



درس طرح هندسی راه پیشرفته

فرید اسماعیلی

Farid_63@yahoo.com

www.faridesm.ir

تماس با استاد از طریق پست الکترونیکی
مشاهده اطلاعیه ها، نمرات، دریافت فایل ها در وب سایت

طرح هندسی راه پیشرفته

تعداد واحد: ۳

هدف: فراگیری روشهای طراحی اجزاء مختلف جاده‌ای

سرفصلهای درس:

- ۱- مقدمه و جایگاه طرح هندسی در حمل و نقل
- ۲- نقشه‌برداری، ساخت و نگهداری راه
- ۳- تقسیم‌بندی و کاربردی راه
- ۴- معیارها و اصول طرح هندسی راه
- ۵- خصوصیات راننده، خودرو، بار و مسافر
- ۶- اجزاء طرح هندسی، فاصله دید، مشخصات کلی نیم‌رخ قائم و افقی راه
- ۷- اجزاء مقاطع عرضی
- ۸- خصوصیات راههای محلی
- ۹- خصوصیات راههای جمع‌کننده و پخش‌کننده
- ۱۰- خصوصیات راههای شریانی و آزاد راهها
- ۱۱- تقاطع‌های هم‌سطح
- ۱۲- تقاطع‌های غیر هم‌سطح



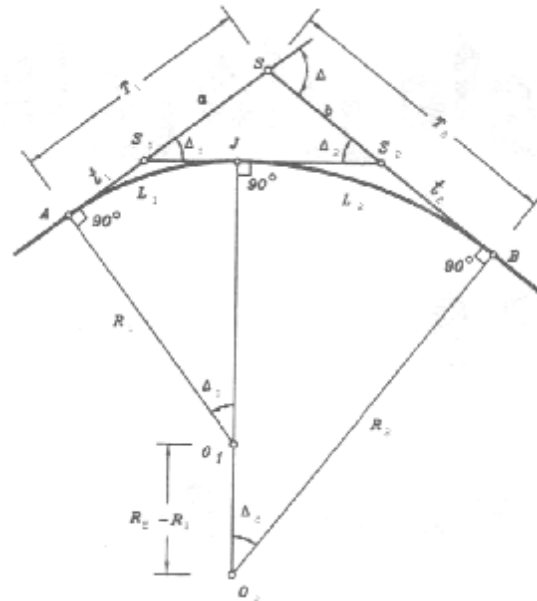
۵-۲-۱-۲- قوس افقی مرکب

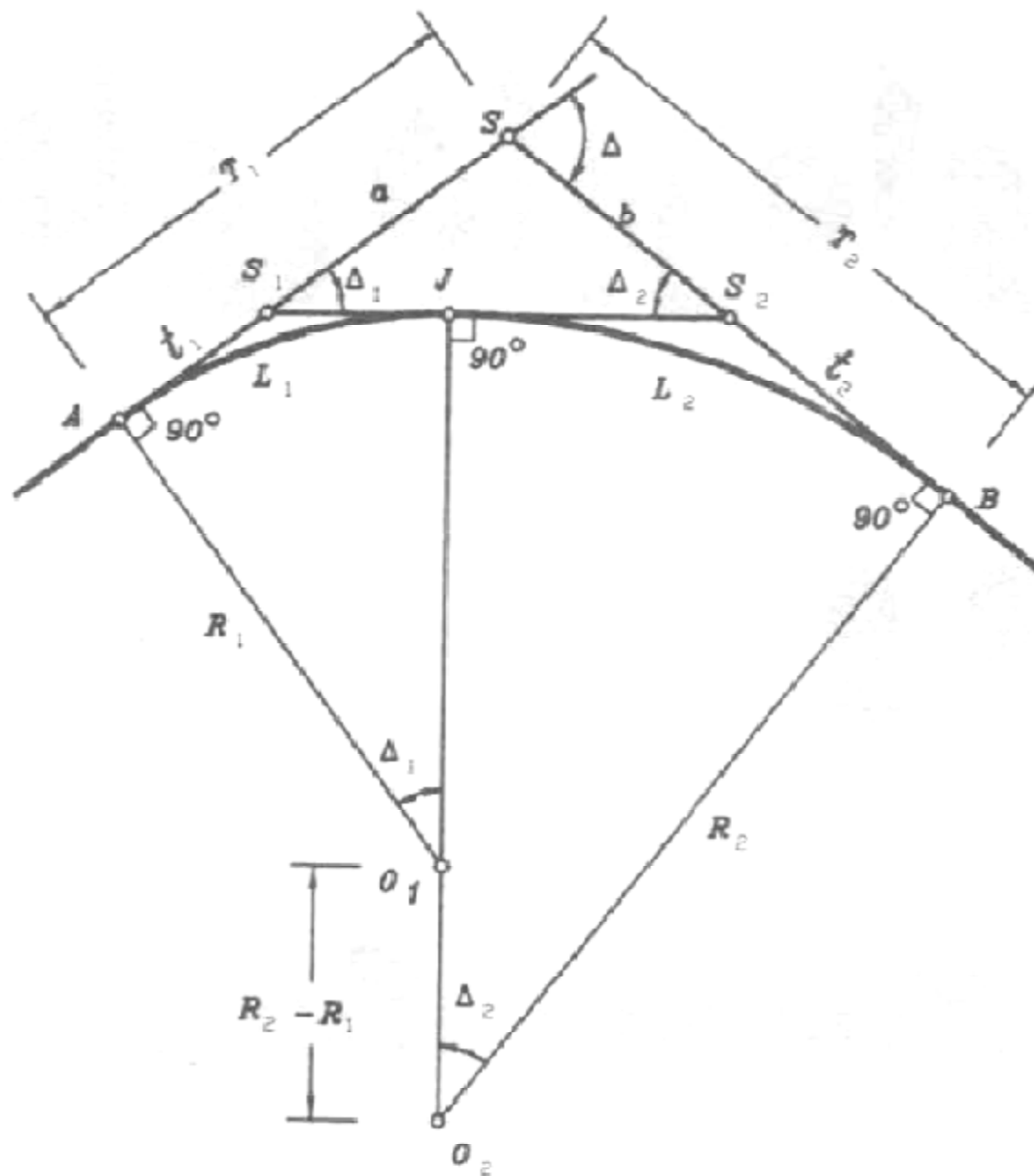
قوس افقی مرکب، از دو یا تعداد بیشتری قوس دایره ای هم جهت با شعاع های مختلف تشکیل شده که بر یکدیگر مماس است. با ترکیب قوس های مختلف دایره ای به شعاع های گوناگون می توان قوس افقی مرکب مناسبی برای وضعیت های مختلف طراحی کرد و مسیر را با موقعیت های مشکل فیزیکی تطبیق داد. با این حال اگر با صرف هزینه نسبتاً کم، بتوان از قوس افقی ساده استفاده کرد، بهتر است از بکارگیری قوس افقی مرکب خودداری شود.

