



درس طرح هندسی راه پیشرفته

فرید اسماعیلی

Farid_63@yahoo.com

www.faridesm.ir

تماس با استاد از طریق پست الکترونیکی
مشاهده اطلاعیه ها، نمرات، دریافت فایل ها در وب سایت

$$Y_i = \frac{L_i^3}{6LR} \text{ محدوده استفاده از معادله درجه سوم}$$

از جلسه گذشته به یاد داریم که مختصات قائم الزاویه هر نقطه دلخواه چون A روی شاخه کلوتوئید از روابط زیر تعیین می گردد:

$$X_i = L_i - \frac{L_i^5}{40A^4} + \frac{L_i^9}{3456A^8} - \frac{L_i^{13}}{599040A^{12}} + \dots$$

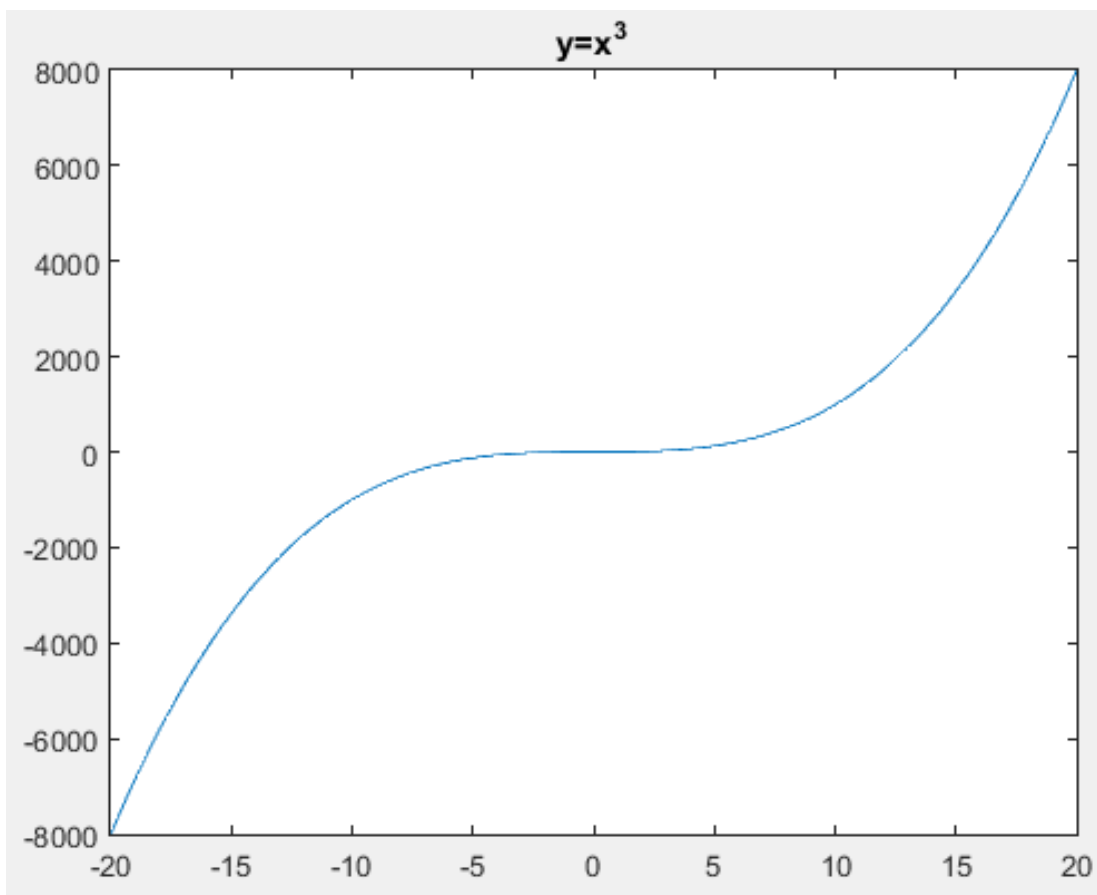
$$Y_i = \frac{L_i^3}{6A^2} - \frac{L_i^7}{336A^6} + \frac{L_i^{11}}{42240A^{10}} - \frac{L_i^{15}}{9676800A^{14}} + \dots$$

در معادلات بالا با حذف جملات دوم به بعد، معادله بدست آمده برای Y_i به یک سهمی درجه سوم تبدیل شد یعنی:

$$X_i = L_i$$

$$Y_i = \frac{X_i^3}{6LR}$$

منحنی های اتصال - سهمی درجه 3 - معرفی و محدوده استفاده از آن



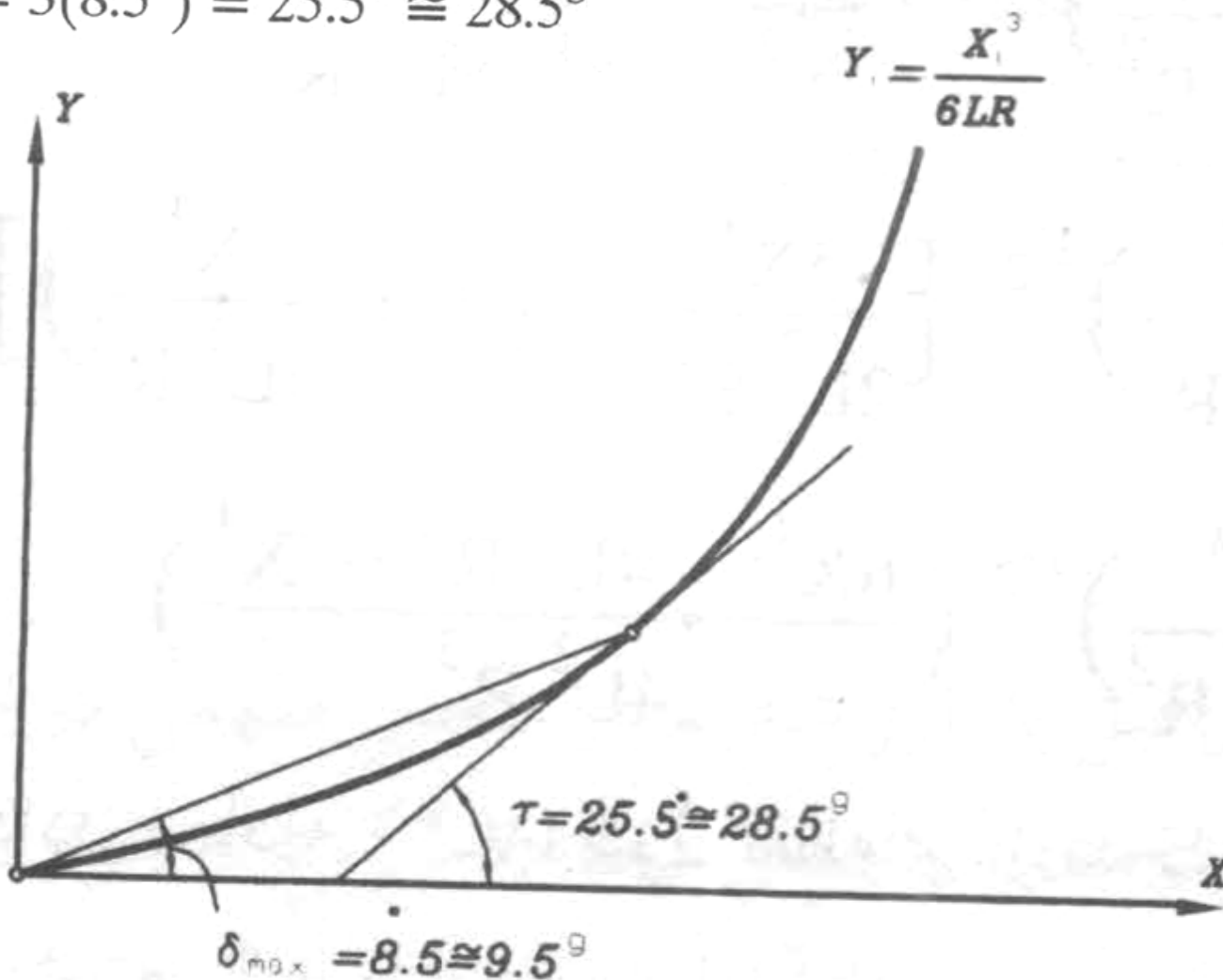
از طرفی همانطور جلسه قبل یادآور شدیم در منحنی سهمی درجه سه، شعاع انحنا تا نقطه‌ای از منحنی بتدریج کم شده و سپس مجدداً شروع به افزایش می‌کند و به تعبیر دیگر انحنا به تدریج زیاد شده و مجدداً در نقطه‌ای شروع به کاهش می‌گذارد بنابراین استفاده از معادله درجه سوم $Y_i = \frac{L_i^3}{6LR}$ تا نقطه‌ای مطلوب است که انحنا می‌خواهد شروع به کاهش کند.

$$\delta = \frac{Y}{X}$$

از سهمی درجه سوم، حداکثر در شرایطی که نسبت $\frac{Y}{X}$ حدود 0.15 و یا زاویه انحراف کل منحنی اتصال در حدود $9.5^\circ \cong 8.5^\circ = \delta$ باشد می‌بایست استفاده نمود و چنانچه خارج از محدوده مذکور از منحنی سهمی درجه سوم به عنوان منحنی اتصال استفاده کنیم، شعاع انحنا شروع به افزایش یا به عبارتی انحنا شروع به کاهش می‌کند که این امر با خاصیتی که برای منحنی اتصال (یعنی افزایش تدریجی انحناء) در نظر است مغایر می‌باشد

در شکل زیر محدوده استفاده از منحنی سهمی درجه سوم به عنوان منحنی اتصال نشان داده شده است

$$\tau = 3\delta = 3(8.5^\circ) = 25.5^\circ \cong 28.5^\circ$$



همانطور که در قسمت های قبل گفته شد سهمی درجه ۳ یک مارپیچ واقعی نیست ولی در یک منطقه بخصوص با یک مارپیچ تقریب زده می شود. هر چند این عمل همیشه میسر نیست ولی مزیت استفاده از آن روابط ساده تر می باشد و از این رو محاسباتی که با این تقریب صورت می گیرد به نحو آشکاری در عمل سازگار بوده و کاربرد گسترده ای دارد.

در عمل برای این دامنه بخصوص می توان به سهمی درجه ۳ همانند یک کلو توئید نگریست که فرمول آن با مفروضات ویژه ای به دست می آید.

$$X_i = L_i - \frac{L_i^5}{40A^4} + \frac{L_i^9}{3456A^8} - \frac{L_i^{13}}{599040A^{12}} + \dots \quad (7-9)$$

$$Y_i = \frac{L_i^3}{6A^2} - \frac{L_i^7}{336A^6} + \frac{L_i^{11}}{42240A^{10}} - \frac{L_i^{15}}{9676800A^{14}} + \dots \quad (7-10)$$

در جلسه قبل روابطی در سیستم مختصات قائم الزاویه برای کلو توئید بدست آمد که شامل سری های نامتناهی بودند و چنانچه جمله دوم و جملات متوالی بعدی در روابط 7-9 و 7-10 را حذف کنیم خواهیم داشت:

$$X_i = L_i \quad (7-11 \text{ تکراری})$$

$$Y_i = \frac{X_i^3}{6RL} \quad (7-12 \text{ تکراری})$$

عبارت 7-12 معادله پایه ای سهمی درجه سوم است و می تواند برای پیاده کردن منحنی به کار گرفته شود هر چند در این مورد نیز فرض می شود که طول L_i چه در مسیر منحنی اندازه گیری شود و چه در جهت خط مماس اصلی اندازه گیری شود یکسان است بنابراین با فرض $X_i = L_i$ و برای مقادیر مختلف X می توانیم Y را حساب کنیم.

$$tg \delta_i = \frac{Y_i}{X_i} = \frac{\frac{L_i^3}{6A^2} - \frac{L_i^7}{336A^6} + \frac{L_i^{11}}{42240A^{10}} - \dots}{L_i - \frac{L_i^5}{40A^4} + \frac{L_i^9}{3456A^8} - \dots} \cong \frac{\frac{L_i^3}{6A^2}}{L_i} = \frac{L_i^2}{6A^2}$$

$$\delta_i = tg^{-1} \frac{Y_i}{X_i} \quad (7-15)$$

همچنین، چنانچه در رابطه ۷-۱۵ که بیانگر منحنی کلو توئید در سیستم مختصات قطبی است از جملات دوم و به بعد در صورت و مخرج صرف نظر کنیم برای سهمی درجه ۳ خواهیم داشت:

$$tg \delta_i = \frac{X_i^2}{6RL} = \frac{L_i^2}{6RL}$$

و برای زوایای کوچک δ_i مقدار $tg \delta_i$ را با δ رادیان برابر فرض کرده و می توان نوشت:

$$\delta_i = \frac{X_i^2}{6RL} = \frac{L_i^2}{6RL} \quad (7-16 \text{ تکراری})$$

و از طرفی

$$\theta_i = \frac{L_i^2}{2RL} \quad (7-6 \text{ تکراری})$$
$$\delta_i = \frac{\theta_i}{3} \quad \text{و یا} \quad \theta_i = 3 \delta_i$$

بنابراین رابطه بین حداکثر مقدار θ_i یعنی زاویه τ و زاویه انحراف کل ($\delta_{\max}$) در منحنی درجه ۳ عبارت است از:

$$\delta = \delta_{\max} = \frac{L}{6R} = \frac{\tau}{3} \quad (7-18 \text{ تکراری})$$

و یا:

$$\tau = 3 \delta$$

نکته مهمی که باید به آن توجه نمود صحت فرض هایی است که برای بدست آوردن روابط در سهمی درجه ۳ اختیار کردیم که عبارت بودند از:

۱- از جمله دوم به بعد در بسط $\sin \theta_i$ و $\cos \theta_i$ صرف نظر شد زیرا θ_i بسیار کوچک است در نتیجه این فرض به مقدار θ_i بستگی دارد.

