

درس نقشه برداری 2

مثال های حل شده از پیمایش بسته و آنتنی بسته

فرید اسماعیلی

از دانشجویان عزیز تقاضا می گردد مثال های زیر را که راه حل تشریحی آنها نیز ارائه گردیده، مطالعه نموده و مراحل حل آنها را به طور کامل دنبال کنند. پیشنهاد می گردد پس از مطالعه هر مثال یک بار دیگر خودتان پیمایش را برای خودتان بر روی کاغذ حل کنید و جواب نهایی بدست آمده را با جواب راه حل مقایسه نمایید. مثال های متعددی در خصوص مبحث پیمایش در کلاس درس و یا عملیات نقشه برداری حل نموده اید. با توجه به آمادگی ذهنی شما مطمئناً مطالعه مثال های حل شده زیر برای تثبیت مبحث (با توجه به اهمیت) بسیار مفید و لذت بخش، و نکات موجود در آنها تکمیل کننده مبحث خواهد بود.

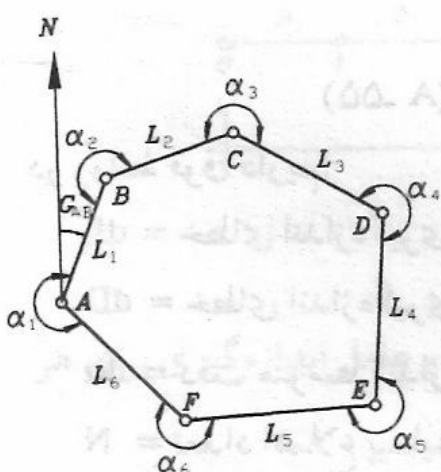
یادتان باشد یاد گیری و موفقیت با تکرار و تمرین و زحمت دانشجو حاصل خواهد شد.

**طرح سؤال مشابه مثال های زیر در امتحان میان ترم و
پایان ترم دور از انتظار نیست!!**

مقال ۱-۳

در یک پیمایش بسته مطابق شکل زیر طولها و زوایای خارجی اندازه گیری شده برای هر رأس در جدول (۳-۳) قابل ملاحظه است در صورتیکه دقت متوسط اندازه گیری زوایا از قرار 80 ثانیه گرادی و ژیزمان امتداد AB برابر 30.1200 گراد باشد مطلوب است محاسبه مختصات تصحیح شده رئوس پیمایش در صورتیکه $X_A = Y_A = 1000_m$ باشد.

جدول (۳-۳)



طولهای اندازه گیری شده (L_i)	زوایای اندازه گیری شده (α_i)
$L_1 = 294.13_m$	$\alpha_1 = 256.1980^g$
$L_2 = 255.25_m$	$\alpha_2 = 268.0269^g$
$L_3 = 271.84_m$	$\alpha_3 = 261.9111^g$
$L_4 = 308.14_m$	$\alpha_4 = 278.1518^g$
$L_5 = 282.51_m$	$\alpha_5 = 260.1032^g$
$L_6 = 232.03_m$	$\alpha_6 = 275.6066^g$
$\Sigma = 1643.90_m$	$\Sigma = 1599.9976^g$

شکل (۱۸-۳)

(حل)

خطای بست زوایای برابر است با:

$$e_{\alpha} = \sum_{i=1}^N \alpha_i - (N+2)200$$

(۱۳-۳ تکراری)

$$= 1599.9976 - (6+2)200 = 1599.9976 - 1600 = -24 \text{ ثانیه گرادی}$$

حداکثر خطای مجاز بست زوایای برابر است با:

$$e_{\max} = 2.5 d\alpha \sqrt{N} = 2.5 \times 40 \sqrt{6} = 245'' \text{ ثانیه گرادی}$$

چون $e_{\max} = 245 > e_{\text{بسته}} = 24$ است لذا مقدار خطا را بر روی زوایا سرشکن می کنیم