طول کل قوس در قوس افقی مرکب نباید کمتر از ۱۵۰ متر باشد. همچنین شعاع قوس بزرگتر نباید بیش از ۱/۵ برابر شعاع قوس کوچکتر باشد.

قوس های دایره ای مرکب

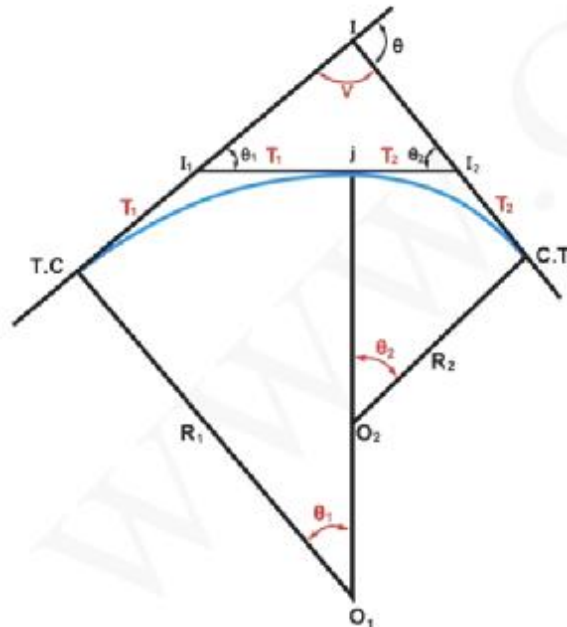
اینگونه قوس ها شامل دو یا چند قوس دایره با شعاع های متفاوت بدون اینکه خط مستقیمی بین دو قوس را در برگیرد می باشند به نحوی که مرکز این قوس ها در یک طرف خط مماس در نقطه اتصال دو قوس قرار دارد. در شکل دو مسیر مستقیم به وسیله یک قوس دایره ای مرکب به یکدیگر مرتبط شده است. این قوس مرکب از ترکیب دو دایره به شعاع های R_1 و R_2 که در نقطه تماس J دارای مماس مشترک $S_1 S_2$ می باشند تشکیل شده است، و همانطور که ملاحظه می شود در نقطه تماس دو دایره (J) دارای مماس مشترک و مرکز هر دو دایره در یک طرف مماس مشترک واقع شده باشد.





در شکل ۵-۱ مراکز دو دایره O_1 و O_2 روی خط مستقیم JO_2 که عمود بر مماس مشترک دو دایره یعنی $S_1 S_2$ می باشد قرار دارد.

از قوسهای مرکب، به علت نامساوی بودن طول مماس ها ($T_1 \neq T_2$) در راه آهن و بزرگراهها و بالاخص عبور مسیر از مناطق کوهستانی استفاده می گردد البته بدیهی است که چنانچه بتوان با صرف هزینه نسبتاً کم از یک کمان دایره ساده جهت ارتباط دو مسیر مستقیم استفاده نمود مطلوب تر است زیرا هنگام استفاده از قوس دایره ای مرکب باید نکات مختلفی را مورد توجه قرار داد از جمله توجه به تغییر ناگهانی انحناء و شیب عرضی در نقطه اتصال (J) از یک دایره به دایره دیگر بسیار مهم است.



اما آنچه که در قوس

مرکب باید توجه نمود این است که در صورتیکه شعاع قوس بزرگتر، 450 متر یا کمتر باشد می بایست شعاع قوس کوچکتر حداقل $\frac{2}{3}$ شعاع قوس بزرگتر در نظر گرفته شود. و همچنین طول کل قوس مرکب نباید از 150 متر کمتر باشد و در حالت کلی همواره شعاع قوس بزرگتر نباید از $1/5$ برابر شعاع قوس کوچکتر بیشتر اختیار شود.

یعنی اگر شعاع قوس دایره ای بزرگتر 300^m باشد حداقل شعاع قوس دایره کوچکتر باید 200^m انتخاب شود.

همچنین بسیاری اوقات و به دلیل نیاز در طراحی فرم هندسی مسیر در مناطق کوهستانی لازم می شود از قوسهای دو مرکزی، سه مرکزی و یا چهار مرکزی با شعاعهای متفاوت استفاده نمود.

قوس های دایره ای مرکب - قوس مرکب دو مرکزی

مطابق شکل اجزای قوس مرکب دو مرکزی عبارتند از:

$$\Delta, R_1, R_2, \Delta_1, \Delta_2, T_1, T_2, L_1, L_2, t_1, t_2$$

که در آن Δ زاویه انحراف کل مسیر و T_1 و T_2 به ترتیب طول مماس کل ورودی و خروجی، و R_1 و Δ_1 شعاع و زاویه مرکزی قوس دایره اول و R_2 و Δ_2 شعاع و زاویه مرکزی قوس دوم می باشد.

همچنین t_1 و L_1 طول مماس و طول کمان قوس اول و t_2 و L_2 طول مماس و طول کمان

قوس دوم تعریف می شود.

۱-۵ خواهیم داشت:

$$\Delta = \Delta_1 + \Delta_2$$

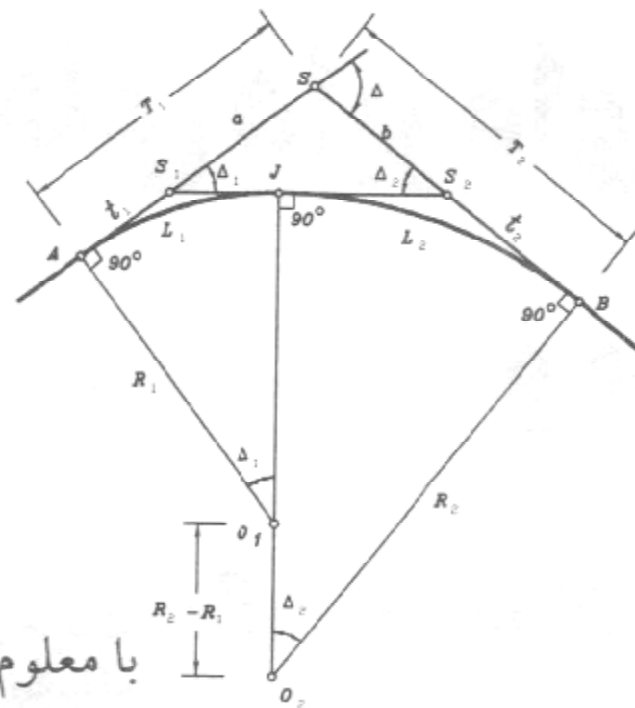
$$L_1 = R_1 \times \Delta_1$$

$$L_2 = R_2 \times \Delta_2$$

$$t_1 = R_1 \times \operatorname{tg} \frac{\Delta_1}{2}$$

$$t_2 = R_2 \times \operatorname{tg} \frac{\Delta_2}{2}$$

با معلوم بودن مقادیر R_1 و R_2 و Δ_1 و Δ_2 می توان مابقی اجزا را تعیین نمود



قوس های دایره ای مرکب - قوس مرکب دو مرکزی - تعیین مقادیر T_1 و T_2

روش اول تعیین T_1 و T_2 (با روابط ساده)

مطابق شکل ۵-۱ مقادیر T_1 و T_2 برابر است با:

$$T_1 = SS_1 + S_1A = a + t \quad (5-6)$$

$$T_2 = SS_2 + S_2B = b + t_2 \quad (5-7)$$

$$t_1 = S_1A = S_1J = R_1 \cdot \operatorname{tg} \frac{\Delta_1}{2} \quad (5-8)$$

$$t_2 = S_2B = S_2J = R_2 \cdot \operatorname{tg} \frac{\Delta_2}{2} \quad (5-9)$$

با فرض $S_1 S_2 = C$ خواهیم داشت:

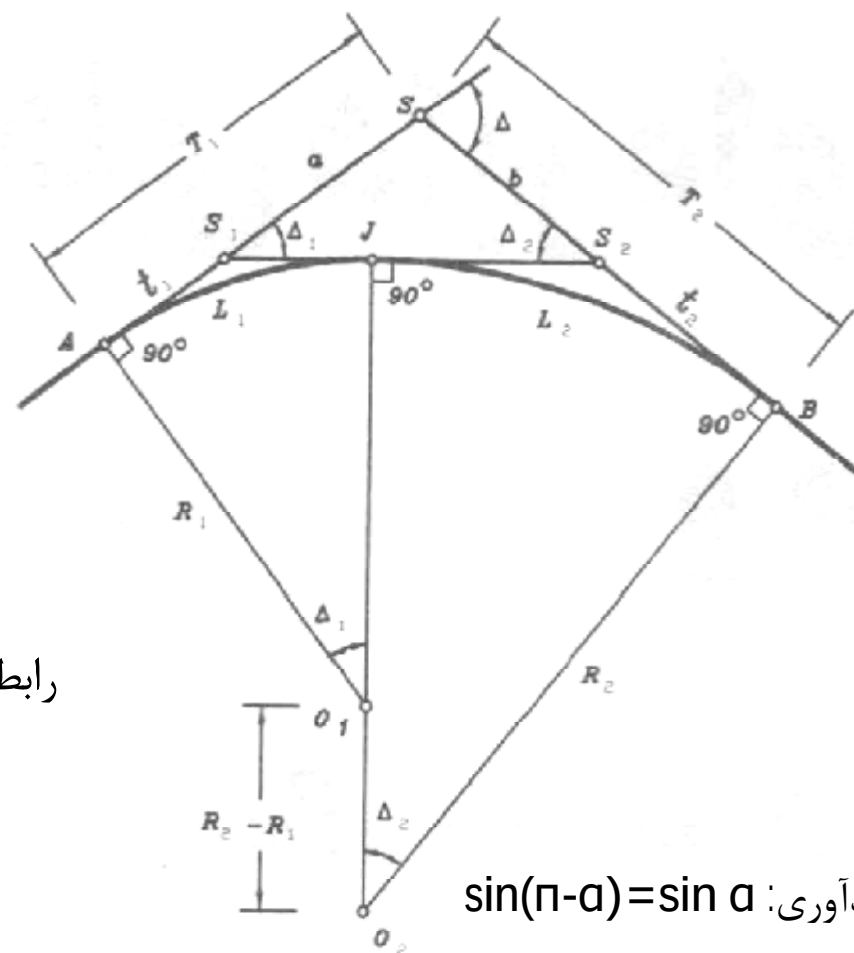
$$C = S_1 S_2 = t_1 + t_2 \quad (5-10)$$

رابطه سینوس ها در مثلث s-s1-s2

$$a = C \cdot \frac{\sin \Delta_2}{\sin \Delta} \quad (5-11)$$

$$b = C \cdot \frac{\sin \Delta_1}{\sin \Delta} \quad (5-12)$$

$$\Delta = \Delta_1 + \Delta_2$$



یادآوری: $\sin(\pi - a) = \sin a$

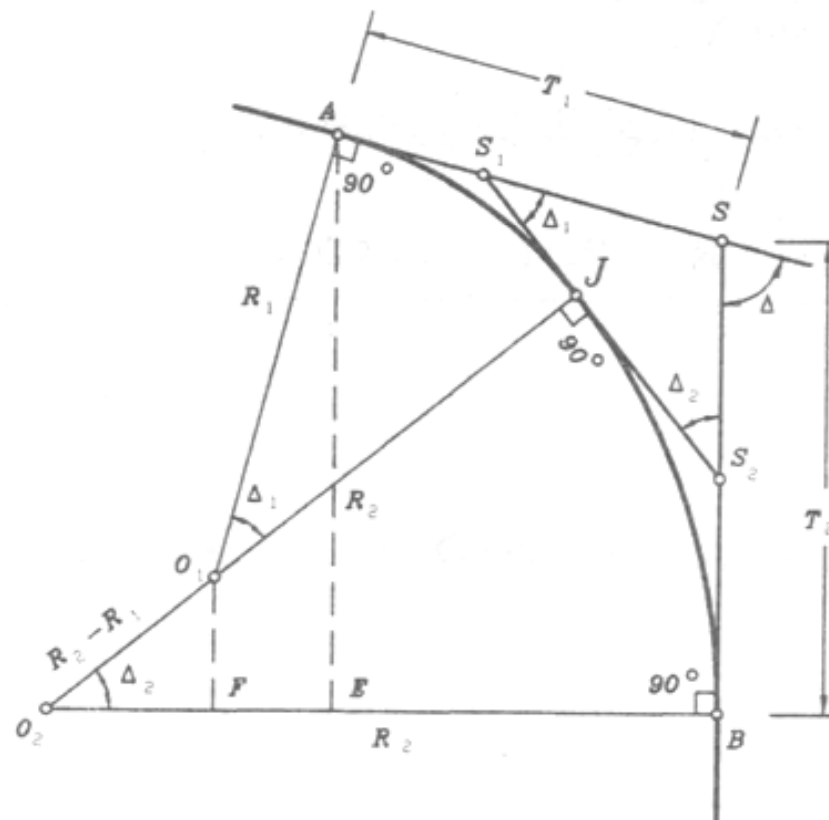
قوس های دایره ای مرکب - قوس مرکب دو مرکزی - تعیین مقادیر T_1 و T_2

بنابراین مراحل محاسبات از قرار زیر می باشد.

