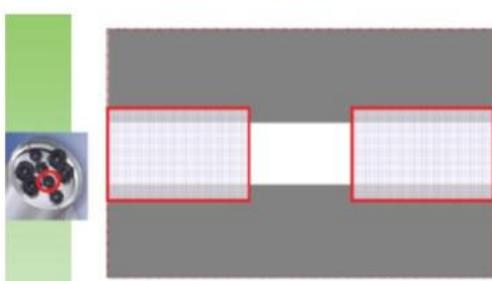
دوربین شماره ۲



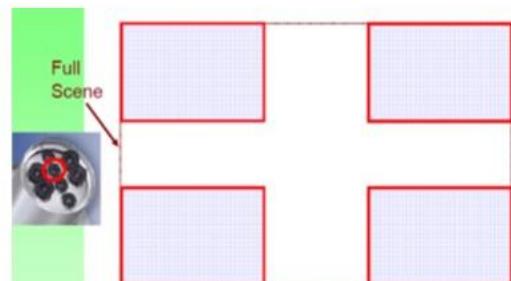
دوربین شماره ۱



دوربین شماره ۴



دوربین شماره ۳

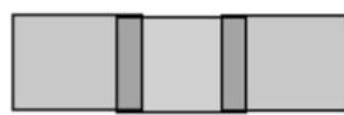
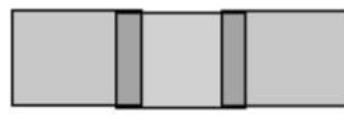


(Chapter 4)

kiani

[29]

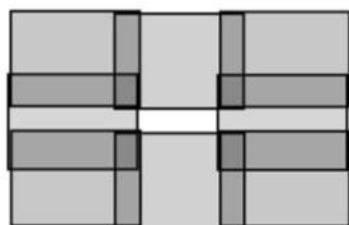
دوربین رقومی Ultracam



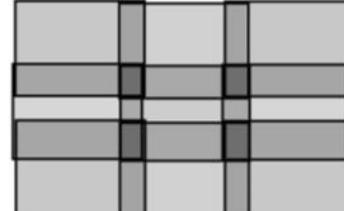
MASTERCONE with 4 CCDs

اتصال تصاویر

(Chapter 4)



MASTERCONE plus Cone # 2



MASTERCONE plus Cone # 2 and 3

MASTERCONE plus Cone # 2, 3 and4

kiani

[30]

با مبنای قرار دادن تصویر حاصل از دوربین a و ثبت تصاویر حاصل از سه دوربین بعدی به دوربین اول و با موزائیک کردن ۹ آرایه سطحی یک تصویر یکپارچه ساخته می شود.

[31]

دوربین رقومی Ultracam

ساختار دوربین‌های Ultracam

CCD Pixel سایز	11500×7500
ابعاد تصویر Virtual	103.5×67.5(mm)
100 mm	فاصله کانونی پانکروماتیک
37.3 و 54.7	زاویه دید از افق / عمود
از لحاظ رنگ دارای 4 کanal رنگی به صورت زیر می باشد:	
و مادون قرمز Blue, Green, Red	
4008×2672 Pixel	سایز تصاویر رنگی
28 mm	فاصله کانونی لنز تصاویر رنگی
46° 65°	میدان دید تصاویر رنگی به صورت افقی و عمودی
>12 bit	قدرت تفکیک رادیومتریکی در هر کanal رنگی
45cm×45cm×60cm	ابعاد فیزیکی دوربین
30 کیلوگرم	وزن



دوربین رقومی Ultracam

دوربین ۸ لنزی :

این بخش حاوی هشت لنز می باشد، که چهار لنز آن مربوط به تصاویر PAN، سه لنز مخصوص تصاویر RGB و یک لنز برای اخذ تصاویر طیف مادون قرمز نزدیک (NIR) می باشد.

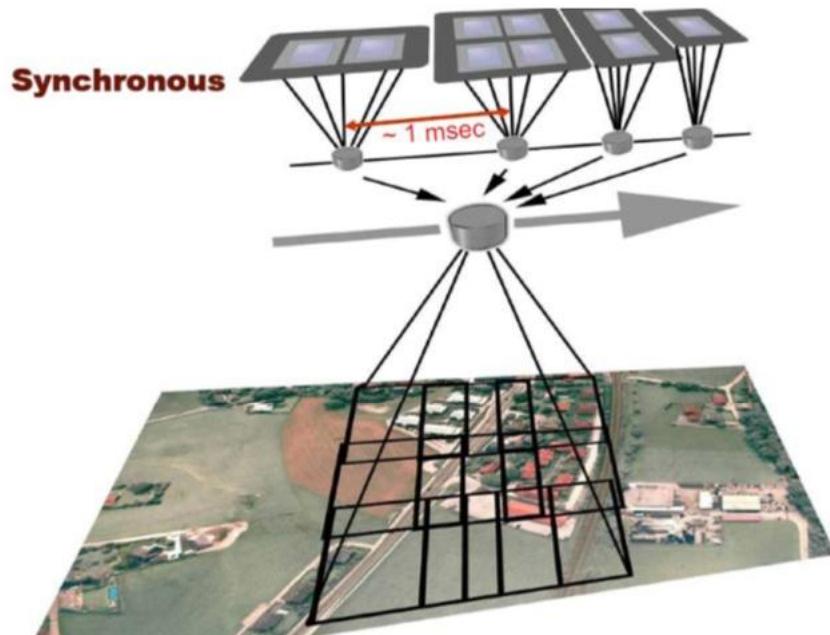
ترتیب قرار گیری لنزهای RGB و مادن قرمز در دوربین Ultracam :