بنابراین مقدار تصحیح برای هر زاویه برابر است با:

$$\varepsilon_{\alpha} = \frac{-e_{\alpha}}{N} = \frac{-(-24)}{6} = +4 \text{ ثانیه گرادی}$$

$$\alpha_1 = 256.1980 + 0.0004 = 256.1984^\circ$$

$$\alpha_2 = 268.0269 + 0.0004 = 268.0273^\circ$$

$$\alpha_3 = 261.9111 + 0.0004 = 261.9115^\circ$$

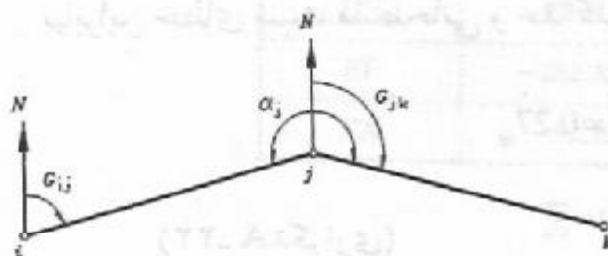
$$\alpha_4 = 278.1518 + 0.0004 = 278.1522^\circ$$

$$\alpha_5 = 260.1032 + 0.0004 = 260.1036^\circ$$

$$\alpha_6 = 275.6066 + 0.0004 = 275.6070^\circ$$

$$\Sigma = 1600^\circ \text{ (مجموع = گراد)}$$

حال ΔX و ΔY هر امتداد را محاسبه می‌نمائیم و برای این منظور لازم است قبلاً ژیزمان کلیه امتدادها محاسبه شود، در حالت کلی داریم:



$$G_{jk} = (G_{ij} + \alpha_j) \pm 200^\circ$$

$$\Delta X_{jk} = L \cdot \sin G_{jk}$$

$$\Delta Y_{jk} = L \cdot \cos G_{jk}$$

شکل (A-۱۹)

بنا بر این ژیزمان کلیه امتدادها برابر است با:

$$G_{AB} = 30.1200 \text{ گراد}$$

$$G_{BC} = (30.1200^\circ + 268.0273^\circ) - 200^\circ = 98.1473^\circ$$

$$G_{CD} = (98.1473 + 261.9115) - 200 = 160.0588$$

$$G_{DE} = (160.0588 + 278.1522) - 200 = 238.2110$$

$$G_{EF} = (238.2110 + 260.1036) - 200 = 298.3146$$

$$G_{FA} = (298.3146 + 275.6070) - 200 = 373.9216$$

$$G_{AB} = (373.9216 + 256.1984) - 200 = 430.1200$$

$$-400.0000$$

$$\hline 30.1200^\circ \text{ (o.k.) کنترل}$$

در این مرحله ΔX و ΔY را به شکل زیر محاسبه می‌نمائیم.

جدول (A-۴)

امتداد	$\Delta X = L \sin G$	$\Delta Y = L \cos G$
AB	+134.03	+261.82
BC	+255.14	+7.43
CD	+159.58	-220.07
DE	-174.04	-254.28
EF	-282.41	-7.48
FA	-92.41	+212.83
	$e_x = \sum \Delta X = -0.11_m$	$e_y = \sum \Delta Y = +0.25_m$

بنابراین خطای بست مسطحاتی و حداکثر خطای مجاز آن برابر می شود با:

$$e_s = \sqrt{e_x^2 + e_y^2} = \sqrt{(-0.11)^2 + (+0.25)^2} = 0.27_m$$

$$e_{\max} = 2.5 \bar{AB} d\alpha_{\text{rad}} \sqrt{\frac{N}{2}} \quad (22\text{-A تکراری})$$

$$\bar{AB} = \frac{\sqrt{2}}{4} \sum_{i=1}^N L_i \quad (22\text{-A تکراری})$$

$$\bar{AB} = \frac{\sqrt{2}}{4} \times 1643.90 = 581.21_m$$

$$e_{\max} = 2.5 \times 581.21 \times \frac{80}{636620} \sqrt{\frac{N}{2}} = 0.32_m$$

در اینجا L را طول کل پیمایش فرض کرده ایم و از طرفی چون $e_s = 0.27 < e_{\max} = 0.32$ است بنابراین خطای e_x و e_y را به روی ΔX و ΔY امتداد سرشکن می کنیم.

$$\varepsilon_x = - \frac{L_i}{\sum L_i} e_x \quad \varepsilon_y = - \frac{L_i}{\sum L_i} e_y$$

برای نمونه ΔX و ΔY تصحیح شده امتداد AB را حساب می کنیم.

$$\varepsilon_x = - \frac{294.13}{1643.90} (-0.11) = 0.02$$

$$\varepsilon_y = -\frac{294.13}{1643.90} (+0.25) = -0.045$$

$$\Delta x_{AB} = 134.03 + 0.02 = 134.05$$

$$\Delta y_{AB} = 261.82 - 0.045 = 261.775$$

نتایج بدست آمده برای x و y تصحیح شده هر امتداد به قرار زیر است:

جدول (A-۵)

امتداد	Δx	Δy
AB	134.05	261.775
BC	255.157	7.391
CD	159.598	-220.111
DE	-174.019	-254.327
EF	-282.391	-7.523
FA	-92.395	+212.795

$$\Sigma = 0$$

$$\Sigma = 0$$

و نهایتاً x و y کلیه نقاط به قرار زیر حاصل می گردد.