- ۱- از روابط ۵-۸ و ۵-۹ مقادیر t_1 و t_2 محاسبه می گردد.
- ۲- مقدار C از رابطه ۵-۱۰ تعیین می شود.
- ۳- مقادیر a و b از روابط ۵-۱۱ و ۵-۱۲ محاسبه می گردد.
- ۴- نهایتاً طول تانژانتهای کل T_1 و T_2 با قرار دادن مقادیر a و b و t_1 و t_2 در روابط ۵-۶ و ۵-۷ بدست می آید.

قوس های دایره ای مرکب - قوس مرکب دو مرکزی - تعیین مقادیر T_1 و T_2

روش دوم تعیین T_1 و T_2 (به روش جمع جبری تصاویر اضلاع)
 همانطور که در شکل ۵-۲ ملاحظه می شود در چند ضلعی $O_1ASBO_2O_1$ جمع جبری تصاویر اضلاع چند ضلعی روی هر ضلع باید برابر صفر باشد.



قوس های دایره ای مرکب - قوس مرکب دو مرکزی - تعیین مقادیر T_1 و T_2

تعیین T_1

جهت تعیین مقدار T_1 اضلاع چند ضلعی $O_1ASBO_2O_1$ را روی ضلع O_2B (یعنی R_2) تصویر می نمایم.

$$\Sigma \text{ تصاویر} = 0$$

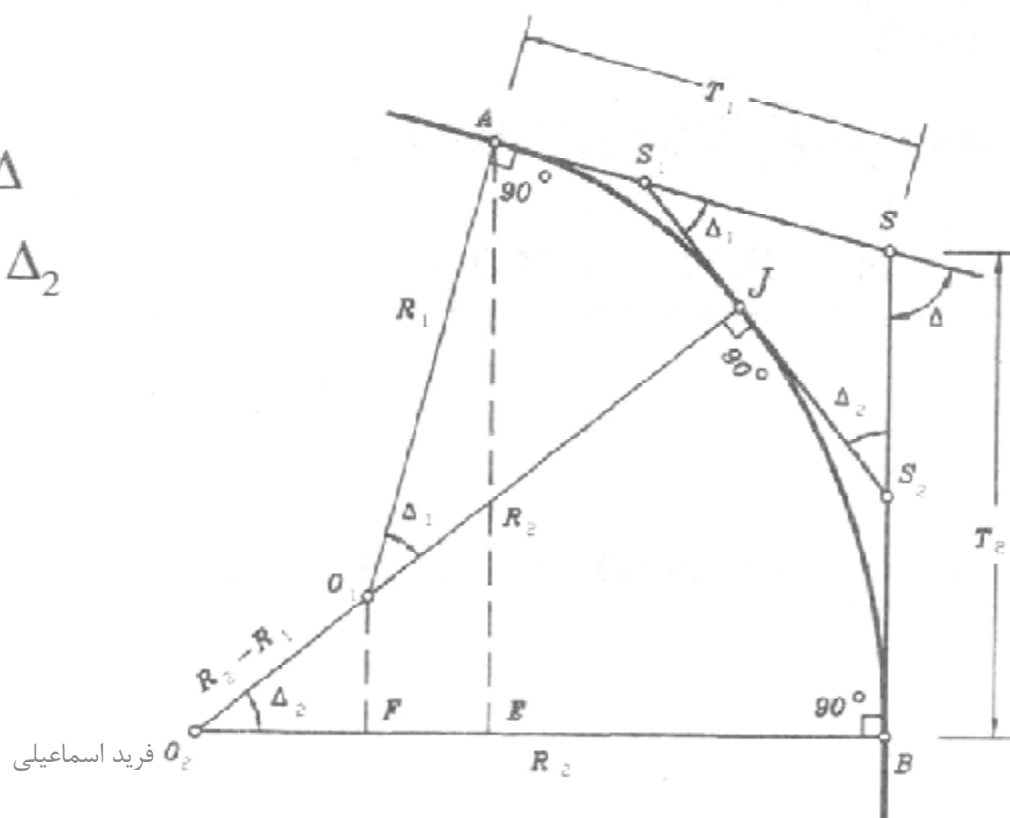
$$O_2B - BE - EF - FO_2 = 0$$

$$O_2B = R_2$$

$$BE = SA \cdot \sin \Delta = T_1 \cdot \sin \Delta$$

$$EF = O_1A \cdot \cos (\Delta_1 + \Delta_2) = R_1 \cdot \cos \Delta$$

$$FO_2 = O_2O_1 \cdot \cos \Delta_2 = (R_2 - R_1) \cos \Delta_2$$



قوس های دایره ای مرکب - قوس مرکب دو مرکزی - تعیین مقادیر T_1 و T_2

با جایگزینی مقادیر بدست آمده در معادله اصلی خواهیم داشت.

$$R_2 - T_1 \sin \Delta - R_1 \cos \Delta - (R_2 - R_1) \cos \Delta_2 = 0$$

و یا:

$$T_1 \sin \Delta = R_2 - R_1 \cos \Delta - (R_2 - R_1) \cos \Delta_2$$

در نتیجه:

$$T_1 = \frac{R_2 - R_1 \cos \Delta - (R_2 - R_1) \cos \Delta_2}{\sin \Delta} \quad (5-13)$$

در صورتیکه به صورت کسر R_1 را اضافه و کم کنیم شکل معادله ۵-۱۳ به صورت زیر خواهد گشت.

$$T_1 = \frac{R_1 (1 - \cos \Delta) + (R_2 - R_1) (1 - \cos \Delta_2)}{\sin \Delta} \quad (5-14)$$