۲- فرض شد که δ_i برابر با δ_i رادیان است و از این رو $\delta_i = \frac{\theta_i}{3}$ حاصل گردید و این فرض نیز به مقدار θ_i وابسته است.

۳- فرض می شود که X_i برابر L_i است یعنی طول در امتداد مماس با طول در امتداد منحنی مساوی فرض می گردد بنابراین مجدداً θ_i مقدار بحرانی است زیرا هر چه زاویه انحراف رأس هر نقطه روی منحنی (θ_i) بزرگتر بشود احتمال کمتری می رود که این فرض صحیح باشد.

با توجه به نکات فوق نتیجه می گیریم که تمام فرض ها زمانی صحیح هستند و می توان از سهمی درجه ۳ به عنوان یک منحنی انتقال استفاده نمود که θ_i هر نقطه از یک مقدار مجاز تجاوز ننماید و یا به تعبیری دیگر باید حداکثر مقدار θ_i که با τ می شناسیم کمتر از یک مقدار مجاز اختیار شود.

بررسی دقیق تر نشان می دهد که اگر τ کمتر از حدود 12.5° باقی بماند تفاوتی میان کلو توئید و سهمی درجه ۳ وجود نخواهد داشت. و در بالاتر از 12.5° انحراف، فرض هایی که برای بدست آوردن فرمول سهمی درجه ۳ بکار گرفتیم شروع به تزلزل می کند و برای اینکه دقت کار حفظ گردد باید جملات بیشتری از سری در محاسبات لحاظ گردیده و بدین وسیله زیاد شدن زاویه انحراف با افزایش جملات سری تا حدود جبران می شود.

همانگونه که در قسمت قبل گفته شد چنانچه در سهمی درجه ۳ مقدار τ به حدود 25.5° برسد حتی اگر فرمول به صورت سری نامتناهی بیان شود مقدار γ در شکل بعد مساوی با τ نخواهد بود یعنی سهمی درجه ۳ دیگر کاربرد خود را به عنوان منحنی انتقال از دست می دهد زیرا شعاع انحنای آن با افزایش طول زیاد شده و به بیان دیگر انحنا شروع به کاهش می کند، یعنی دیگر مقدار $r_i L_i$ ثابت نمی باشد.

نکته آخر اینکه در عمل هر دو منحنی کلو توئید و سهمی درجه ۳ مورد استفاده قرار می گیرد. و با توجه به این مهم که زوایای انحراف عملیات معمولاً کوچکتر از حد مجاز برای زوایای سهمی درجه ۳ می باشند از این رو انتخاب نهایی غالباً بدون زحمت خواهد بود.

کلو توئید می تواند در هر شرایطی به کار رود ولی دارای روابط پیچیده تری است. اما محاسبات سهمی درجه ۳ ساده تر بوده و دستی هم انجام می شود ولی نمی تواند در همه موارد به کار گرفته شود.

چنانچه از بسته های نرم افزاری جهت طراحی بزرگ راه ها استفاده شود این پرسش که کدام منحنی باید برای این کار انتخاب شود، پرسش نابجایی است چون کلو توئید منحنی انتقال ایده آل می باشد و همواره بر سهمی درجه ۳ برتری دارد.

منحنی های اتصال – حل یک مثال جامع از قوس ترکیبی متقارن (سهمی درجه 3 – دایره – سهمی درجه 3)

زاویه انحراف دو مسیر مستقیم برابر $\Delta = 14^\circ, 28', 26''$ اندازه گیری شده است. این دو امتداد به وسیله یک منحنی افقی راست گرد شامل یک کمان دایره و دو منحنی انتقالی از نوع سهمی درجه ۳ به یکدیگر متصل شده اند. چنانچه سرعت، طرح $85 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ و شدت تغییرات شتاب عرضی $0.3 \frac{\text{m}}{\text{s}^3}$ و شعاع قوس دایره 600 متر و کیلومتر از رأس قوس 461.34 متر باشد مطلوب است:

الف) تنظیم جدولی جهت پیاده کردن کل قوس به روش وتر و زاویه انحراف برای حداکثر طول قوس های کوتاه 20 متر به طوریکه کیلومترها مضرب صحیحی از عدد 20 باشند.

ب) تنظیم جدول پیاده کردن کل قوس به روش مختصات برپایه دو نقطه کنترلی Q و H به گونه ای که طول ها و زوایا نسبت به نقطه Q و با استفاده از یک تئودولیت و EDM اندازه گیری شوند.

مختصات نقاط پیمایش Q و H و همچنین نقاط شروع و رأس قوس یعنی T_1 و S مطابق جدول ۷-۹ می باشد.

جدول ۷-۹

نقاط	X	Y
S	789.14	863.72
T_1	704.95	788.64
Q	727.61	893.83
H	940.57	886.28

منحنی های اتصال - حل یک مثال جامع از قوس ترکیبی متقارن (سه می درجه 3 - دایره - سه می درجه 3)

حل (الف)

خلاصه اطلاعات صورت مسئله از قرار زیر می باشد.

$$R = 600_m$$

$$\Delta = 14^\circ, 28', 26''$$

$$KM_S = 461.34_m$$

$$V = 85 \frac{km}{h}$$

$$\alpha = 0.3 \frac{m}{s^3}$$

از رابطه ۷-۹۳ داریم:

$$\alpha = \frac{V^3}{R.L} = \text{شدت تغییرات شتاب عرضی}$$

(۷-۹۳ تکراری)

در صورتیکه رابطه را بر حسب L بنویسیم و V را به واحد کیلومتر در ساعت قرار

دهیم خواهیم داشت:

$$L = \frac{V^3}{3.6^3} \times \frac{1}{\alpha.R}$$

$$L = \frac{85^3}{3.6^3} \times \frac{1}{0.3 \times 600} = \frac{85^3}{13.997 \times 600} = 73.13_m$$

$$\alpha = 0.3 \frac{m}{s^3} \text{ با فرض}$$

در واقع رابطه فوق

مقدار L از قرار $L = \frac{V^3}{14R}$ بدست می آید.

منحنی های اتصال - حل یک مثال جامع از قوس ترکیبی متقارن (سهمی درجه 3 - دایره - سهمی درجه 3)

با توجه به تعیین شدن طول شاخه منحنی اتصال، دیگر مقادیر لازم را محاسبه می کنیم.

$$\Delta R = \frac{L^2}{24R} = \frac{73.13^2}{24 \times 600} = 0.37_m = \text{مقدار انتقال قوس دایره اولیه}$$

$$T = (R + \Delta R) \operatorname{tg} \frac{\Delta}{2} + \frac{L}{2} = 76.24 + 36.56 = 112.80 = \text{طول مماس کل}$$

و همچنین کیلومتر اژ نقاط شروع قوس اتصال و شروع قوس دایره برابر است با:

$$KM_{T_1} = KM_s - T = 461.34 - 112.80 = 348.54_m$$

$$kM_A = KM_{T_1} + L = 348.54 + 73.13 = 421.67_m$$

جهت تنظیم جدول، اولین طول قوس کوتاه را 11.46 متر اختیار کرده تا کیلومتر اژ نقاط روی منحنی اتصال (از نوع درجه ۳) مضرب صحیحی از 20 متر گردند.

$$L = 11.46 + 20 + 20 + 20 + 1.67 = 73.13_m$$

$$KM_1 = 348.54 + 11.46 = 360.00_m$$

$$KM_2 = 360.00 + 20.00 = 380.00_m$$

$$KM_3 = 380.00 + 20.00 = 400.00_m$$

$$KM_4 = 400.00 + 20.00 = 420.00_m$$

$$KM_A = 420.00 + 1.67 = 421.67_m$$

منحنی های اتصال - حل یک مثال جامع از قوس ترکیبی متقارن (سهمی درجه 3 - دایره - سهمی درجه 3)

با استفاده از رابطه مختصات قطبی $\delta_i = \frac{L_i^2}{6RL}$ جدول شاخه اول اتصال را تنظیم کنیم.

جدول (۷-۱۰)

نقاط	طول قوس کوتاه (m)	L_i (m)	زاویه انحراف کل ° ' "	کیلومتر (m)
T_1	0	0	00, 00, 00	348.54
1	11.46	11.46	00, 01, 43	360.00
2	20.00	31.46	00, 12, 55	380.00
3	20.00	51.46	00, 34, 35	400.00
4	20.00	71.46	01, 06, 41	420.00
A	1.067	73.13	01, 09, 50 = δ_{max}	421.67

$$\Sigma = 73.13_m$$

جهت کنترل محاسبات تساوی $\delta_{max} = \frac{\tau}{3}$ را تحقیق می کنیم.

$$\tau = \frac{L}{2R} \times \frac{180}{\pi} = \frac{73.13}{2 \times 600} \times \frac{180}{\pi} = 3^\circ, 29', 30''$$

$$\frac{\tau}{3} = \frac{3^\circ, 29', 30''}{3} = 01^\circ, 09', 50'' = \delta_{max} \text{ (قابل قبول)}$$

منحنی های اتصال - حل یک مثال جامع از قوس ترکیبی متقارن (سهمی درجه 3 - دایره - سهمی درجه 3)

جهت تنظیم جدول پیاده کردن قوس دایره ابتدا زاویه مرکزی روبرو به کمان دایره را بدست می آوریم.

$$\alpha = \Delta - 2\tau = 14^\circ, 28', 26'' - 2(3^\circ, 29', 30'') = 7^\circ, 29', 26''$$

بنابراین طول قوس دایره و کیلومتر از نقطه انتهای قوس دایره برابر می شود با:

$$L_c = R \cdot \alpha \cdot \frac{\pi}{180} = 600 (7^\circ, 29', 26'') \frac{\pi}{180} = 78.44_m$$

$$KM_A = 421.67_m$$

$$KM_B = KM_A + L_c = 421.67 + 78.44 = 500.11_m$$

با فرض اولین طول قوس کوتاه از قرار 18.33 متر جدول پیاده کردن قوس را به روش مختصات قطبی و بر پایه رابطه $\delta_i = \frac{L_i}{2R}$ تنظیم می کنیم.

$$L_c = 18.33 + 20 + 20 + 20 + 0.11 = 78.44_m$$

منحنی های اتصال – حل یک مثال جامع از قوس ترکیبی متقارن (سهمی درجه 3 – دایره - سهمی درجه 3)

نقاط	طول قوس کوتاه (m)	زاویه انحراف جزء ° ' "	L_i (m)	زاویه انحراف کل ° ' "	کیلومتر از (m)
A	0	00, 00, 00	0	00, 00, 00	421.67
5	18.33	00, 52, 31	18.33	00, 52, 31	440.00
6	20.00	00, 57, 18	38.33	01, 49, 49	460.00
7	20.00	00, 57, 18	58.33	02, 47, 07	480.00
8	20.00	00, 57, 18	78.33	03, 44, 25	500.00
B	0.11	00, 00, 19	78.44	03, 44, 44 $= \alpha/2$	500.11

$$\Sigma = 78.44_m$$

به جهت تنظیم جدول شاخه دوم منحنی اتصال و برای تأمین ضرایب 20 متر در کیلومتر از نقاط در طول مسیر، طول قوس های کوتاه را به شکل زیر انتخاب می کنیم.