جدول (A-۶)

امتداد	x	y
A	1000	1000
B	1134.05	1261.775
C	1389.207	1269.166
D	1548.805	1049.055
E	1374.786	794.728
F	1092.395	787.205

نمونه محاسبات در جدول فوق:

$$X_B = X_A + \Delta X_{AB} = 1000 + 134.05 = 1134.050$$

$$Y_B = Y_A + \Delta Y_{AB} = 1000 + 261.775 = 1261.775$$

مقال ۲- A

در پیمایش بسته ABCDEA مختصات نقطه A از قرار $x=1100$ و $y=692$ و زاویه حامل (بیرینگ) امتداد EA برابر $N 11^{\circ}, 29', 20'' E$ و زوایای داخلی و فواصل اندازه گیری شده از قرار زیر می باشد مختصات سرشکن شده کلیه رئوس را تعیین کنید:

جدول (A-۷)

فواصل افقی	زوایای رئوس
$AB=606.70_m$	$A= 69^{\circ}47'42''$
$BC=471.70_m$	$B=220^{\circ}43'26''$
$CD=751.65_m$	$C=54^{\circ}10'52''$
$DE=855.87_m$	$D=87^{\circ}06'20''$
$EF=502.06_m$	$E=108^{\circ}12'00''$

(حل)

۱- خطای بست زاویه ای و مقدار تصحیح برای هر زاویه را حساب می کنیم.

$$\text{Sum of angles} = (n-2)(180^{\circ}) = (5-2)(180^{\circ}) = 540^{\circ}$$

$$A = 69^{\circ}47'42''$$

$$B = 220^{\circ}43'26''$$

$$C = 54^{\circ}10'52''$$

$$D = 87^{\circ}06'20''$$

$$E = 108^{\circ}12'00''$$

$$\text{Sum} = 540^{\circ}00'20''$$

$$\text{Error per angle} = \frac{20 \text{ seconds}}{5 \text{ angles}} = 04 \text{ seconds per angle}$$

۲- زوایای سرشکن شده را تعیین می کنیم.