تعیین T_2

مشابه روش تعیین T_1 چند ضلعی $O_1ASBO_2O_1$ را روی ضلع O_1A (یعنی R_1) تصویر می‌نمائیم.

$$\Sigma \text{تساویر} = 0$$

$$R_1 - T_2 \sin \Delta - R_2 \cos \Delta + (R_2 - R_1) \cos \Delta_1 = 0$$

در نتیجه:

$$T_2 = \frac{R_1 - R_2 \cos \Delta + (R_2 - R_1) \cos \Delta_1}{\sin \Delta} \quad (5-15)$$

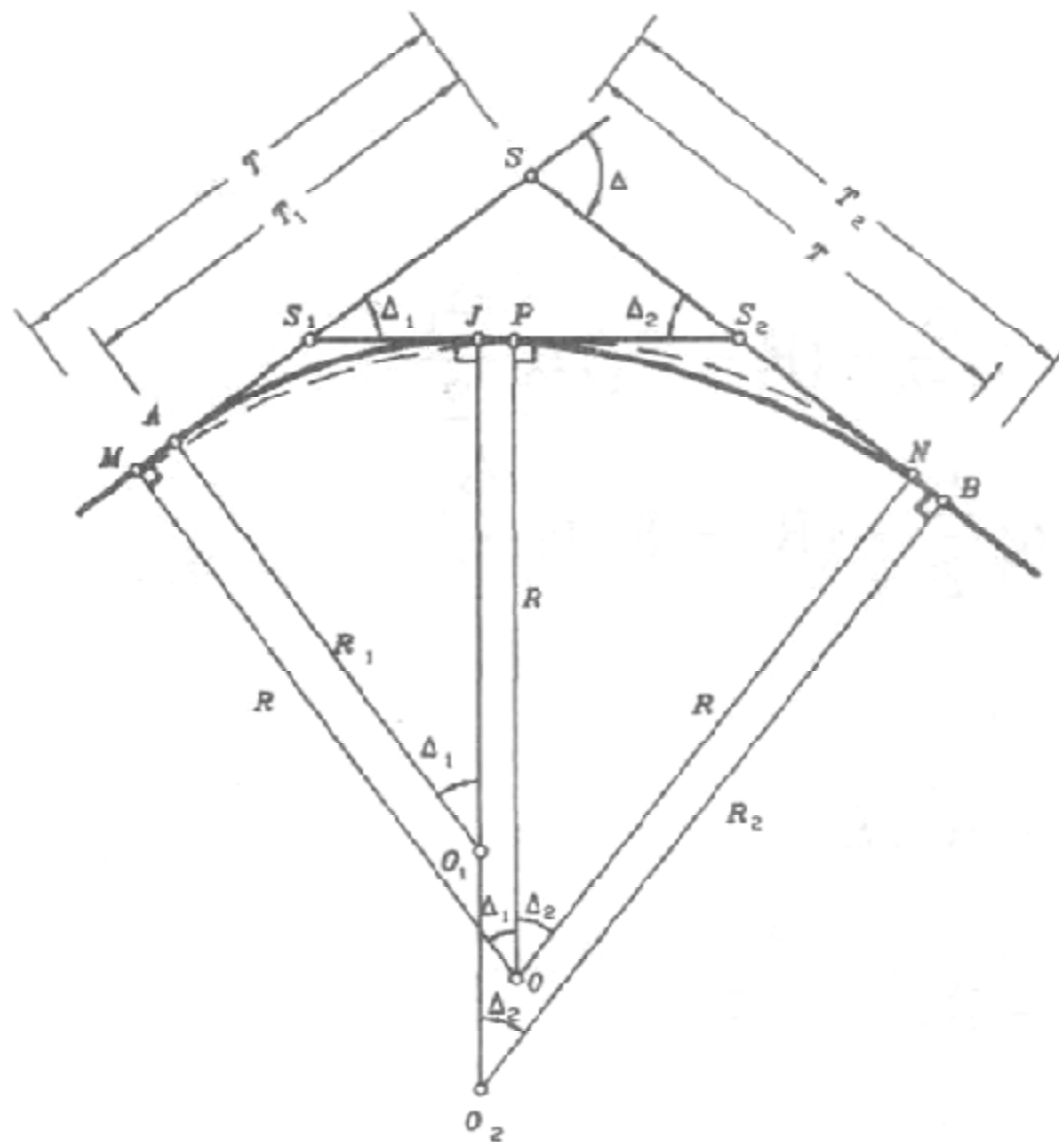
و یا:

$$T_2 = \frac{R_2 (1 - \cos \Delta) - (R_2 - R_1) (1 - \cos \Delta_1)}{\sin \Delta} \quad (5-16)$$

حل معادلات بدست آمده برای تعیین T_1 و T_2 هنگامیکه R_1 و R_2 مجهول باشد آسان نیست و در این حالت روش سوم تعیین T_1 و T_2 مناسب می‌باشد.

قوس های دایره ای مرکب - قوس مرکب دو مرکزی - تعیین مقادیر T_1 و T_2

روش سوم تعیین T_1 و T_2 (به روش قوس دایره معادل)



قوس های دایره ای مرکب - قوس مرکب دو مرکزی - تعیین مقادیر T_1 و T_2

مطابق شکل قوس دایره معادلی به شعاع R و به زاویه مرکزی Δ را به گونه ای که بر سه امتداد AS_1 ، S_1S_2 و S_2B در نقاط M ، P و N مماس و مرکز آن O باشد در نظر گرفته و روابط ریاضی زیر را به طور خیلی ساده نتیجه گیری می نمایم.

$$AM = JP = BN$$

$$AM = S_1M - S_1A = R \operatorname{tg} \frac{\Delta_1}{2} - R_1 \operatorname{tg} \frac{\Delta_1}{2} = (R - R_1) \operatorname{tg} \frac{\Delta_1}{2} \quad (5-17)$$

$$BN = S_2B - S_2N = R_2 \operatorname{tg} \frac{\Delta_2}{2} - R \operatorname{tg} \frac{\Delta_2}{2} = (R_2 - R) \operatorname{tg} \frac{\Delta_2}{2} \quad (5-18)$$

چون $MA = NB$ می باشد خواهیم داشت:

$$(R - R_1) \operatorname{tg} \frac{\Delta_1}{2} = (R_2 - R) \operatorname{tg} \frac{\Delta_2}{2}$$