[32]

دوربین رقومی Ultracam

روش های مختلف تصویربرداری در دوربین های Ultracam

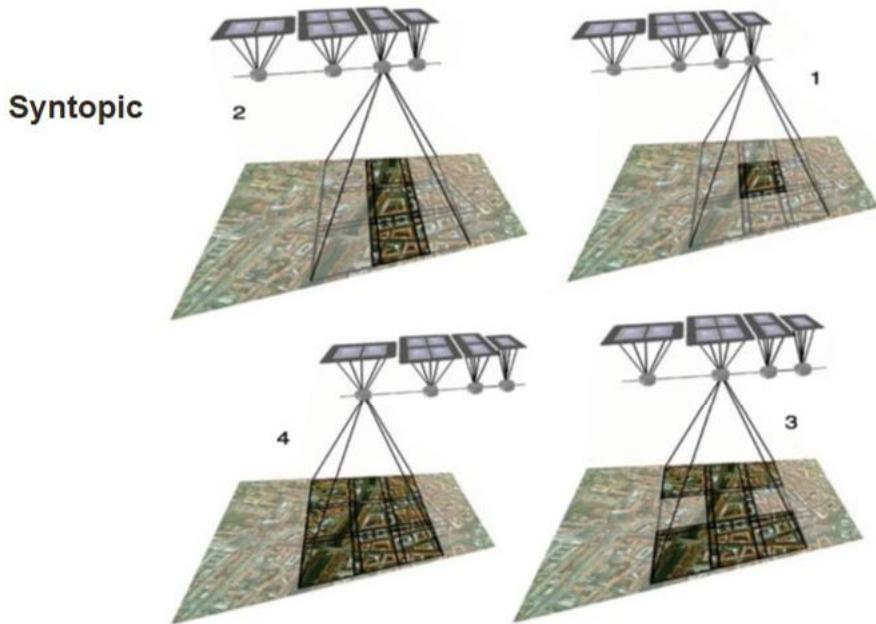


kiani
(Chapter 4)

[33]

دوربین رقومی Ultracam

روش های مختلف تصویربرداری در دوربین های Ultracam



kiani
(Chapter 4)

[34]

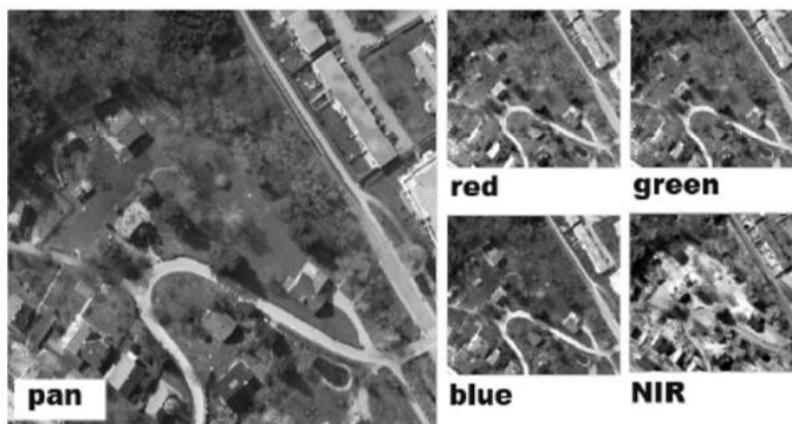
دوربین رقومی Ultracam

ایجاد تصاویر Multi-band

- در دوربین های رقومی امکان ایجاد تصاویر Multi-band که شامل مادون قرمز نزدیک هم هست وجود دارد.

- با نرم افزارهای softcopy سازگاری دارد و می توان از این نرم افزارها استفاده کرد.
- از نظر اقتصادی با صرفه می باشد

- تصویر پانکروماتیک با رزولوشن بالا (تصویر سمت چپ) و ۴ تصویر سمت Multispectral (تصویر سمت راست).



(Chapter 4)

kiani

[35]

دوربین رقومی Ultracam

سطوح مختلف تصویر

← تصاویر خام از هر CCD می شود و بر روی دو دیسک جداگانه ذخیره سازی می شود.

← اطلاعات از نقطه نظر صحت مورد ارزیابی قرار گرفته و تنها بر روی یکی از دیسک ها قرار خواهد گرفت.