$$A = 69^{\circ}47'42'' - 04'' = 69^{\circ}47'38''$$

$$B = 220^{\circ}43'26'' - 04'' = 220^{\circ}43'22''$$

$$C = 54^{\circ}10'52'' - 04'' = 54^{\circ}10'48''$$

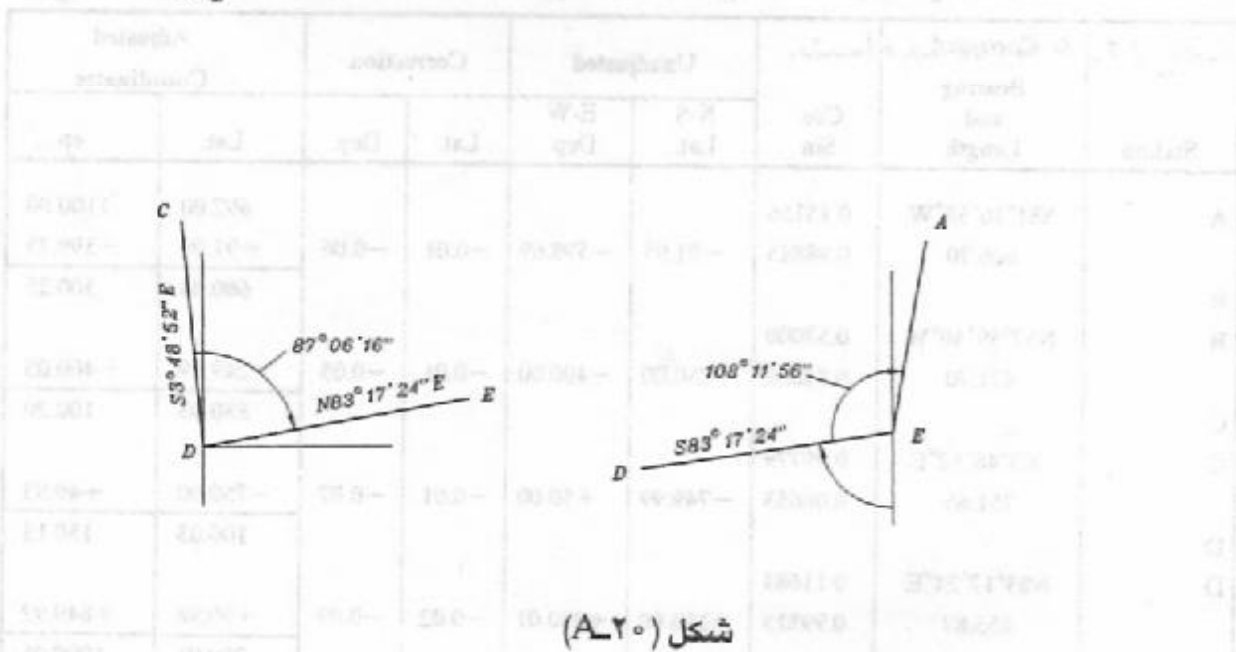
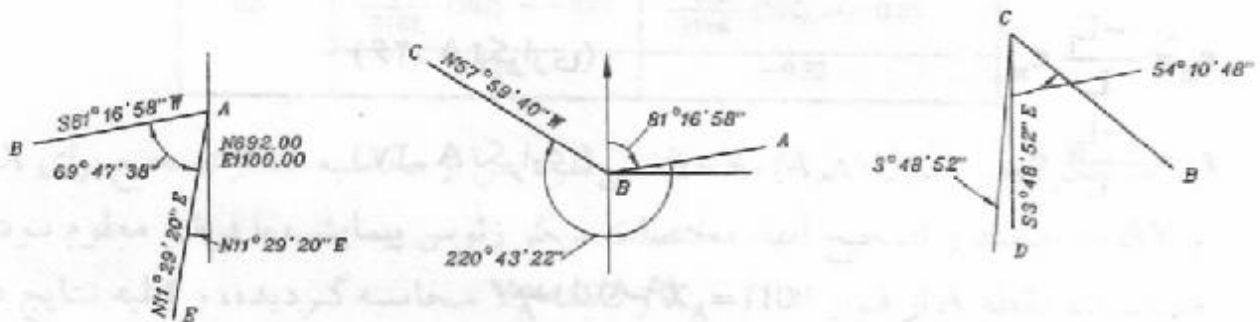
پیمایش (TRAVERSE) / ۵۳۱

$$D = 87^{\circ}06'20'' - 04'' = 87^{\circ}06'16''$$

$$E = 108^{\circ}12'00'' - 04'' = 108^{\circ}11'56''$$

$$\text{Corrected sum} = 540^{\circ}00'00'' \text{ Cheek}$$

۳- در این مرحله زاویه حامل (بیرینگ) کلیه امتدادها را محاسبه می‌نمائیم که نتایج بدست آمده در شکل‌های زیر ملاحظه می‌گردد.



۴- ΔX و ΔY کلیه امتدادها را محاسبه می‌کنیم که در جدول ۸-۸ قابل ملاحظه است، از نتایج بدست آمده خطای بست X ها و Y ها برابر مقادیر زیر می‌باشد.

$$e_x = \sum_{i=1}^n \Delta X_i = +0.32$$

$$e_y = \sum_{i=1}^n \Delta Y_i = +0.06$$

۵- خطای بست مسطحاتی (خطای بست پیمایش) و همچنین دقت عملیات برابر می‌گردد با:

$$e_s = \sqrt{e_x^2 + e_y^2} = \sqrt{(0.06)^2 + (0.32)^2} = 0.326$$

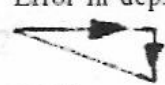
$$\text{دقت عملیات} = e_r = \frac{e_s}{L} = \frac{0.326}{3188} = \frac{1}{9780}$$

۶- مقدار سرشکنی برای Δx و Δy هر امتداد از روابط زیر بدست می‌آید که نتایج حاصله در جدول (A-۹) ملاحظه می‌گردد.