در نتیجه شعاع قوس دایره معادل برابر است با:

$$R = \frac{R_1 \cdot \operatorname{tg} \frac{\Delta_1}{2} + R_2 \cdot \operatorname{tg} \frac{\Delta_2}{2}}{\operatorname{tg} \frac{\Delta_1}{2} + \operatorname{tg} \frac{\Delta_2}{2}} \quad (5-19)$$

قوس های دایره ای مرکب - قوس مرکب دو مرکزی - تعیین مقادیر T_1 و T_2

و طول مماس قوس معادل از قرار زیر می باشد.

$$T = SM = SN$$

$$T = R. \operatorname{tg} \frac{\Delta}{2}$$

(۵-۲۰)

بنابراین روابط T_1 و T_2 عبارتند از:

$$T_1 = T - AM = R. \operatorname{tg} \frac{\Delta}{2} - (R - R_1) \operatorname{tg} \frac{\Delta_1}{2}$$

$$T_2 = T + BN = R. \operatorname{tg} \frac{\Delta}{2} + (R_2 - R) \operatorname{tg} \frac{\Delta_2}{2}$$

و یا:

$$T_1 = R. \operatorname{tg} \frac{\Delta}{2} - (R - R_1) \operatorname{tg} \frac{\Delta_1}{2}$$

(۵-۲۱)

$$T_2 = R. \operatorname{tg} \frac{\Delta}{2} - (R - R_2) \operatorname{tg} \frac{\Delta_2}{2}$$

(۵-۲۲)

قوس های دایره ای مرکب - قوس مرکب دو مرکزی - تعیین مقادیر T_1 و T_2 - مثال

مطابق شکل ۵-۱ دو مسیر مستقیم به وسیله یک قوس دایره ای مرکب با مشخصات زیر به یکدیگر مرتبط شده است، تعیین کنید:

الف) طول مماس های T_1 و T_2 به سه روش ساده، جمع جبری تصاویر اضلاع و قوس دایره ای معادل.

ب) کیلومتر از نقطه شروع و انتها (B,A) و نقطه مشترک (J) در صورتیکه کیلومتر از رأس قوس از قرار 6742.17 متر باشد.

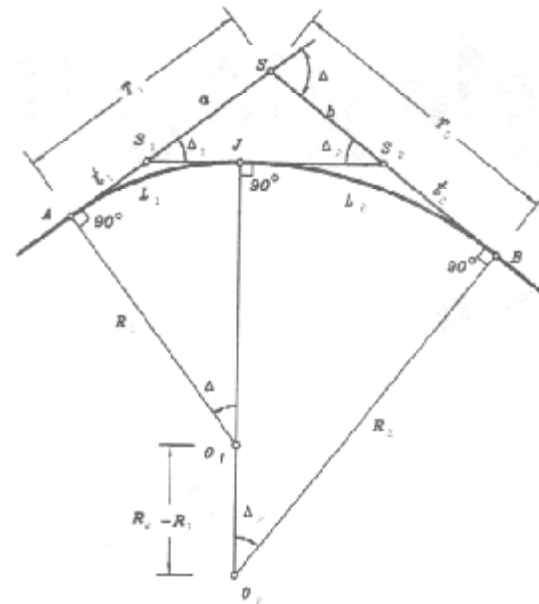
$$R_1 = 800_m$$

$$\Delta_1 = 30^\circ$$

$$R_2 = 1000_m$$

$$\Delta_2 = 45^\circ$$

$$KM_S = 6_{km} + 742.17_m$$



قوس های دایره ای مرکب - قوس مرکب دو مرکزی - تعیین مقادیر T_1 و T_2 - مثال

حل (الف)

ابتدا زاویه انحراف کل مسیر را محاسبه می کنیم.

$$\Delta = \Delta_1 + \Delta_2 = 30^\circ + 45^\circ = 75^\circ$$

۱- تعیین T_1 و T_2 به روش ساده:

جهت تعیین طول مماس های T_1 و T_2 به روش ساده از روابط ۵-۸ و ۵-۱۲ استفاده

می نمایم.

$$t_1 = R_1 \cdot \operatorname{tg} \frac{\Delta_1}{2} = 800 \operatorname{tg} \frac{30^\circ}{2} = 214.36_m$$

$$t_2 = R_2 \cdot \operatorname{tg} \frac{\Delta_2}{2} = 1000 \operatorname{tg} \frac{45^\circ}{2} = 414.21_m$$

$$C = t_1 + t_2 = 214.36 + 414.21 = 628.57_m$$

$$a = C \cdot \frac{\sin \Delta_2}{\sin \Delta} = 628.57 \times \frac{\sin 45^\circ}{\sin 75^\circ} = 460.15_m$$

$$b = C \cdot \frac{\sin \Delta_1}{\sin \Delta} = 628.57 \times \frac{\sin 30^\circ}{\sin 75^\circ} = 325.37_m$$

$$T_1 = a + t_1 = 460.15 + 214.36 = 674.51_m$$

$$T_2 = b + t_2 = 325.37 + 414.21 = 739.58_m$$

قوس های دایره ای مرکب - قوس مرکب دو مرکزی - تعیین مقادیر T_1 و T_2 - مثال

۲- تعیین T_1 و T_2 به روش جمع جبری تصاویر اضلاع:

در این حالت T_1 و T_2 را به کمک روابط ۵-۱۴ و ۵-۱۶ در متن کتاب تعیین می کنیم.

$$T_1 = \frac{800(1 - \cos 75^\circ) + (1000 - 800)(1 - \cos 45^\circ)}{\sin 75^\circ} = 674.51_m$$

$$T_2 = \frac{1000(1 - \cos 75^\circ) - (1000 - 800)(1 - \cos 30^\circ)}{\sin 75^\circ} = 739.59_m$$

۳- تعیین T_1 و T_2 به روش قوس دایره ای معادل:

در این روش مقادیر T_1 و T_2 ، به کمک روابط ۵-۱۹ و ۵-۲۲ قابل تعیین است.

$$R = \frac{R_1 \operatorname{tg} \frac{\Delta_1}{2} + R_2 \operatorname{tg} \frac{\Delta_2}{2}}{\operatorname{tg} \frac{\Delta_1}{2} + \operatorname{tg} \frac{\Delta_2}{2}} \quad (5-19 \text{ تکراری})$$

$$R = \frac{800 \operatorname{tg} \frac{30^\circ}{2} + 1000 \operatorname{tg} \frac{45^\circ}{2}}{\operatorname{tg} \frac{30^\circ}{2} + \operatorname{tg} \frac{45^\circ}{2}} = 921.44_m$$