طول قوس کوتاه نسبت به نقطه انتهای قوس دایره = 19.89 متر

طول قوس های میانی = 20.00 متر

طول قوس کوتاه نسبت به نقطه انتهای شاخه اتصال = 13.24 متر

$$L = 19.89 + 20 + 20 + 13.24 = 73.13_m$$

کیلومتر از نقطه پایان قوس برابر است با:

$$KM_{T_2} = KM_B + L = 500.11 + 73.13 = 573.24_m$$

منحنی های اتصال - حل یک مثال جامع از قوس ترکیبی متقارن (سهمی درجه 3 - دایره - سهمی درجه 3)

نقاط	طول قوس کوتاه (m)	L_i (m)	زاویه انحراف کل ° ' "	کیلومتر از (m)
T_2	0	0	00, 00, 00	573.24
11	13.24	13.24	00, 02, 17	560.00
10	20.00	33.24	00, 14, 26	540.00
9	20.00	53.24	00, 37, 01	520.00
B	19.89	73.13	01, 09, 50 $= \delta_{max}$	500.11

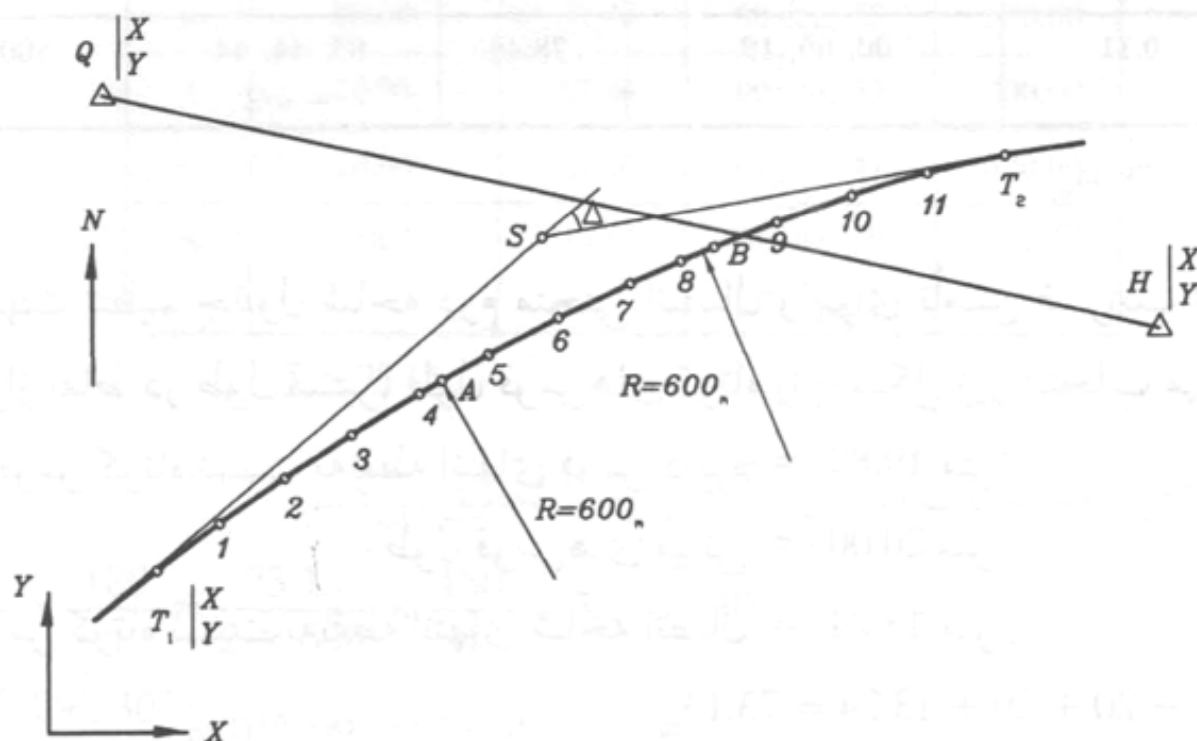
$$\Sigma = 73.13_m$$

بنابراین پیاده کردن شاخه دوم منحنی اتصال با فرض استقرار تئودولیت در نقطه انتهای قوس (نقطه T_2) با استفاده از جدول ۱۲-۷ انجام می گیرد.

منحنی های اتصال - حل یک مثال جامع از قوس ترکیبی متقارن (سهمی درجه 3 - دایره - سهمی درجه 3)

حل (ب)

شکل زیر همه نقاطی را که قرار است پیاده شوند نشان می دهد در جدول های قبلی کلیه مقادیر لازم جهت پیاده کردن کل منحنی به روش سنتی (وتر و زاویه انحراف) فهرست شده اند.



در این مرحله می خواهیم مختصات همه نقاط روی خط مرکزی را در سیستم مختصات ارائه شده بدست آوریم.

منحنی های اتصال - حل یک مثال جامع از قوس ترکیبی متقارن (سهمی درجه 3 - دایره - سهمی درجه 3)

۱- مختصات نقطه 1

از شکل ۷-۵۰ و جدول ۷-۱۰ می توان نوشت:

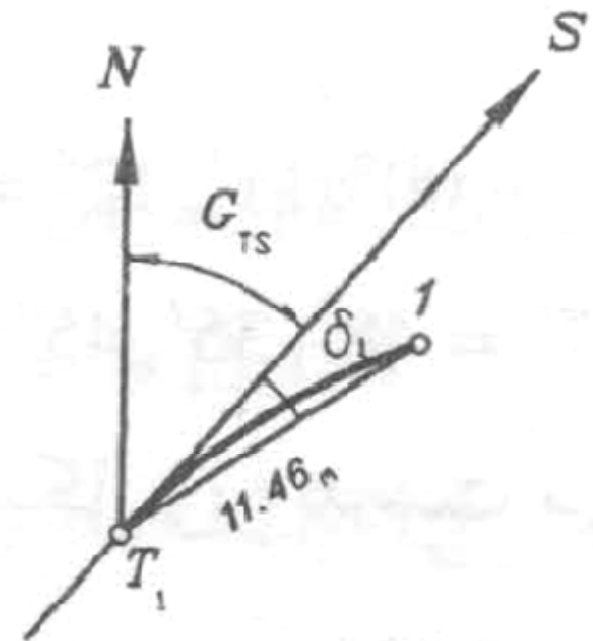
$$G_{T_1 1} = G_{T_1 S} + \delta_1$$

$$G_{T_1 S} = \text{Arc tg} \left| \frac{\Delta X}{\Delta Y} \right| = \text{Arc tg} \left| \frac{789.14 - 704.95}{863.72 - 788.64} \right| = 48^\circ, 16', 25''$$

$$G_{T_1 1} = 48^\circ, 16', 25'' + 00^\circ, 01', 43'' = 48^\circ, 18', 08''$$

$$\Delta X_1 = 11.46 \sin (48^\circ, 18', 08'') = 8.557_m$$

$$\Delta Y_1 = 11.46 \cos (48^\circ, 18', 08'') = 7.623_m$$



منحنی های اتصال - حل یک مثال جامع از قوس ترکیبی متقارن (سهمی درجه 3 - دایره - سهمی درجه 3)

بنابراین مختصات نقطه 1 عبارت است از:

$$X_1 = 704.95 + 8.557 = 713.507_m$$

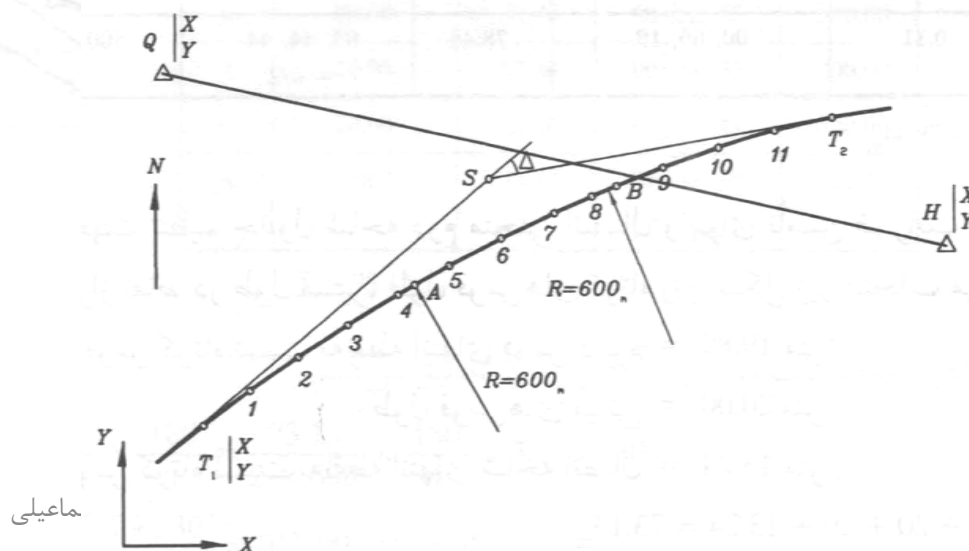
$$Y_1 = 788.64 + 7.623 = 796.263_m$$

مطابق محاسبات فوق، سه رقم اعشار در اهداف محاسباتی نگه داشته می شود. ولی در پایان عدد با دو رقم اعشار گرد می شود.

مطابق شکل زیر فاصله افقی و ژیزمان نقطه Q تا نقطه 1 با معلوم شدن مختصات نقطه 1 و معلوم بودن مختصات Q به سهولت بدست می آید که نتایج حاصله برابر است با:

$$Q1 = 98.58_m \text{ فاصله}$$

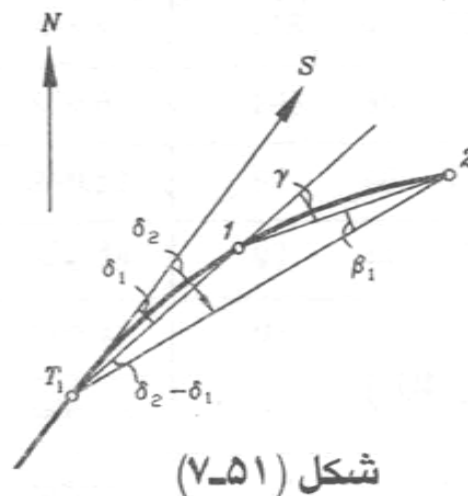
$$Q1 = 188^\circ, 13', 23'' \text{ ژیزمان}$$



منحنی های اتصال - حل یک مثال جامع از قوس ترکیبی متقارن (سهمی درجه 3 - دایره - سهمی درجه 3)

۲- مختصات نقطه 2

شکل ۷-۵۱ را در نظر می گیریم و با استفاده از قضیه سینوسها می توان نوشت:



$$\frac{T_1 1}{\sin \beta_1} = \frac{1-2}{\sin (\delta_2 - \delta_1)}$$

$$\sin \beta_1 = \frac{11.46}{20.00} \sin (00^\circ, 11', 12'')$$

منحنی های اتصال - حل یک مثال جامع از قوس ترکیبی متقارن (سهمی درجه 3 - دایره - سهمی درجه 3)

$$\beta_1 = 00^\circ, 06', 25''$$

$$G_{1-2} = G_{T_1} + \gamma$$

$$\gamma = \beta_1 + (\delta_2 - \delta_1) = 00^\circ, 06', 25'' + 00^\circ, 11', 12'' = 00^\circ, 17', 37''$$

$$G_{1-2} = 48^\circ, 18', 08'' + 00^\circ, 17', 37'' = 48^\circ, 35', 45''$$

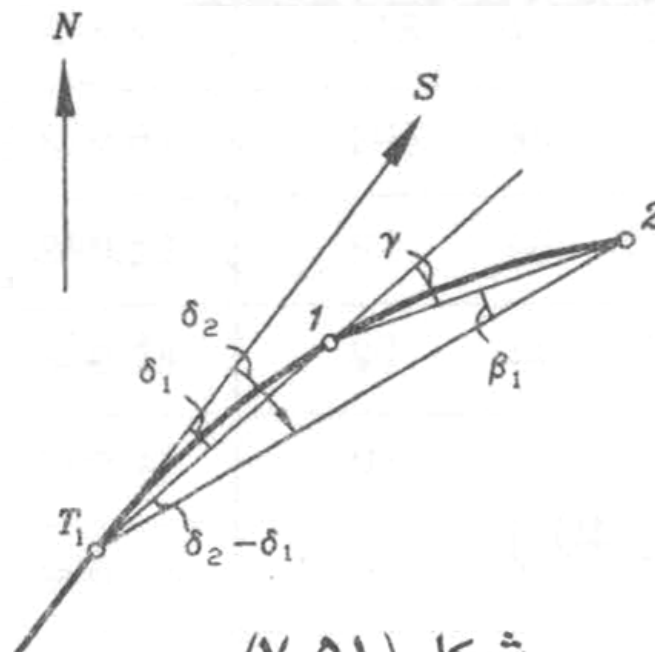
بنابراین مختصات نقطه C_2 به شکل زیر بدست می آید.