$$e_{xi} = \frac{-L_i}{L} e_{xi} \quad (\text{۲۶- A تکراری})$$

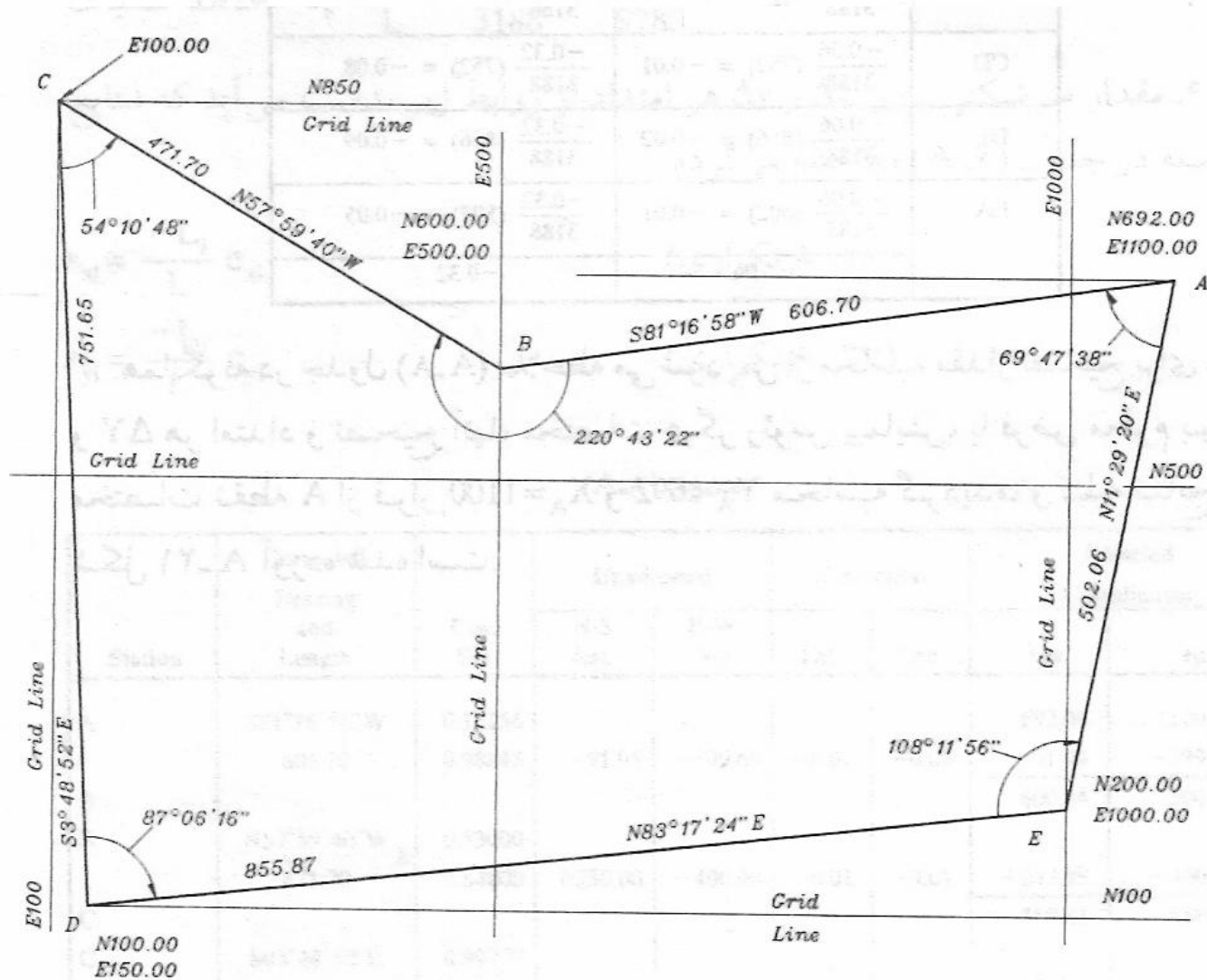
$$e_{yi} = \frac{-L_i}{L} e_{yi} \quad (\text{۲۷- A تکراری})$$

جدول (A-۸)

Station	Corrected Bearing and Length	Cos. Sin	Unadjusted		Correction		Adjusted Coordinates	
			N-S Lat	E-W Dep.	Lat.	Dep.	Lat.	ep.
A	S81°16'58"W 606.70	0.15156 0.98845	-91.95	-599.69	-0.01	-0.06	692.00 -91.96	1100.00 -599.75
B							600.04	500.25
B	N57°59'40"W 471.70	0.53000 0.84800	+250.00	-400.00	-0.01	-0.05	+249.99	-400.05
C							850.03	100.20
C	S03°48'52"E 751.65	0.99779 0.06653	-749.99	+50.00	-0.01	-0.07	-750.00	+49.93
D							100.03	150.13
D	N83°17'24"E 855.87	0.11684 0.99315	+100.00	+850.01	-0.02	-0.09	+99.98	+849.92
E							200.01	1000.05
E	N11°29'20"E 502.06	0.97996 0.19918	+492.00	+100.00	-0.01	-0.05	+491.99	+99.95
Plus sums			+842.00	+1000.01			692.00	1100.00
Minus sums			-841.94	-999.69				
Sums	3187.98		+0.06	+0.32	-0.06	-0.32		
Error in dep. = +0.32 Error in lat. = +0.06 Total error = 0.326 								