← تصویر را از لحاظ رادیومتریکی تصحیح می کنیم و جهت انجام بهینه عملیات موزاییک زیر تصاویر، آماده سازی می شوند.



← تصاویر پانکروماتیک را با روش stitching به هم وصل می کنیم. در این سطح تصاویر در باند رنگی همچنان بصورت جداگانه از تصویر پانکروماتیک خواهند بود.

← تصاویر multi-spectral را با روش pansharpening به تصاویر پانکروماتیک وصل می کنیم. که در واقع همان تصویر تلفیقی حاصل از باندهای رنگی و پانکروماتیک خواهد بود، ایجاد می گردد.

(Chapter 4)

kiani

[36]

دوربین رقومی Ultracam

قابلیت‌های رادیومتریکی و هندسی دوربین Ultracam

- ذخیره سازی داده‌ها به صورت 12 bit، در مقایسه با دوربین‌های معمولی با فرمت 8 bit
- امکان upgrade کردن آن توسط تکنولوژی کامپیوتر آسان می‌باشد
- به عوامل گرمایی و دیگر عواملی که بر روی سیستم‌های دوربین Multi-lens اثر می‌گذارد غیر حساس می‌باشد.
- می‌توان تصاویر را در راستای حرکت هواپیما زیاد کرد بدون آنکه هزینه‌ای برای ما در برداشته باشد.

(Chapter 4)

kiani

[37]

دوربین رقومی Ultracam

شفافیت تصویر اخذ شده دیجیتال و آنالوگ

- تحقیقات که در سال ۲۰۰۳ توسط گروبر و لرب مننشر شده
- مورد سایه‌های درون عکس و شفافیت تصویر اخذ شده تصاویر دیجیتال به مراتب از هم تایان آنالوگ خود عملکرد بهتری دارند.
- تصویر سمت راست: تصویر دیجیتال Ultracam با اندازه پیکسل سایز زمینی ۱۶ سانتی متر، تصویر سمت چپ: تصویر اسکن شده با اندازه پیکسل سایز زمینی ۱۵ سانتی متر

(Chapter 4)

kiani

[38]

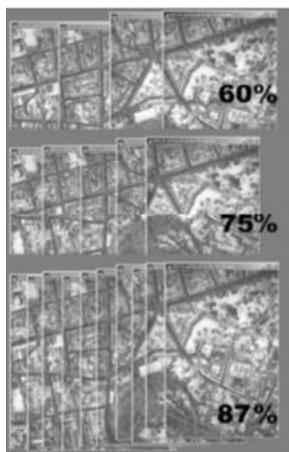


دوربین رقومی Ultracam

(Chapter 4)

kiani

[39]



افزایش پوشش

- امکان پوشش بیش از ۶۰ درصد را برای ما ایجاد می کند.
- با پوشش ۸۰ درصد هر نقطه زمینی ۵ مرتبه بر روی تصاویر ایجاد می شود.
- با پوشش ۹۰ درصد هر نقطه ۱۰ مرتبه ایجاد می شود.
- ۲۷۰۰ تصویر را در هر ماموریت پرواز با نرخ بیش از یک فریم در هر ثانیه می تواند ایجاد کند بنابراین به پوشش ۸۰ درصد در بیشتر ماموریت هایش دست می یابد.

دوربین رقومی Ultracam

(Chapter 4)

kiani

کالیبراسیون

کالیبراسیون در این دوربین ها به صورت دومرحله ای صورت می گیرد.

ابتدا تک تک سنسورها در مخروط عدسی متناظر خود کالیبره می شوند

Single Head Calibration ✓

کالیبراسیون رادیومتریک و ✓

کالیبراسیون هندسی ✓

سپس کلیه ۹ سنسور در یک فریم به طور یکجا و در ارتباط با هم کالیبره می شوند

Platform Calibration

[40]

دوربین رقومی Ultracam

- همانند هر محصولی از این دست، دوربین UltraCam نیز دارای یک سری توانمندی‌ها و احیاناً یک سری مقایص و کمبودها می‌باشد.
- کیفیت رادیومتریکی بالای تصاویر، نسبت بسیار بزرگ S/N، توان Classification نسبتاً بالا در مقایسه با دوربین‌های آنالوگ، برطرف شدن مشکل اشیاء درون سایه در تصاویر این دوربین و فریم مبنی بردن این دوربین که خود منجر به اختیاری شدن سیستم GPS/INS می‌گردد را می‌توان در زمرة برخی از توانمندی‌های این دوربین برشمرد.
- در عوض کوچکی نسبت باز به ارتفاع پرواز که جزء ذات همه دوربین‌های رقومی فریم دار است و منجر به کاهش دقت خصوصاً در مؤلفه Z می‌گردد، مهمترین نقیصه این دوربین به حساب می‌آید. که البته این کاهش دقت چشمگیر نبوده و قابل صرف نظر کردن می‌باشد. همچنان شکننده بودن ساختار هندسی این دوربین، لزوم کالیبراسیون دوره‌ای را مطرح می‌سازد.