$$\Delta X_2 = 20.00 \sin (48^\circ, 35', 45'') = 15.001_m$$

$$\Delta Y_2 = 20.00 \cos (48^\circ, 35', 45'') = 13.227$$

$$X_2 = X_1 + \Delta X_2 = 713.507 + 15.001 = 728.508_m$$

$$Y_2 = Y_1 + \Delta Y_2 = 796.263 + 13.227 = 809.490_m$$

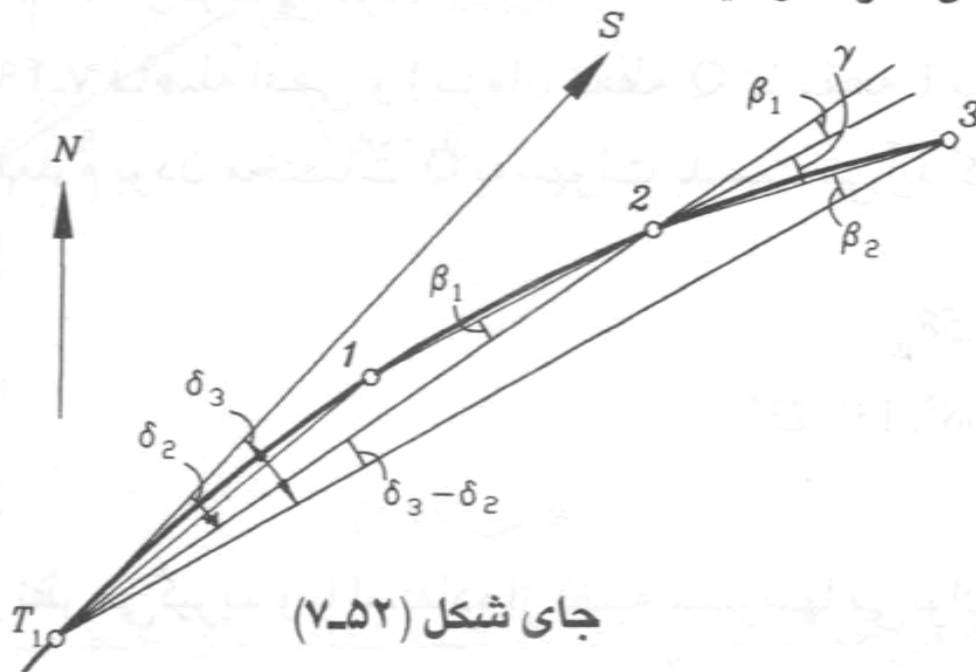


شکل (۷-۵۱)

منحنی های اتصال - حل یک مثال جامع از قوس ترکیبی متقارن (سهمی درجه 3 - دایره - سهمی درجه 3)

۳. مختصات نقطه 3

در منحنی اتصال و با مراجعه به شکل ۵۲-۷ طول وتر T_12 می تواند مساوی با طول منحنی T_12 فرض شود در نتیجه:



جای شکل (۷-۵۲)

$$T_12 = T_11 + \overline{1-2} = 31.46_m$$

منحنی های اتصال - حل یک مثال جامع از قوس ترکیبی متقارن (سهمی درجه 3 - دایره - سهمی درجه 3)

در مثلث T₁-2-3 داریم:

$$\frac{T_{12}}{\sin \beta_2} = \frac{\overline{2-3}}{\sin (\delta_3 - \delta_2)}$$

$$\sin \beta_2 = \frac{31.46}{20.00} \sin (00^\circ, 21', 40'')$$

$$\beta_2 = 00^\circ, 34', 05''$$

و همچنین داریم:

$$(\gamma + \beta_1) = (\delta_3 - \delta_2) + \beta_2$$

$$\gamma = 00^\circ, 21', 40'' + 00^\circ, 34', 05'' - 00^\circ, 06', 25'' = 00^\circ, 49', 20''$$

$$G_{2-3} = G_{1-2} + \gamma$$

$$= 48^\circ, 35', 45'' + 00^\circ, 49', 20'' = 49^\circ, 25', 05''$$

$$\Delta X_3 = 20.00 \sin (49^\circ, 25', 05'') = +15.190$$

$$\Delta Y_3 = 20.00 \cos (49^\circ, 25', 05'') = +13.011_m$$

$$X_3 = X_2 + 15.190 = 743.698_m$$

$$Y_3 = Y_2 + 13.011 = 822.501_m$$

منحنی های اتصال - حل یک مثال جامع از قوس ترکیبی متقارن (سهمی درجه 3 - دایره - سهمی درجه 3)

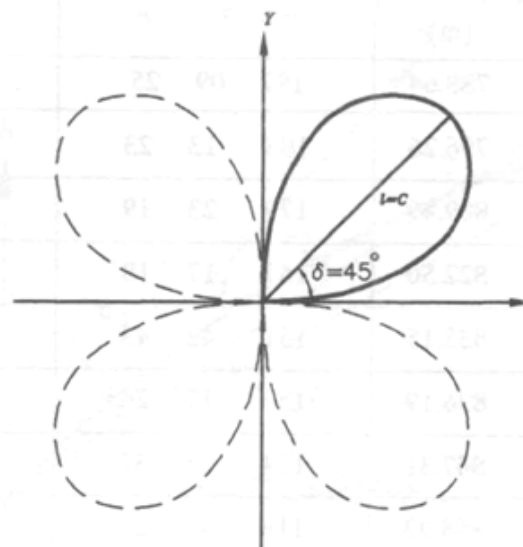
بر اساسه مختصات مابقی نقاط را به عنوان تمرین به دانشجو واگذار می کنیم که نهایتاً می بایست به نتایج تنظیم شده در جدول زیر دست یافت.

نقاط	کیلومتر از (m)	X (m)	Y (m)	ژیزمان از نقطه G ° ' "	فاصله افقی از G (m)
T ₁	348.54	704.95	788.64	192 09 25	107.60
1	360.00	713.51	796.26	188 13 23	98.58
2	380.00	728.51	809.49	179 23 19	84.34
3	400.00	743.70	822.50	167 17 18	73.12
4	420.00	759.19	835.15	151 42 43	66.64
A	421.67	760.50	836.19	150 17 26	66.36
5	440.00	775.07	847.31	134 25 37	66.46
6	460.00	791.34	858.93	118 42 22	72.66
7	480.00	808.00	870.01	106 30 17	83.84
8	500.00	825.01	880.52	97 46 53	98.31
B	500.11	825.11	880.58	97 44 20	98.40
9	520.00	842.36	890.49	91 40 02	114.80
10	540.00	859.93	900.03	87 19 02	132.47
11	560.00	877.65	909.30	84 06 48	150.84
T ₂	573.24	889.42	915.37	82 25 03	163.24

ژیزمان GH = 92°, 01', 50"

منحنی لمنیسکات

همانطور که جلسه گذشته بیان شد یکی از منحنی هایی که شرایط و خواص لازم را به عنوان یک منحنی اتصال با انحنای تدریجی دارد، منحنی لمنیسکات برنولی است.^(۱) این منحنی به دلیل خواص ساده ریاضی که از آن برخوردار است مورد استفاده عملی تر قرار می گیرد و اصولاً از آن به عنوان یک منحنی اتصال عملی می توان نام برد. در لمنیسکات مقدار انحنای قوس، به جای طول قوس با طول شعاع حامل متناسب است و در سیستم مختصات قطبی دارای معادله ریاضی کاملی به شکل $C = K (\sin 2\delta)^{1/2}$ می باشد که در آن K مقداری ثابت، δ زاویه انحراف هر نقطه از منحنی و C طول شعاع حامل می باشد. این منحنی به شکل برگ شبدری می باشد که در شکل زیر قابل ملاحظه است.



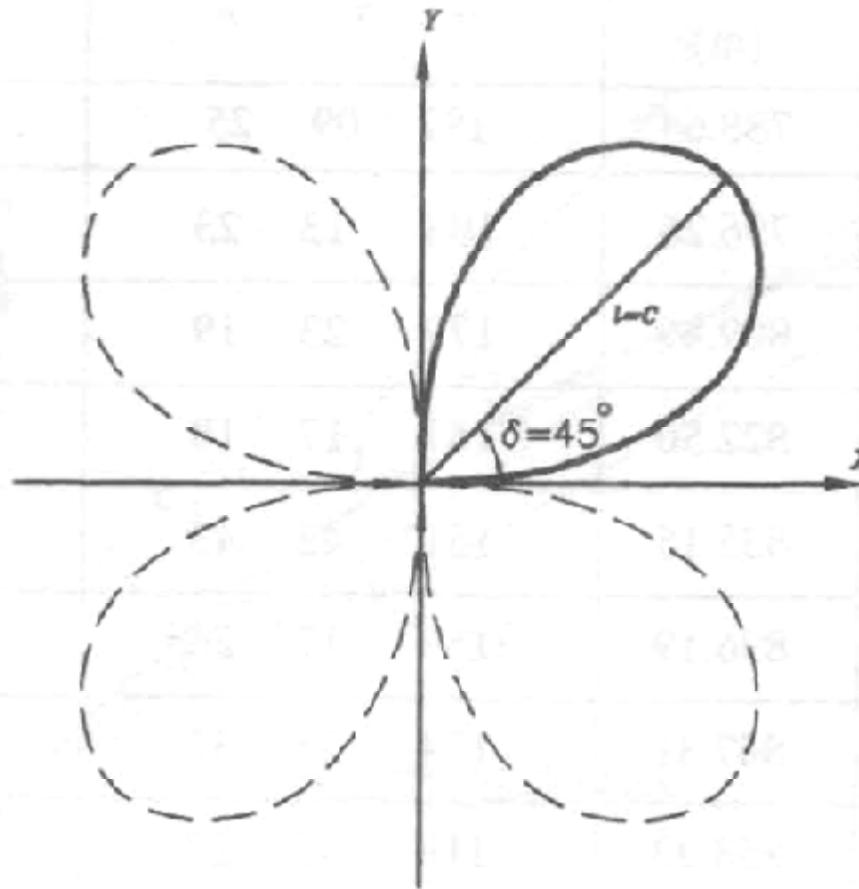
Bernoullis Leminscate curve

در منحنی لمنیسکات در صورتیکه C طول شعاع حامل و r شعاع انحنا باشد، حاصل ضرب شعاع انحنا در طول شعاع حامل مقداری ثابت است.

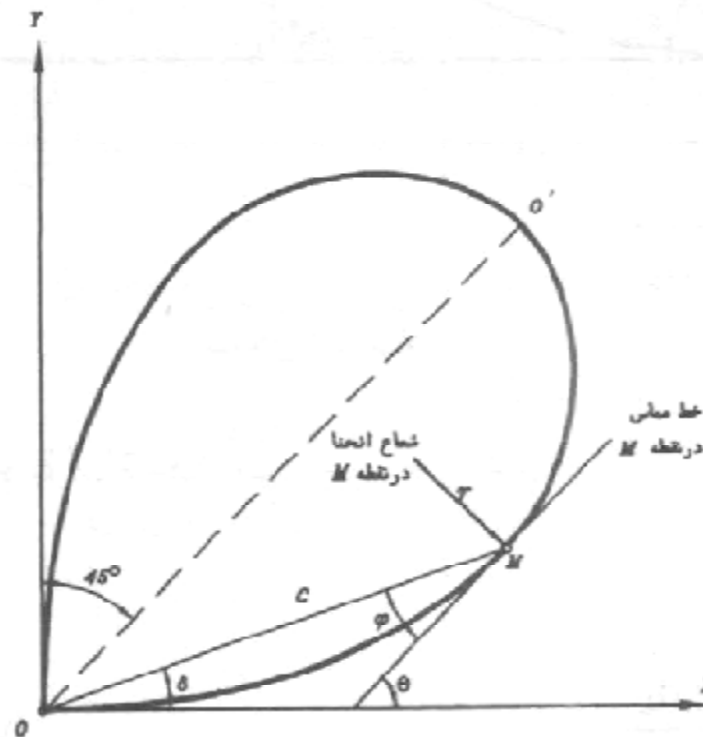
$$r.C = A = \text{مقداری ثابت}$$

و یا:

$$r = \frac{A}{C}$$



در شکل زیر ملاحظه می شود که شعاع انحنا از نقطه O به طرف O' کم و انحنا زیاد می شود به طوریکه در نقطه O' ماگزیمم انحنا را خواهیم داشت، و سپس از نقطه O' انحنا شروع به کاهش و در نقطه O به صفر می رسد. معمولاً قسمتی از منحنی لمنیسکات در فاصله OO' مورد استفاده قرار می گیرد و در حالت کلی در فاصله OO' قابل استفاده بوده و در تقاطع هایی به شکل برگ شبدری و نیز در مناطق مارپیچ های کوهستانی که مجبور به دور زدن یک دور کامل باشیم از تمام منحنی $OO'O$ استفاده می شود و این کاربرد از مزیت های مهم این منحنی است.