Course	Correction to Latitude	Correction to Departure
AB	$\frac{-0.06}{3188} (607) = -0.01$	$\frac{-0.32}{3188} (607) = -0.06$
BC	$\frac{-0.06}{3188} (472) = -0.01$	$\frac{-0.32}{3188} (472) = -0.05$
CD	$\frac{-0.06}{3188} (752) = -0.01$	$\frac{-0.32}{3188} (752) = -0.08$
DE	$\frac{-0.06}{3188} (856) = -0.02$	$\frac{-0.32}{3188} (856) = -0.09$
EA	$\frac{-0.06}{3188} (502) = -0.01$	$\frac{-0.32}{3188} (502) = -0.05$
	-0.06	-0.32

همانگونه در جدول (A-۸) ملاحظه می شود پس از محاسبه مقدار تصحیح برای ΔX و ΔY هر امتداد و تصحیح آنها، مختصات دیگر رئوس پیمایش، با فرض معلوم بودن مختصات نقطه A از قرار $X_A = 1100$ و $Y_A = 692$ محاسبه گردیده، و کلیه نتایج در شکل A-۲۱ آورده شده است.



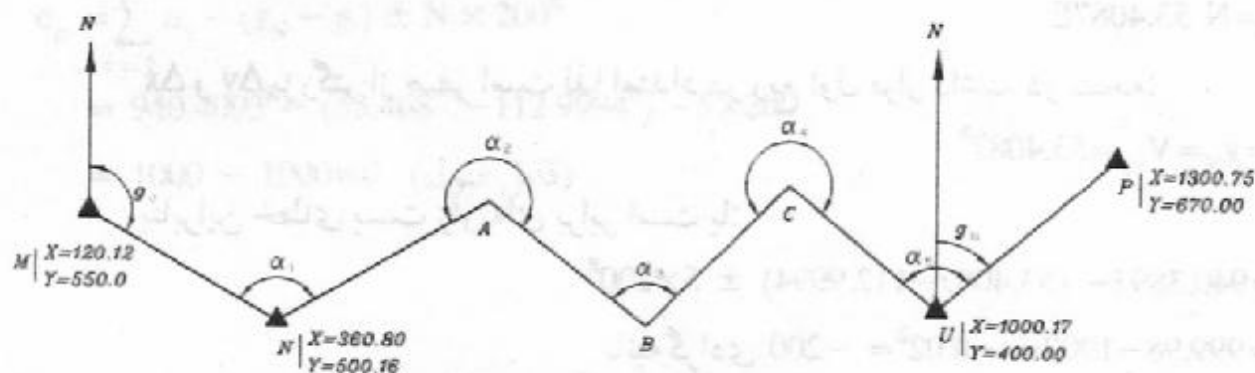
مثال ۳- A

با توجه به شکل (A-۲۲) پیمایش ABC در ابتدا و انتها به دو امتداد MN و UP از لحاظ سمت و موقعیت بسته شده است که مختصات نقاط M، N، U و P از قبل معلوم و در ذیل قابل ملاحظه است در صورتی که دقت متوسط اندازه گیری زوایا $d\alpha = 50$ (ثانیه گرادی) و زوایای α_1 تا α_5 با یک بار اندازه گیری به ترتیب برابر 188.2214، 265.6210، 110.1512، 212.4011 و 163.9946 گراد بدست آمده باشد مطلوب است.

الف) محاسبه خطای بست زویه ای.

ب) محاسبه حداکثر خطای مجاز بست زویه ای.

پ) در صورت قابل قبول بودن خطای بست، زوایای تصحیح شده را حساب کنید.



شکل (A-۲۲)

حل (الف)

خطای بست زویه ای برابر است با:

$$e_{\alpha} = \sum_{i=1}^n \alpha_i - (g_N - g_{\star}) \pm N \times 200^g$$

(۱۴- A تکراری)

$$\begin{aligned} \sum \alpha_i &= 188.2214 + 265.6210 + 110.1512 + 212.4011 + 163.9946 \\ &= 940.3893^g \end{aligned}$$

جهت محاسبه ژیزمان دو امتداد MN و UP یعنی g_N و g_U ابتدا زاویه حامل و سپس ژیزمان را بدست می‌آوری.

$$\tan V_{MN} = \left| \frac{X_N - X_M}{Y_N - Y_M} \right| = \left| \frac{360.80 - 120.12}{500.16 - 550.0} \right| = \left| \frac{+240.68}{-49.84} \right|$$

$$V_{MN} = \tan^{-1} \left| \frac{+240.68}{-49.84} \right| = S 87.0006E$$

چون $\Delta x > 0$ و $\Delta y < 0$ می‌باشد لذا امتداد MN در ربع دوم مختصات واقع شده است در نتیجه:

$$g_{MN} = g_N = 200^\circ - V_{MN} = 200^\circ - 87.0006^\circ = 112.9994^\circ$$

همچنین برای امتداد up مشابه فوق عمل می‌کنیم.

$$\tan V_{up} = \left| \frac{X_p - X_u}{Y_p - Y_u} \right| = \left| \frac{+300.58}{+270.00} \right| = 1.11326$$

$$V_{up} = N 53.4087E$$

Δx و Δy بزرگتر از صفر است لذا امتداد در ربع اول قرار داشته در نتیجه:

$$g_{up} = g_N = V_{up} = 53.4087^\circ$$

بنابراین خطای بست زاویه‌ای برابر است با:

$$e_\alpha = 940.3893 - (53.4087 - 112.9994) \pm 5 \times 200^\circ \\ = 999.98 - 1000 = -0.02^\circ = -200 \text{ ثانیه گرادی}$$

حل (ب)

حداکثر خطای مجاز بست زاویه‌ای را به شکل زیر حساب می‌کنیم.

$$e_M = \pm 2.5 \alpha \sqrt{\frac{N}{m}} \\ = \pm 2.5 \times 50 \sqrt{\frac{5}{1}} = \pm 280'' \text{ ثانیه گرادی}$$

حل (پ)

ابتدا بررسی می‌کنیم که خطای بست زاویه‌ای موجود قابل قبول است یا نه:

$$e_\alpha = |-200| < e_M = |\pm 280|$$

چون e_α کوچکتر از e_M است بنابراین مقدار خطای بست زاویه‌ای را به روی زوایا سرشکن می‌کنیم.

پیمایش (TRAVERSE) / ۵۳۷

$$\varepsilon_{\alpha} = \frac{-e_{\alpha}}{N} = \frac{-(-200)}{5} = +40 \text{ ثانیه گرادی} = +0.0040^{\circ} \text{ گراد}$$

زاویای تصحیح شده	=	تصحیح	+	زاویای تصحیح نشده
188.2254°	=	0.0040°	+	188.2214°
265.6250	=	0.0040°	+	265.6210°
110.1552	=	0.0040°	+	110.1512°
212.4051	=	0.0040°	+	212.4011°
163.9986	=	0.0040°	+	163.9946°
$\Sigma = 940.4093 \text{ گراد}$				

(کنترل محاسبات):

مقدار خطای بست زاویه‌ای در عبارت زیر می‌بایست برابر صفر گردد.

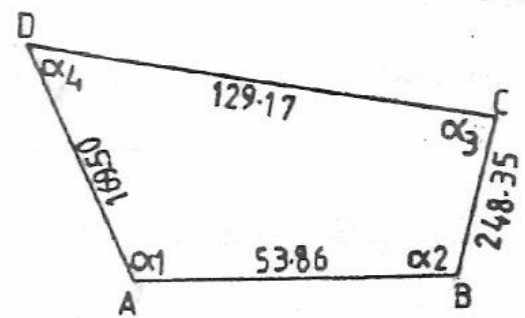
$$e_{\alpha} = \sum_{i=1}^n \alpha_i - (g_N - g_o) \pm N \times 200^{\circ}$$

$$= 940.4093^{\circ} - (53.4087^{\circ} - 112.9994^{\circ}) - 5 \times 200$$

$$= 1000 - 1000 = 0 \text{ (قابل قبول)}$$

مثال ۱۲-۶ یک پیمایش بسته مطابق شکل (۱۲-۹) و مشخصات زیر انجام شده است. پیمایش را تعدیل کنید و مختصات تعدیل شده نقاط را با روش بودیچ به دست آورید.