$$C = K (\sin 2\delta)^{1/2} \quad (V-110)$$

معادله فوق را معادله منحنی لمنیسکات در سیستم مختصات قطبی گویند که در آن K مقداری است ثابت و برابر است با:

$$K = \sqrt{3A} = \sqrt{3rc} = \sqrt{3r (3r \sin 2\delta)}$$

در نتیجه:

$$K = 3r (\sin 2\delta)^{1/2} \quad (V-111)$$

که در آن:

$$r = \frac{C}{3 \sin 2\delta} = \frac{A}{C} \quad (V-112)$$

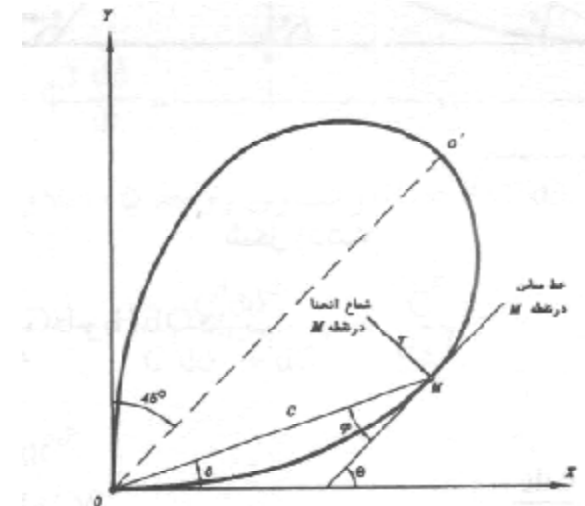
در منحنی لمنیسکات طول شعاع حامل هر نقطه با انحنای همان نقطه متناسب است و با توجه به اینکه بین طول شعاع حامل و طول قوس اختلاف بسیار کم است می توان نتیجه گرفت که انحنای منحنی لمنیسکات با طول قوس آن متناسب است.

$$r_1 C_1 = r_2 C_2 = \dots = R.C = \text{مقدار ثابت} = A$$

$$r_1 L_1 = r_2 L_2 = \dots = R.L = \text{مقدار ثابت} = A \quad \text{و یا:}$$

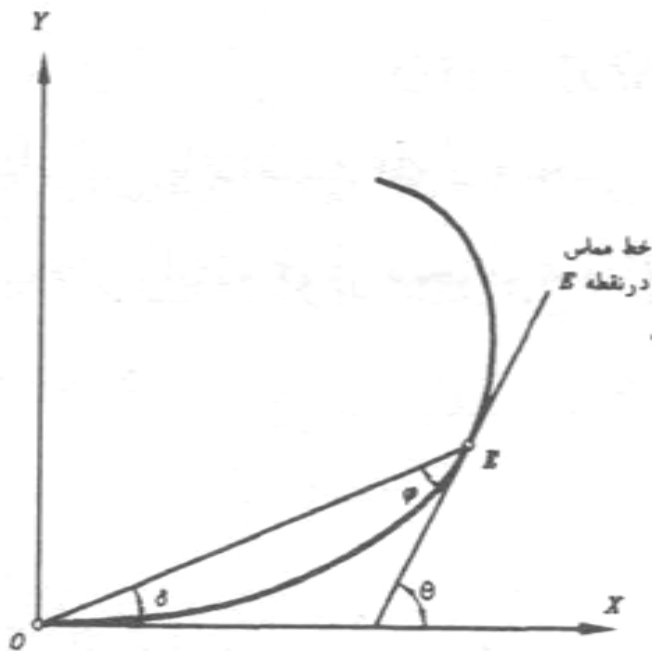
از طرفی می دانیم که طول منحنی اتصال (L) با توجه به شعاع قوس دایره (R) و سرعت طرح (V) انتخاب می شود بنابراین در صورتیکه طول منحنی اتصال را با شعاع حامل آن برابر در نظر بگیریم داشت:

$$A = R.L = r.L_i \quad \text{و یا} \quad r = \frac{R.L}{L_i} = \frac{A}{L_i}$$



یک خاصیت مهم در منحنی لمنیسکات

یکی از جالب ترین خواص ریاضی منحنی لمنیسکات که استفاده از آن را بسیار آسان می سازد این است که، مطابق شکل ۷-۵۵ زاویه رأس مماس در هر نقطه بر منحنی (θ) ، سه برابر زاویه انحراف شعاع حامل همان نقطه (δ) می باشد یعنی $\theta = 3\delta$.



در هر نقطه چون E روی منحنی

داریم:

لمنیسکات

$$\theta = \delta + \varphi = 3\delta$$

$$\theta = 3\delta$$

$$\varphi = 2\delta$$

تعیین روابط لازم جهت پیاده کردن منحنی لمنیسکات

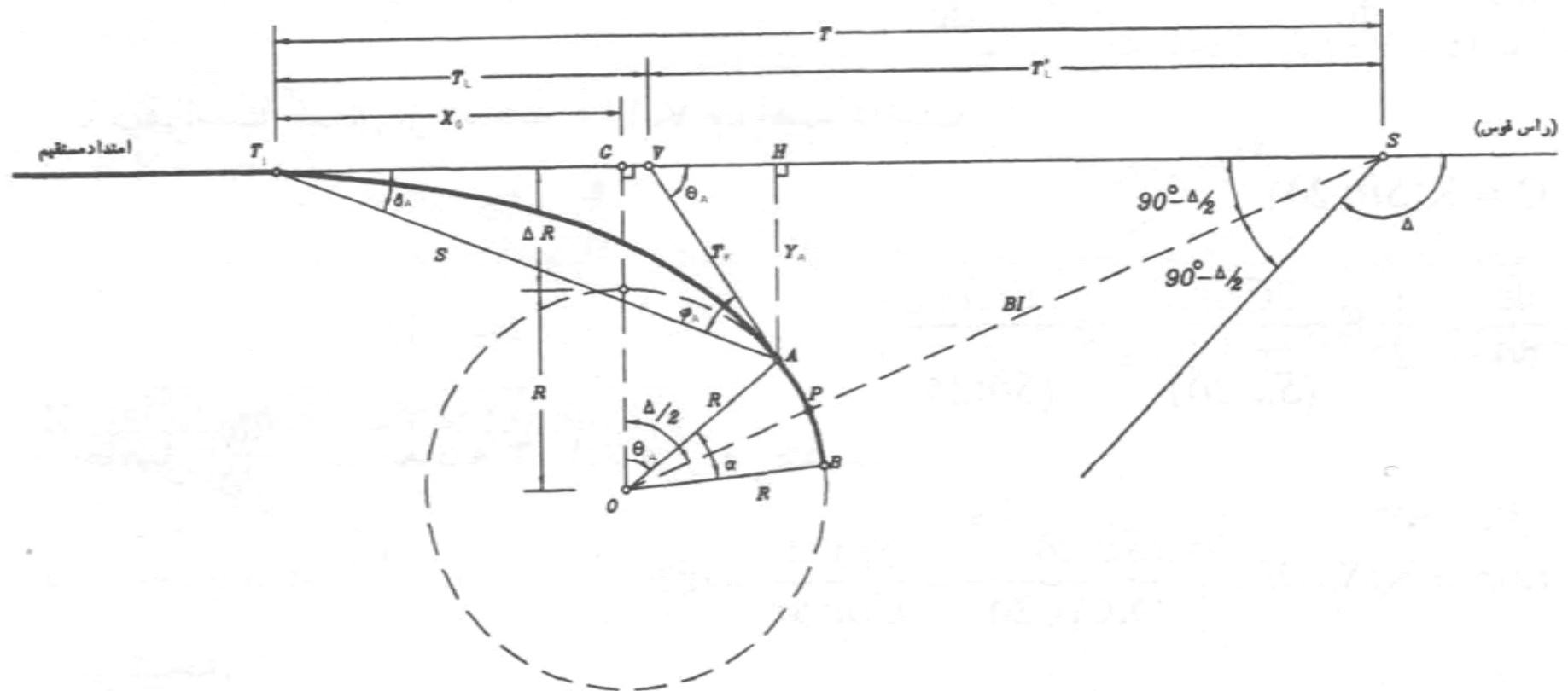
در شکل بعدی قسمتی از منحنی لمنیسکات به طول L ، یک امتداد مستقیم را به قوس دایره ای به شعاع R متصل نموده است.

در نقطه A معادله منحنی لمنیسکات را تشکیل می دهیم.

$$C = 3r \sin 2\delta \quad (7-108) \text{ (تکراری)}$$

طول شعاع حامل در نقطه A که با طول منحنی اتصال برابر گرفته شده است $S = L =$ با قرار دادن $r = R$ و $C = L$ خواهیم داشت:

$$L = 3R \sin 2\delta_A \longrightarrow \delta_A = \frac{1}{2} \sin^{-1} \left(\frac{L}{3R} \right) \quad (7-117)$$



بنابراین با داشتن طول منحنی اتصال (L) و شعاع قوس دایره (R)، زاویه انحراف کل نقطه A از رابطه فوق محاسبه و از روی آن می توان زاویه انحراف رأس منحنی اتصال را تعیین نمود.

$$\theta_A = 3\delta_A = \frac{3}{2} \sin^{-1} \left(\frac{L}{3R} \right) \quad (7-118)$$

مقدار جابجایی قوس دایره اولیه (ΔR) برابر است با:

$$OG = R + \Delta R = R \cos \theta_A + L \sin \delta_A$$

$$\Delta R = R \cos 3\delta_A + L \sin \delta_A - R \quad (7-119)$$

برای تعیین فاصله رأس قوس تا نقطه وسط قوس (BI) در مثلث قائم الزاویه SOG داریم.

$$\cos \frac{\Delta}{2} = \frac{OG}{OS} = \frac{R + \Delta R}{R + BI} \longrightarrow BI = \frac{R + \Delta R}{\cos \frac{\Delta}{2}} - R \quad (7-120)$$

و برای طول مماس بزرگ (T_L) و کوچک (T_K) منحنی لمنیسکات می توان نوشت:

$$T_L = \overline{T_1V} = \overline{T_1H} - \overline{VH}$$

از طرفی مختصات نقطه شروع قوس دایره (پایان منحنی لمنیسکات) برابر است با:

$$T_1H = X_A = L \cos \delta_A \longrightarrow X_A = L \cos \delta_A \quad (7-121)$$

$$AH = Y_A = L \sin \delta_A \longrightarrow Y_A = L \sin \delta_A \quad (7-122)$$

در نتیجه:

$$VH = Y_A \cdot \cot \theta_A = (L \sin \delta_A) \cot \theta_A$$

$$T_L = X_A - Y_A \cot \theta_A \quad (7-123)$$

و یا:

$$T_L = L (\cos \delta_A - \sin \delta_A \cot \theta_A) \quad (7-124)$$

همچنین:

$$T_K = \overline{AV}$$

$$\sin \theta_A = \frac{AH}{AV} = \frac{Y_A}{T_K}$$

$$T_K = \frac{Y_A}{\sin \theta_A} = \frac{L \sin \delta_A}{\sin 3\delta_A} \quad (V-125)$$

مختصات مرکز دایره برابر است با:

$$X_O = T_1 G = T_1 H - GH$$

$$T_1 H = L \cos \delta_A \quad GH = R \sin \theta_A = R \sin 3\delta_A$$

$$X_O = L \cos \delta_A - R \sin 3\delta_A \quad (V-126)$$

$$Y_O = R + \Delta R = R \cos 3\delta_A + L \sin \delta_A \quad (V-127)$$

برای تعیین طول مماس کل (T) یعنی فاصله رأس S تا نقطه شروع قوس اتصال

می توان نوشت:

$$T = ST_1 = T_1 G + GS = X_O + GS$$

$$\operatorname{tg} \frac{\Delta}{2} = \frac{GS}{OG} = \frac{GS}{R + \Delta R} \longrightarrow GS = (R + \Delta R) \operatorname{tg} \frac{\Delta}{2}$$

$$T = X_O + (R + \Delta R) \operatorname{tg} \frac{\Delta}{2} \quad (V-128)$$

و یا:

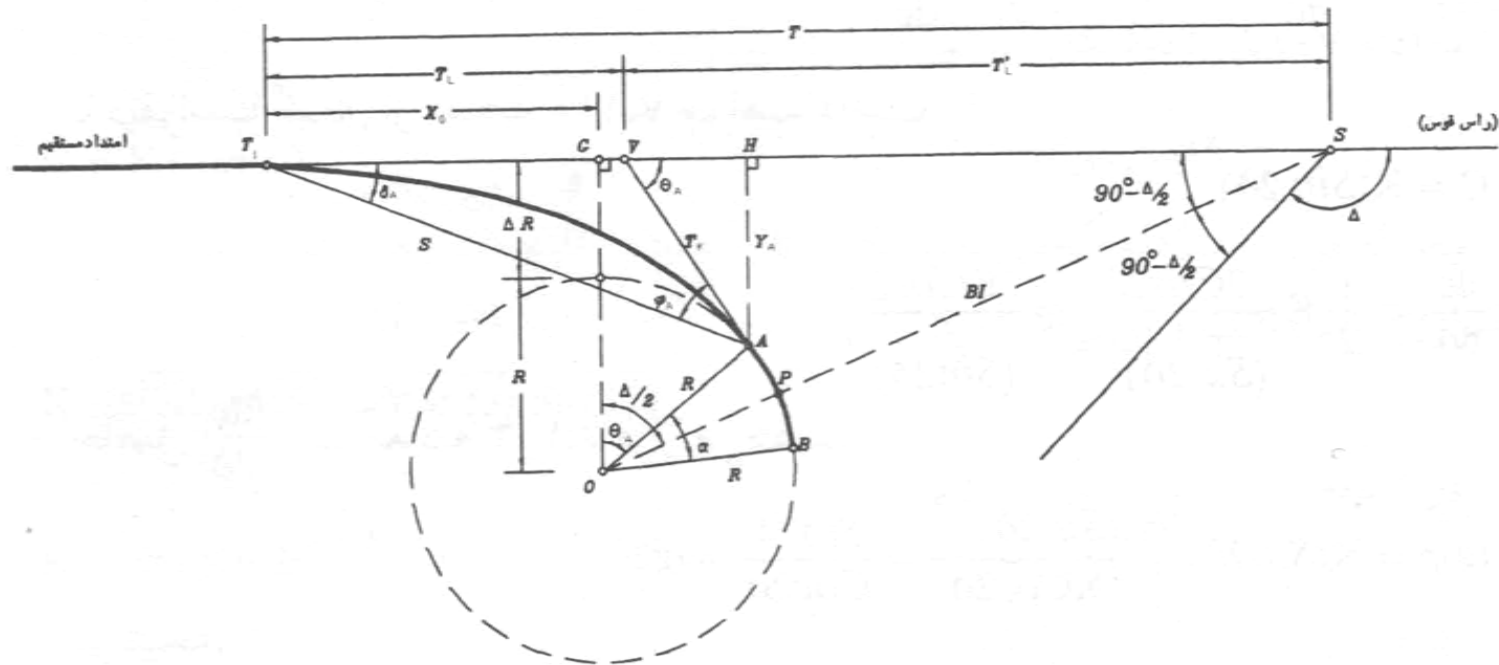
$$T = L \cos \delta_A - R \sin 3\delta_A + (R + \Delta R) \operatorname{tg} \frac{\Delta}{2} \quad (7-129)$$

فاصله رأس قوس (S) تا رأس منحنی لمنیسکات (V) برابر است با:

$$T'_L = SV = T - T_L \quad (7-130)$$

و یا:

$$T'_L = L \sin \delta_A \operatorname{Cotg} 3\delta_A - R \sin 3\delta_A + (R + \Delta R) \operatorname{tg} \frac{\Delta}{2} \quad (7-131)$$



شرط برقراری منحنی اتصال لمنیسکات

با توجه به شکل قبل شرط برقراری منحنی لمنیسکات این است که $\frac{\Delta}{2} \geq \theta_A$ باشد یا به عبارتی:

$$\Delta \geq 2\theta_A \quad \text{و یا} \quad \Delta \geq 6\delta_A$$

از طرفی می دانیم که در نقطه A:

$$L = 3R \sin 2\delta_A \longrightarrow \sin 2\delta_A = \frac{L}{3R} \quad (7-117) \text{ تکراری}$$

و چون باید $\frac{\Delta}{6} \geq \delta_A$ باشد، در نتیجه شرط برقرار منحنی اتصال لمنیسکات را به شکل زیر نیز می توان بیان نمود.

$$\sin \frac{2\Delta}{6} \geq \frac{L}{3R}$$

و یا در حالت کلی:

$$\Delta \geq 2\theta_A$$

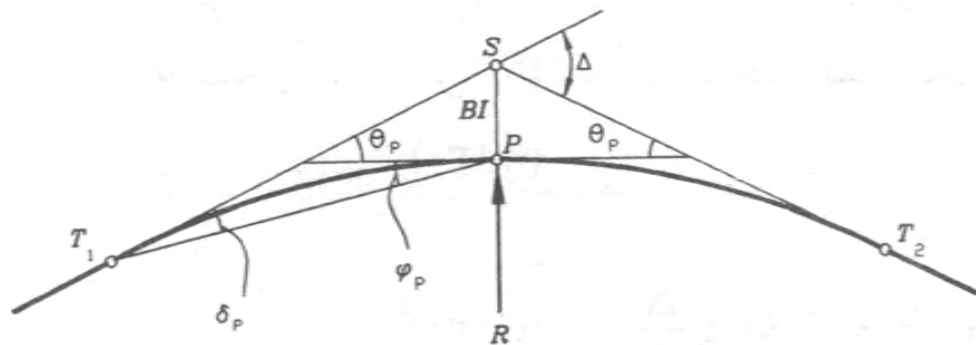
$$\sin \frac{\Delta}{3} \geq \frac{L}{3R} \quad (7-132) \quad \text{و یا}$$

$$\Delta \geq 6\delta_A$$

برخی نکات راجع به منحنی لمنیسکات

الف) همانگونه که در جلسه قبل بحث شد، چنانچه طولهای سه قوس مساوی (یعنی $L = L_c$) اختیار شود، زاویه انحراف قوس دایره $\frac{1}{2}\Delta$ و زاویه انحراف رأس شاخه اتصال $\frac{1}{4}\Delta$ خواهد بود.

ب) چنانچه به دلایل مختلف از جمله محدودیتهای موجود در منطقه، قوس دایره میانی حذف گردد، شکل ۷-۵۸ را خواهیم داشت و در این حالت داریم:



$$\theta_P = \frac{\Delta}{2}$$

$$\delta_P = \frac{\theta_P}{3} = \frac{\Delta}{6}$$

$$\varphi_P = 2\delta_P = \frac{\Delta}{3}$$

$$\Delta = 2\theta_P = 6\delta_P = 3\varphi_P \quad \text{و یا:}$$

همانطور که در جلسه قبل گفته شد، نکته مهم در این حالت این است که شعاع انحنای دو قوس (R) در محل اتصال P، نباید از حداقل شعاعی که براساس سرعت طرح بدست می آید کمتر باشد.

ج) منحنی لمنیسکات را می توان به راحتی و در سیستم مختصات قطبی یا قائم الزاویه به روی زمین پیاده نمود. به این ترتیب که در سیستم مختصات قطبی از معادله $C = K(\sin 2\delta)^{1/2}$ استفاده نموده و برای زوایای انحراف انتخابی δ ، مقادیر شعاع حامل نظیر C را محاسبه می نمائیم. برای تعیین ضریب K در صورتیکه در معادله ۷-۱۱۱ مقدار $r = R$ و $\delta = \delta_A$ گذاشته شود مقدار K بدست می آید.

$$K = 3R (\sin 2\delta_A)^{1/2} \quad (7-133)$$

همچنین در سیستم مختصات قائم الزاویه برای هر نقطه خواهیم داشت:

$$X = C. \cos \delta \quad (7-134)$$

$$Y = C. \sin \delta \quad (7-135)$$

دو مسیر مستقیم به زاویه انحراف $\Delta = 135^\circ$ به وسیله یک قوس ترکیبی شامل دو شاخه لمنیسکات و یک قوس دایره میانی به شعاع $R = 300_m$ به یکدیگر متصل شده است در صورتیکه طول شاخه لمنیسکات $L = 80_m$ باشد مطلوب است:

- الف) محاسبه مقادیر لازم جهت پیاده کردن نقاط شروع و انتهای کل قوس
ب) تشکیل معادله منحنی لمنیسکات در سیستم مختصات قطبی
-

حل (الف)

جهت پیاده کردن نقاط شروع و انتهای کل قوس لازم است طول مماس کل قوس (T) را محاسبه نمائیم.

$$T = L \cos \delta_A - R \sin 3\delta_A + (R + \Delta R) \operatorname{tg} \frac{\Delta}{2} \quad (7-129 \text{ تکراری})$$

$$\Delta R = R \cos 3\delta_A + L \sin \delta_A - R \quad (7-119 \text{ تکراری})$$

$$\delta_A = \frac{1}{2} \sin^{-1} \left(\frac{L}{3R} \right) \quad (7-117 \text{ تکراری})$$

$$\delta_A = \frac{1}{2} \sin^{-1} \left(\frac{80}{3 \times 300} \right) = 2.8332^\circ$$

$$\Delta R = 300 \cos (3 \times 2.8332) + 80 \sin (2.8332) - 300 = 0.889_m$$

$$T = 80 \cos (2.8332) - 300 \sin (3 \times 2.8332) + (300 + 0.889) \operatorname{tg} \frac{135}{2} = 577.26_m$$

حل (ب)

معادله منحنی لمنیسکات در سیستم قطبی عبارت است از:

$$C = K (\sin 2\delta)^{1/2} \quad (7-110 \text{ تکراری})$$

که در آن:

$$K = 3R (\sin 2\delta_A)^{1/2} = 3 \times 300 (\sin(2 \times 2.8332))^{1/2} = 268.33$$

در نتیجه:

$$C = 268.33 (\sin 2\delta)^{1/2}$$

دو مسیر مستقیم یک جاده به وسیله یک قوس اتصال از نوع لمنیسکات برنولی و بدون استفاده از قوس دایره میانی به یکدیگر مرتبط شده است در صورتیکه زاویه انحراف مسیر $\Delta = 66.67^\circ$ و حداقل شعاع انحناء در نقطه تماس دو شاخه اتصال $100_m = R$ متر باشد، طول مماس کل و همچنین معادله منحنی در سیستم قطبی را جهت پیاده کردن نقاط روی قوس، بدست آورید.

(حل)

چون قوس دایره میانی حذف شده است لذا داریم:

$$\theta_P = \frac{\Delta}{2} = \frac{66.67^\circ}{2} = 33.335^\circ = \text{زاویه انحراف رأس شاخه اتصال}$$

$$\delta_P = \frac{\theta_P}{3} = \frac{\Delta}{6} = \frac{66.67}{6} = 11.112^\circ = \text{زاویه انحراف نقطه P نسبت به خط مماس}$$

$$\varphi_P = \frac{\Delta}{3} = \frac{66.67}{3} = 22.223^\circ$$

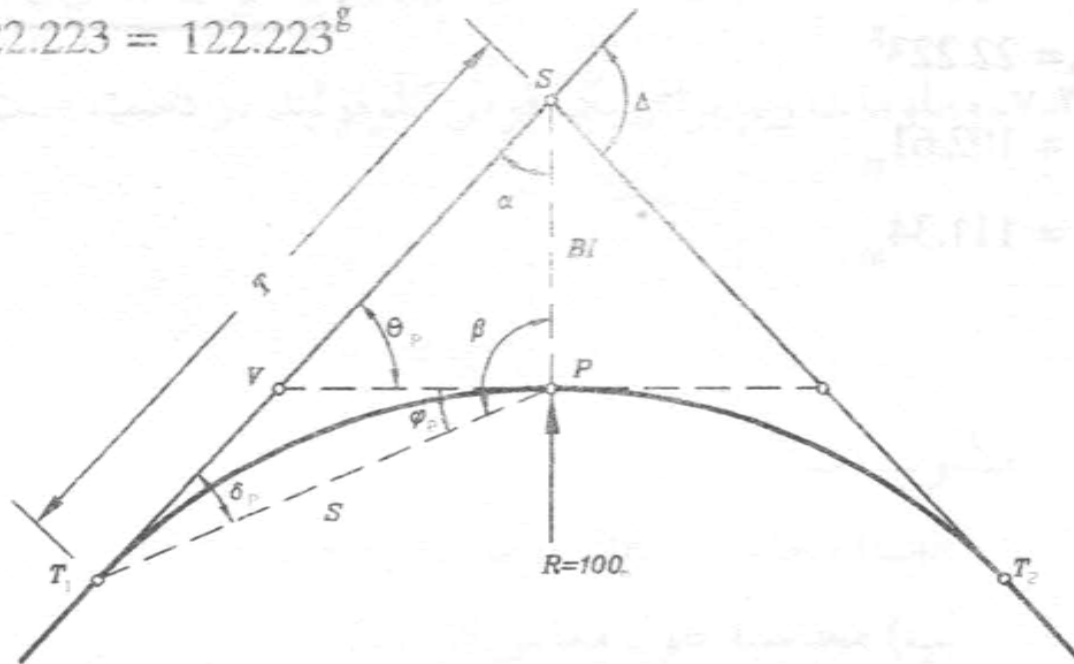
برای تعیین طول مماس کل (T) مطابق شکل ۷-۵۹ در مثلث ST_1P می توان نوشت:

$$\alpha = \frac{200^\circ - \Delta}{2} = \frac{200 - 66.67}{2} = 66.665^\circ$$

$$\beta = 100^\circ + \varphi_P = 100 + 22.223 = 122.223^\circ$$

$$\frac{T}{\sin \beta} = \frac{S}{\sin \alpha}$$

$$T = S \times \frac{\sin \beta}{\sin \alpha}$$



جهت تعیین شعاع حامل نقطه P از معادله منحنی لمنیسکات استفاده می کنیم.

$$L = 3R \sin 2\delta_p \quad (117-7 \text{ تکراری})$$

$$= 3 \times 100 \times \sin (2 \times 11.112) = 102.61_m \quad \text{در نتیجه:}$$

$$T = 102.61 \times \frac{\sin 122.223^\circ}{\sin 66.665^\circ} = 111.34_m$$

حال جهت پیاده کردن قوس، معادله آن را در سیستم مختصات قطبی تشکیل می دهیم.

$$K = 3R (\sin 2\delta_p)^{1/2} = 3 \times 100 (\sin (2 \times 11.112))^{1/2} = 175.45$$

$$C = K (\sin 2\delta)^{1/2} = 175.45 (\sin 2\delta)^{1/2}$$

با توجه به معادله فوق، جدولی برحسب مقادیر مختلف δ (تا حداکثر δ_p) و C جهت پیاده کردن نقاط قوس می توان تشکیل داد.

بنابراین با در نظر گرفتن مفروضات مسئله، نتایج حاصله مطابق شکل ۷-۵۹ از قرار زیر می باشد.

$$\Delta = 66.67^{\circ}$$

$$R = 100_m$$

$$\theta_P = 33.335^{\circ}$$

$$\delta_P = 11.112^{\circ}$$

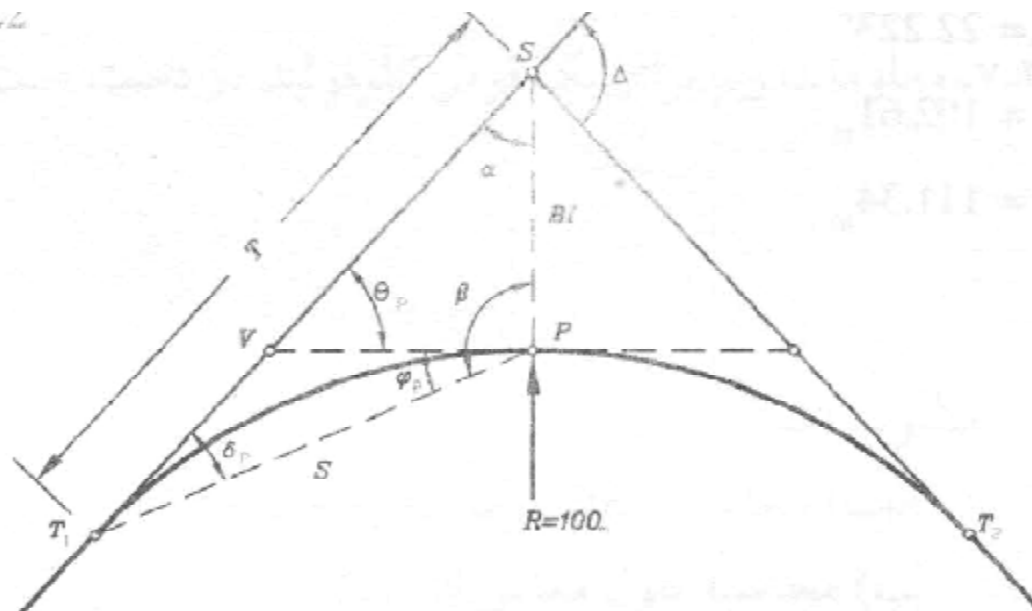
$$\varphi_P = 22.223^{\circ}$$

$$L = 102.61_m$$

$$T = 111.34_m$$

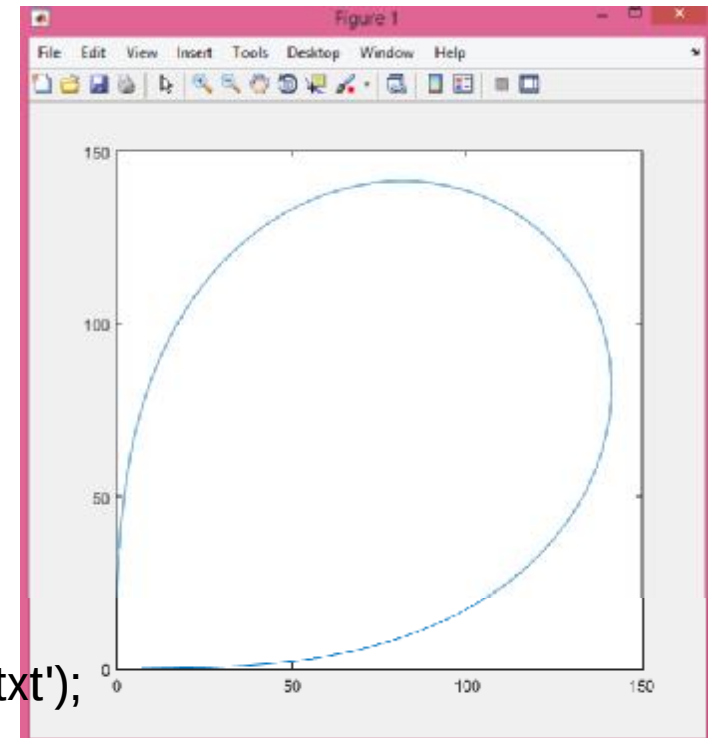
$$K = 175.45$$

$$C = 175.45 (\sin 2\delta)^{1/2}$$



منحنی های اتصال - منحنی لمنیسکات - مثال 2 - برنامه جهت ترسیم و پیاده کردن قوس با زبان Matlab

```
clc
clear all
close all
d=[0:.01:(pi/2)];
k=175.45;
c = k * ((sin(2*d)).^0.5);
x=c.*sin(d);
y=c.*cos(d);
plot (x,y);
xy=[x' y'];
[filename,path]=uiputfile('*.txt','save Data file','coordinates.txt');
AP=strcat(path,filename);
dlmwrite(AP,xy,'NewLine','PC');
```



```
0,0
0.24811,24.81
0.70166,35.078
1.2887,42.944
1.9834,49.559
2.7706,55.367
3.6401,60.596
4.5841,65.38
5.5965,69.806
6.6722,73.936
7.8072,77.811
8.9976,81.466
10.24,84.925
11.532,88.208
12.871,91.331
14.253,94.307
15.677,97.146
17.141,99.859
18.643,102.45
20.18,104.93
```

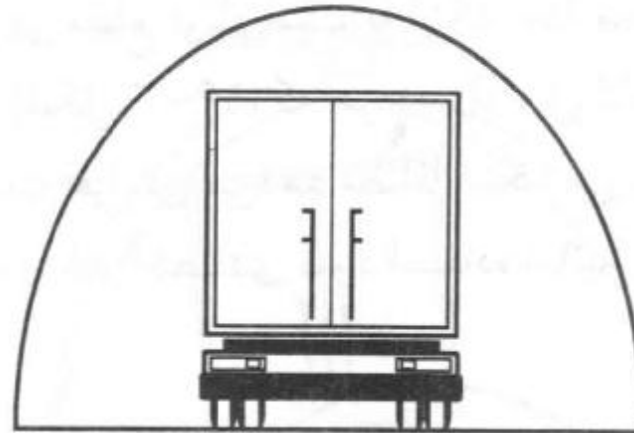
قوس پروگرسو در خط آهن (تونل‌ها)

می‌دانیم که هنگامی که یک وسیله نقلیه با سرعت V از یک مسیر مستقیم وارد یک قوس به شعاع R می‌شود، تحت تأثیر نیروی گریز از مرکز که در امتداد شعاع قوس (عمود بر محور مسیر) و به سمت خارج به وسیله نقلیه اثر می‌کند قرار گرفته و وسیله را در جهت عرض جاده و به طرف خارج از قوس می‌راند.^(۱)

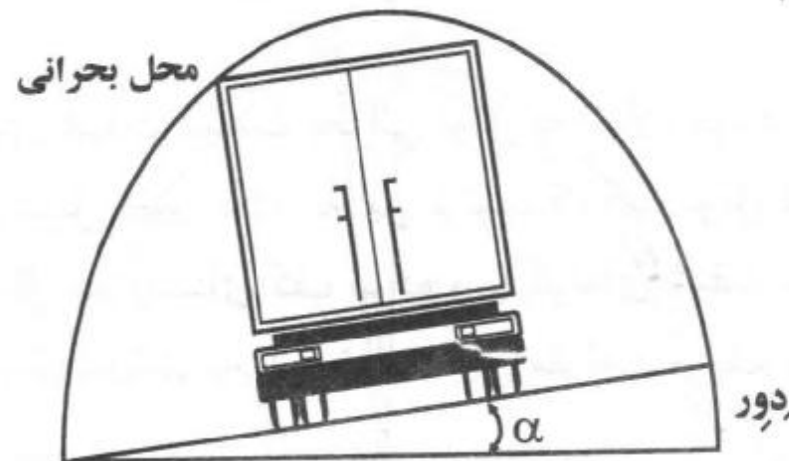
چنانچه نیروی گریز از مرکز بیش از نیروی اصطکاک فی‌مابین راه و وسیله نقلیه باشد، وسیله نقلیه در جهت عرض جاده و به سمت خارج قوس پرتاب می‌گردد. بنابراین برای جلوگیری از این پدیده و همچنین برای تأمین ایمنی و راحتی حرکت وسیله نقلیه از شیب عرضی یکسره که به آن بر بلندی (به فرانسه *دور*)^(۱) و به انگلیسی *سوپر الویشن*)^(۲) گویند، در مقطع مسیر استفاده می‌کنند تا بتوانند بین نیروی اصطکاک جانبی چرخ و سطح راه و مؤلفه وزن خودرو در امتداد بر بلندی، با نیروی گریز از مرکز تعادل ایجاد نمایند. بنابراین طبق تعریف، بر بلندی (e) یا شیب عرضی در قوس، شیبی است که به منظور بهبود ایمنی به قسمت‌های قوسی راه می‌دهند و جهت این شیب به طرف مرکز قوس سرازیر است.

نکته‌ای که در اینجا قابل بحث ما می‌باشد حالت بحرانی است که با ایجاد بر بلندی (یا دور) در خطوط راه آهن (در تونل‌ها) با توجه به ارتفاع زیاد قطار و عرض کم تونل پیش می‌آید به گونه‌ای که با در نظر گرفتن دور در تونل در راه آهن، قسمت‌هایی از مقطع تونل بحرانی شده و گوشه بالایی قطار به سطح تونل بیش از حد نزدیک می‌شود و حالت خطرناک و غیر مهندسی ایجاد می‌نماید.

در شکل ۱-۱۶ ملاحظه می‌شود که قطار در مسیر مستقیم با توجه به ارتفاع بلند و عرض کم تونل بدون مشکل در حال حرکت بوده اما هنگامیکه در قسمت قوسی (شکل ۲-۱۶) قرار می‌گیرد به دلیل اعمال بر بلندی یا همان دور محل بحرانی در مقطع تونل ایجاد شده است.

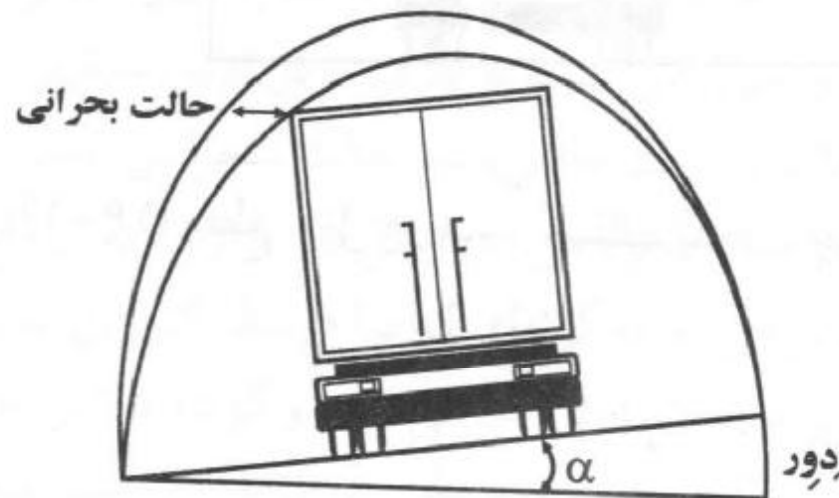


شکل (۱-۱۶) مقطع تونل در مسیر مستقیم بدون وجود دور



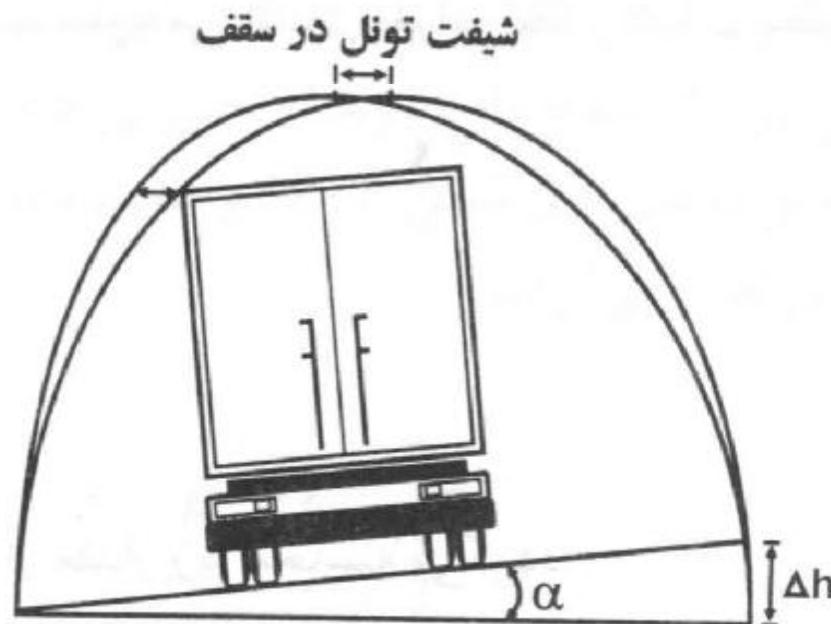
شکل (۲-۱۶) مقطع تونل در مسیر قوسی با در نظر گرفتن دور

برای حل مشکل و مرتفع کردن موقعیت بحرانی که در مقطع تونل در قسمت قوسی آن به وجود آمده است ساده‌ترین راه حل اضافه نمودن عرض تونل یا به عبارتی بزرگ کردن مقطع تونل است یا اینکه عیناً مقطع تونل را همراه با ایجاد دور شیفت دهیم (شکل ۳-۱۶) که هر دو راه حل کاملاً غیراقتصادی است و هزینه‌ها را به شدت افزایش می‌دهد مضافاً اینکه می‌توان راه حل‌های بهینه‌تری بدون اینکه پروژه را غیر اقتصادی نمود استفاده نماییم.