$$\begin{aligned} G_{DA} &= 180^\circ & AB &= 53/86 \text{ m} \\ E_A &= 1000/00 & BC &= 248/35 \text{ m} \\ N_A &= 1000/00 & CD &= 129/17 \text{ m} \\ & & DA &= 169/50 \text{ m} \\ \alpha_1 &= 62^\circ, 51', 30'' & \alpha_2 &= 124^\circ, 35', 20'' \\ \alpha_3 &= 30^\circ, 51', 30'' & \alpha_4 &= 141^\circ, 42', 40'' \end{aligned}$$



شکل (۱۲-۹)

خطای بست زاویه‌ای طبق رابطه (۱۲-۴) به دست می‌آید.

$$\begin{aligned} f_\alpha &= 1' \text{ و } 00'' & \text{خطای بست} \\ C_\alpha &= \frac{-1' \text{ و } 00''}{4} = -15'' & \text{تعدیل هر زاویه} \end{aligned}$$

بنابراین زاویه‌های تعدیل شده عبارت‌اند از:

$$\begin{aligned} \alpha'_1 &= 62^\circ, 51', 15'' & \alpha'_2 &= 124^\circ, 35', 05'' \\ \alpha'_3 &= 30^\circ, 51', 15'' & \alpha'_4 &= 141^\circ, 42', 25'' \\ \Sigma \alpha' &= 360^\circ \end{aligned}$$

ژیزمان تعدیل شده اضلاع به شرح زیر به دست می‌آید.

$$\begin{aligned} G_{AB} &= G_{DA} + 180^\circ + \alpha'_1 = 62^\circ, 51', 15'' \\ G_{BC} &= G_{AB} + 180^\circ + \alpha'_2 = 07^\circ, 26', 20'' \\ G_{CD} &= G_{BC} + 180^\circ + \alpha'_3 = 218^\circ, 17', 35'' \\ G_{DA} &= G_{CD} + 180^\circ + \alpha'_4 = 180^\circ, 00', 00'' \end{aligned}$$

مختصات نسبی اضلاع (ΔE ها و ΔN ها) طبق روابط (۱۲-۱۳) و (۱۲-۱۴) محاسبه می‌شوند.

$$\Delta E_1 = 47/927$$

$$\Delta E_2 = 32/154$$

$$\Delta E_3 = - 80/045$$

$$\Delta E_4 = 0/000$$

$$\Delta N_1 = 24/574$$

$$\Delta N_2 = 246/260$$

$$\Delta N_3 = - 101/379$$

$$\Delta N_4 = - 169/500$$

مختصات مشاهده‌ای نقاط را طبق روابط (۲۹-۱۲) و (۳۰-۱۲) به دست می‌آوریم.

$$E'_B = 1047/927$$

$$E'_C = 1080/081$$

$$E'_D = 1000/036$$

$$E'_A = 1000/036$$

$$N'_B = 1024/574$$

$$N'_C = 1270/834$$

$$N'_D = 1169/455$$

$$N'_A = 999/955$$

با مقایسه مقادیر مشاهده‌ای و مقادیر مفروض نقطه A، خطای بست مختصات به دست می‌آید.

$$f_E = + 0/036$$

$$f_N = - 0/045$$

$$\sum l_i = 600/88$$

مقادیر تعدیل طبق روابط (۲۷-۱۲) و (۲۸-۱۲) حاصل می‌شود.

$$CE_1 = - 0/003$$

$$CE_2 = - 0/018$$

$$CE_3 = - 0/026$$

$$CE_4 = - 0/036$$

$$CN_1 = + 0/004$$

$$CN_2 = + 0/023$$

$$CN_3 = + 0/032$$

$$CN_4 = + 0/045$$

با وارد کردن این تعدیله‌ها به مختصات مشاهده‌ای نقاط، مختصات تعدیل شده آنها به دست می‌آید.

$$E_B = 1047/924$$

$$E_C = 1080/063$$

$$E_D = 1000/010$$

$$E_A = 1000/000$$

$$N_B = 1024/578$$

$$N_C = 1270/857$$

$$N_D = 1169/487$$

$$N_A = 1000/000$$

یادآوری - در روش بودیچ نیز می‌توان تعدیل مختصات نسبی را در ابتدا محاسبه کرد و سپس با استفاده از روابط (۳۵-۱۲) و (۳۶-۱۲) مختصات تعدیل شده را به دست آورد. در این صورت تعدیل مختصات نسبی از روابط زیر حاصل می‌شود.

$$C \Delta E_i = - \frac{f_E}{\sum l_i} \cdot l_i \quad (37-12)$$

$$C \Delta N_i = - \frac{f_N}{\sum l_i} \cdot l_i \quad (38-12)$$