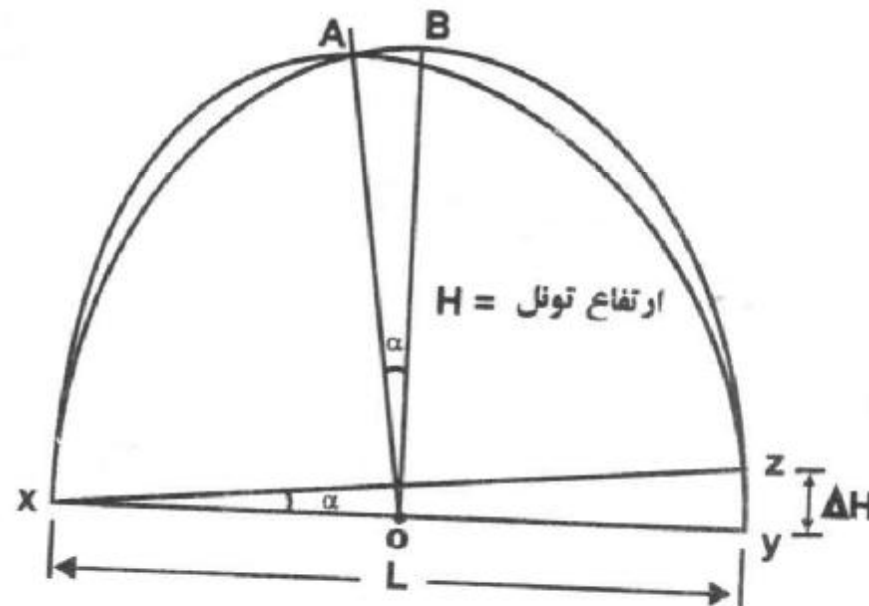


شکل (۳-۱۶) رفع مشکل حالت بحرانی اما غیر اقتصادی

اما راه حل بعدی شیفت قسمت بحرانی تونل به اندازه مورد نیاز است به طوری که سطح مقطع تونل تغییر نکند به این ترتیب که کف تونل در مسیر قوسی ولی محور سقف تونل هم راستای کف نبوده و به گونه‌ای شیفت پیدا نماید که عرض مورد نیاز ما دیگر حالت بحرانی ندارد. این مقوله تعریف مفهوم کلی قوس پروگرسیو^(۱) است.



به منظور اجرای عملیات می‌بایست مقدار شیفت سقف تونل را محاسبه نمود. بدیهی است که مقدار شیفت سقف تونل (AB) از اندازه شیب عرضی تبعیت می‌کند.



محور OA محور اولیه تونل است که شیفت پیدا کرده است. و اضلاع OA و OB بر xy و xz به ترتیب عمود می‌باشند. بنابراین مقدار شیفت سقف برابر است با:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{AB}{H}$$

در نتیجه:

$$AB = H \cdot \operatorname{tg} \alpha$$

(۱۶-۲)

که در آن مقدار α از مقدار زیر محاسبه می‌گردد:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\Delta h}{L}$$

(۱۶-۳)

در روابط فوق داریم:

Δh = مقدار بر بلندی

L = عرض تونل

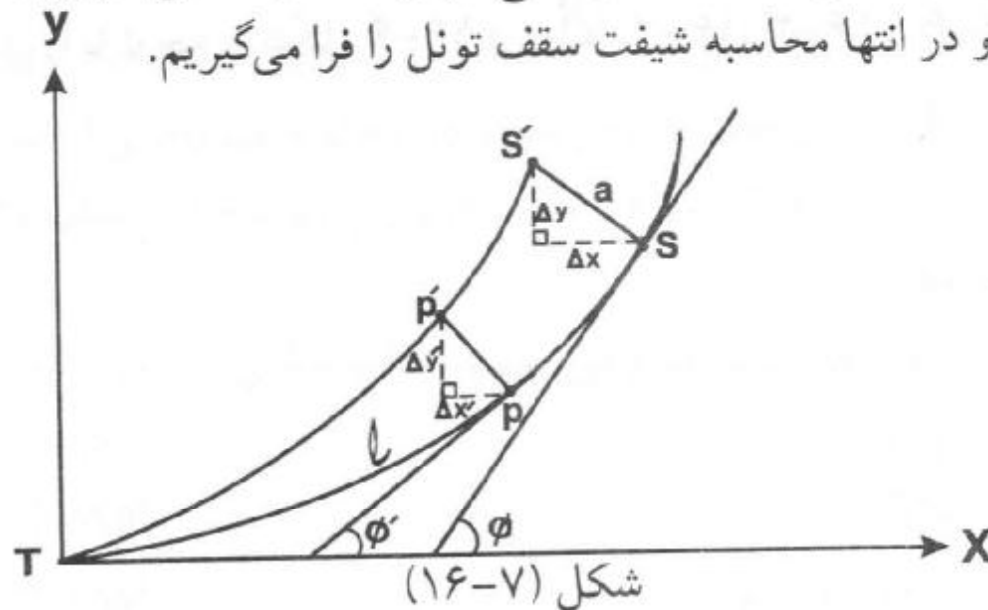
AB = مقدار شیفت سقف تونل

H = ارتفاع تونل

تأثیر مقدار شیفت سقف تونل در مسیر کلوتوئید

نکته قابل توجه دیگر تأثیر مقدار شیفت سقف تونل در قسمت منحنی کلوتوئید قوس در تونل است چون شعاع قوس در هر نقطه متغیر بوده و شعاع از بی‌نهایت تا R و همچنین اندازه دور از صفر تا Δh متغیر است.

با در نظر گرفتن شکل ۷-۱۶ مقدار شعاع در هر نقطه از منحنی کلوتوئید و سپس اندازه دور و در انتها محاسبه شیفت سقف تونل را فرامی‌گیریم.



در شکل فوق منحنی T_1S منحنی کلوتوئید اولیه و نقطه S شروع منحنی دایره اولیه است^(۱)

ℓ = طول قطعه از کلوتوئید نسبت به شروع قوس

L = طول کل منحنی کلوتوئید

a = اندازه شیفیت کلی در قوس دایره

a' = شیفیت جزئی در مسیر به اندازه پیشروی به اندازه ℓ

ϕ = زاویه انحراف کل

ϕ' = زاویه انحراف جزء

در عملیات اجرای تونل‌ها اغلب پیاده کردن مسیر به روش مختصاتی اجرا می‌شود لذا مختصات نقطه P در مسیر کلوتوئید به اندازه $\Delta x'$ و $\Delta y'$ به نقطه P' در قوس پروگرسو منتقل می‌شود:

$$\Delta x' = a' \sin \phi'$$

$$\Delta y' = a' \cos \phi'$$

$$a' = \frac{a\ell}{L}$$

مختصات نقطه P' برابر می‌شود با:

$$x_{P'} = x_P - \Delta x' = x_P - \frac{a\ell}{L} \sin \phi'$$

$$y_{P'} = y_P + \Delta y' = y_P + \frac{a\ell}{L} \cos \phi'$$

۷-۱- یک قوس ترکیبی شامل کلوتوئید و دایره با مشخصات زیر، دو مسیر مستقیم را به یکدیگر متصل نموده است.

زاویه انحراف مسیر = $\Delta = 43.12$ گراد

پارامتر کلوتوئید = $A = 300$

شعاع قوس دایره = $R = 900_m$

کیلومتر از رأس قوس = $KM_S = 13_{km} + 102.08_m$

تعیین کنید:

(الف) طول تانژانت کل (T)

(ب) طول شاخه کلوتوئید (L)

(پ) زاویه انحراف رأس کلوتوئید (τ)

(ت) کیلومتر از انتهای کل قوس (KM_{T2})

۷-۲- دو امتداد مستقیم مسیری با زاویه تقاطع $\Delta = 23^\circ, 10'$ به وسیله دو شاخه کلوتوئید

و یک تکه قوس دایره به یکدیگر متصل شده اند در صورتیکه طول شاخه کلوتوئید

$L = 110_m$ و شعاع قوس دایره $R = 350_m$ و کیلومتر از نقطه پایان کل قوس (KM_{T2}) از

قرار 15406.26 متر باشد کیلومتر از رأس قوس (یعنی KM_S) را محاسبه نمایید.

۷-۱۳- جهت پیاده کردن یک شاخه از قوس اتصالی به طول 80 متر که از یک منحنی درجه ۳ انتخاب شده است جدولی به روش مختصات قطبی نسبت به شروع قوس تنظیم نمائید در صورتیکه حداکثر طول قوسهای کوتاه 15 متر و شعاع دایره 350 متر و زاویه انحراف کل مسیر 40 درجه باشد همچنین ستون کیلومتراژها رُند و کیلومتراژ رأس قوس 12892.10 متر فرض گردد (قوس چپ گرد فرض شود).

۷-۲۶- در یک قوس اتصال که از نوع منحنی لمنیسکات می باشد چنانچه زاویه انحراف مسیر $\Delta = 138^\circ$ و به دلیل محدودیتهای موجود در منطقه فاصله رأس قوس تا محل اتصال دو شاخه لمنیسکات (طول بی سیکتریس) 25 متر مورد نظر باشد مقادیر لازم جهت پیاده کردن نقاط شروع و انتهای کل قوس و همچنین نقاط واقع بر منحنی لمنیسکات روی زمین را محاسبه نمائید.

۲۵-۷- دو مسیر مستقیم به زاویه تقاطع $\Delta = 120^\circ$ به وسیله یک قوس ترکیبی متقارن شامل دو شاخه منحنی لمنیسکات و یک قوس دایره میانی به شعاع $R = 200_m$ به یکدیگر متصل شده است در صورتیکه طول شاخه لمنیسکات 95 متر باشد مطلوب است.

- الف) محاسبه مقادیر لازم جهت پیاده کردن نقاط شروع و انتهای کل قوس.
- ب) محاسبه مقادیر لازم جهت پیاده کردن نقاط شروع و انتهای قوس دایره.
- پ) تعیین طول مماسهای کوتاه و بلند شاخه لمنیسکات.
- ت) تنظیم جدولی جهت پیاده کردن شاخه اتصال و قوس دایره به روش مختصات قطبی.
- ث) مراحل کار را جهت پیاده کردن کل قوس شرح دهید.

۷-۲۷- دو مسیر مستقیم به زاویه انحراف $\Delta = 145^\circ$ به وسیله یک قوس اتصال شامل دو شاخه لمنیسکات و یک قوس دایره میانی به شعاع 250 متر به یکدیگر متصل شده است در صورتیکه بخواهیم طول قوس دایره میانی را تقریباً معادل طول هریک از شاخه های لمنیسکات انتخاب کنیم مطلوب است.

الف) معادله منحنی لمنیسکات در سیستم قطبی.

ب) تنظیم جدول پیاده کردن قوس اتصال به روش مختصات قائم الزاویه.

پ) محاسبه طول مماسهای کوتاه، بلند و همچنین مختصات مرکز قوس دایره.

۷-۲۸- دو امتداد مستقیم به وسیله یک قوس دایره به زاویه مرکزی 40 گراد و به شعاع 300 متر به یکدیگر متصل شده اند در صورتیکه قوس دایره به گونه ای انتقال داده شود تا دو شاخه کلوتوئید به طول 80 متر در طرفین آن مرتبط گردد مطلوب است محاسبه کیلومتر از نقطه پایان قوس اتصال در صورتیکه کیلومتر از رأس قوس از قرار 31740.82 متر باشد.

پایان جلسه