قوس های دایره ای مرکب - قوس مرکب دو مرکزی - تعیین مقادیر T_1 و T_2 - مثال

$$T = R \cdot \operatorname{tg} \frac{\Delta}{2}$$

(۵-۲۰ تکراری)

$$= 921.44 \times \operatorname{tg} \frac{75^\circ}{2} = 707.05_m$$

$$T_1 = R \cdot \operatorname{tg} \frac{\Delta}{2} - (R - R_1) \operatorname{tg} \frac{\Delta_1}{2}$$

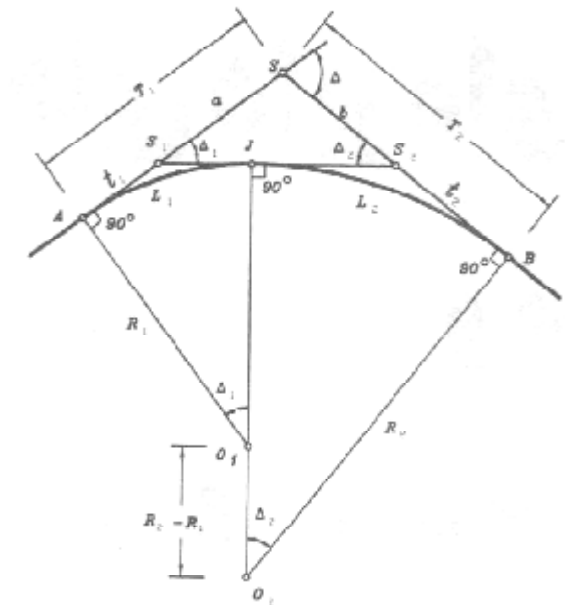
(۵-۲۱ تکراری)

$$= 921.44 \operatorname{tg} \frac{75^\circ}{2} - (921.44 - 800) \operatorname{tg} \frac{30^\circ}{2} = 674.51_m$$

$$T_2 = R \cdot \operatorname{tg} \frac{\Delta}{2} - (R - R_2) \operatorname{tg} \frac{\Delta_2}{2}$$

(۵-۲۲ تکراری)

$$= 921.44 \operatorname{tg} \frac{75^\circ}{2} - (921.44 - 1000) \operatorname{tg} \frac{45^\circ}{2} = 739.59_m$$



حل (ب)

کیلومتر از نقاط A، J و B به ترتیب زیر محاسبه می گردد.

$$KM_A = KM_s - T_1$$

$$KM_J = KM_A + L_1$$

$$KM_B = KM_J + L_2 = KM_A + L_1 + L_2$$

$$L_1 = R_1 \times \Delta_1^\circ \times \frac{\pi}{180} = 800 \times 30^\circ \times \frac{\pi}{180} = 418.88_m$$

$$L_2 = R_2 \times \Delta_2^\circ \times \frac{\pi}{180} = 1000 \times 45^\circ \times \frac{\pi}{180} = 785.40_m$$

در نتیجه:

$$KM_A = 6742.17 - 674.51 = 6067.66_m = 6_{km} + 067.66_m$$

$$KM_J = 6067.66 + 418.88 = 6486.54_m = 6_{km} + 486.54_m$$

$$KM_B = 6486.54 + 785.40 = 7271.94_m = 7_{km} + 271.94_m$$

حالات خاص در قوس مرکب دو مرکزی

۵-۱-۲-۱- در صورتیکه مقادیر T_1 ، T_2 ، Δ_1 و Δ_2 معلوم و R_1 و R_2 مجهول باشد مطابق شکل ۵-۳ می توان نوشت:

$$T_1 = T - AM \quad (5-23)$$

$$T_2 = T + BN \quad (5-24)$$

از جمع طرفین معادلات فوق داریم:

$$T_1 + T_2 = 2T - AM + BN$$

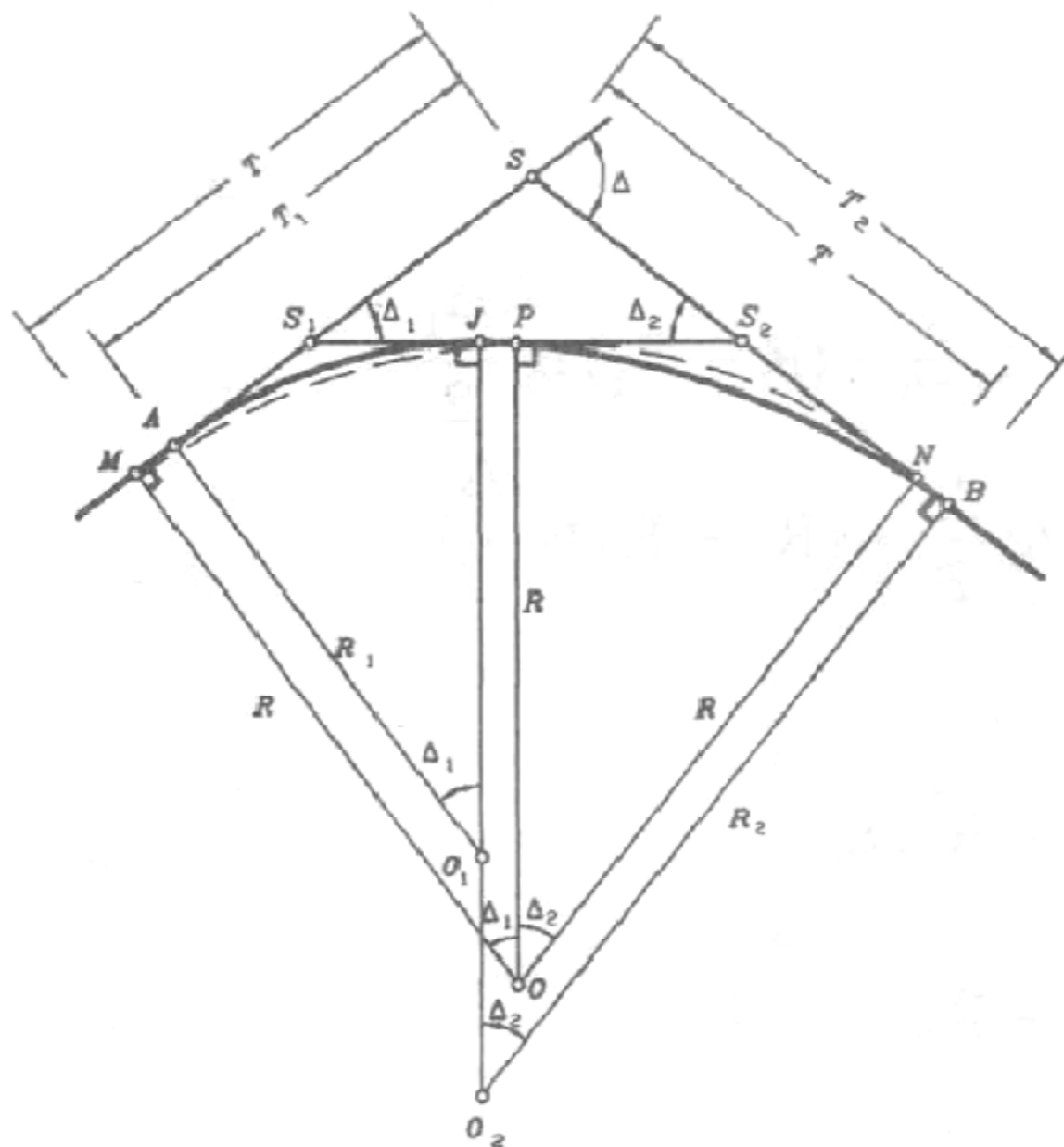
چون $AM = BN$ است در نتیجه:

$$T = \frac{T_1 + T_2}{2} \quad (5-25)$$

همچنین با استفاده از معادله ۵-۲۰ مقدار شعاع معادل R برابر است با:

$$R = \frac{T}{\operatorname{tg} \frac{\Delta}{2}} = \frac{T_1 + T_2}{2 \operatorname{tg} \frac{\Delta}{2}} \quad (5-26)$$

قوس های دایره ای مرکب - حالت های خاص در قوس مرکب دو مرکزی



قوس های دایره ای مرکب - حالت های خاص در قوس مرکب دو مرکزی

حال از تفریق طرفین معادلات ۵-۲۳ و ۵-۲۴ خواهیم داشت:

$$T_2 - T_1 = BN + AM$$

و چون $BN = AM$ است در نتیجه:

$$AM = BN = \frac{T_2 - T_1}{2} \quad (5-27)$$

با قرار دادن حاصل AM و BN از معادله ۵-۱۷ و ۵-۱۸ خواهیم داشت:

$$AM = \frac{T_2 - T_1}{2} = (R - R_1) \operatorname{tg} \frac{\Delta_1}{2} \quad (5-28)$$

$$BN = \frac{T_2 - T_1}{2} = (R_2 - R) \operatorname{tg} \frac{\Delta_2}{2} \quad (5-29)$$

با ساده کردن معادلات فوق R_1 و R_2 به شکل زیر به دست می آید.

$$R_1 = R - \frac{T_2 - T_1}{2 \operatorname{tg} \frac{\Delta_1}{2}} \quad (5-30)$$

$$R_2 = R + \frac{T_2 - T_1}{2 \operatorname{tg} \frac{\Delta_2}{2}} \quad (5-31)$$

و یا:

$$R_1 = R - \frac{T - T_1}{tg \frac{\Delta_1}{2}} \quad (5-32)$$

$$R_2 = R + \frac{T - T_1}{tg \frac{\Delta_2}{2}} \quad (5-33)$$

در صورتیکه بخواهیم با داشتن T_1, T_2, Δ_1 و Δ_2 مستقیماً مقدار R_1 و R_2 را بدست آوریم کافیهست مقدار R از معادله ۵-۲۶ را در معادلات ۵-۳۰ و ۵-۳۱ جایگزین کنیم.

$$R_1 = \frac{1}{2} \left(\frac{T_1 + T_2}{tg \frac{\Delta}{2}} + \frac{T_1 - T_2}{tg \frac{\Delta_1}{2}} \right) \quad (5-34)$$

$$R_2 = \frac{1}{2} \left(\frac{T_1 + T_2}{tg \frac{\Delta}{2}} - \frac{T_1 - T_2}{tg \frac{\Delta_2}{2}} \right) \quad (5-35)$$

۵-۱-۲-۲- در صورتیکه مقادیر T_1, T_2, Δ و یک شعاع معلوم و شعاع دیگر و همچنین زوایای مرکزی Δ_1 و Δ_2 مجهول باشد خواهیم داشت:

از معادله ۵-۲۵ مقدار T و از معادله ۵-۲۶ مقدار R تعیین می گردد، حال در صورتیکه شعاع معلوم R_1 باشد از معادله ۵-۳۲ مقدار Δ_1 و چنانچه شعاع معلوم R_2 باشد از معادله ۵-۳۳ مقدار Δ_2 بدست می آید.

بدیهی است با مشخص شدن یکی از زوایای مجهول Δ_1 یا Δ_2 ، زاویه دیگر از رابطه ۵-۱ یعنی $\Delta = \Delta_1 + \Delta_2$ به سهولت بدست می آید.

$$T = \frac{T_1 + T_2}{2} \quad (5-25)$$

$$R = \frac{T}{\operatorname{tg} \frac{\Delta}{2}} = \frac{T_1 + T_2}{2 \operatorname{tg} \frac{\Delta}{2}} \quad (5-26)$$

$$R_1 = R - \frac{T - T_1}{\operatorname{tg} \frac{\Delta_1}{2}} \quad (5-32)$$

$$R_2 = R + \frac{T - T_1}{\operatorname{tg} \frac{\Delta_2}{2}} \quad (5-33)$$

۵-۱-۲-۳- در صورتیکه R_1, R_2, Δ و T_1 معلوم و زوایای Δ_1 و Δ_2 مجهول باشند با ساده کردن معادله ۵-۱۴ بر حسب Δ_1 خواهیم داشت:

$$\cos \Delta_2 = 1 - \frac{T_1 \cdot \sin \Delta - R_1 (1 - \cos \Delta)}{R_2 - R_1} \quad (5-36)$$

$$\Delta_1 = \Delta - \Delta_2 \quad (5-37)$$

۵-۱-۲-۴- در صورتیکه R_1, R_2, Δ و T_2 معلوم و زوایای Δ_1 و Δ_2 مجهول باشند با ساده کردن معادله ۵-۱۶ بر حسب Δ_2 خواهیم داشت:

$$\cos \Delta_1 = 1 + \frac{T_2 \cdot \sin \Delta - R_2 (1 - \cos \Delta)}{R_2 - R_1} \quad (5-38)$$

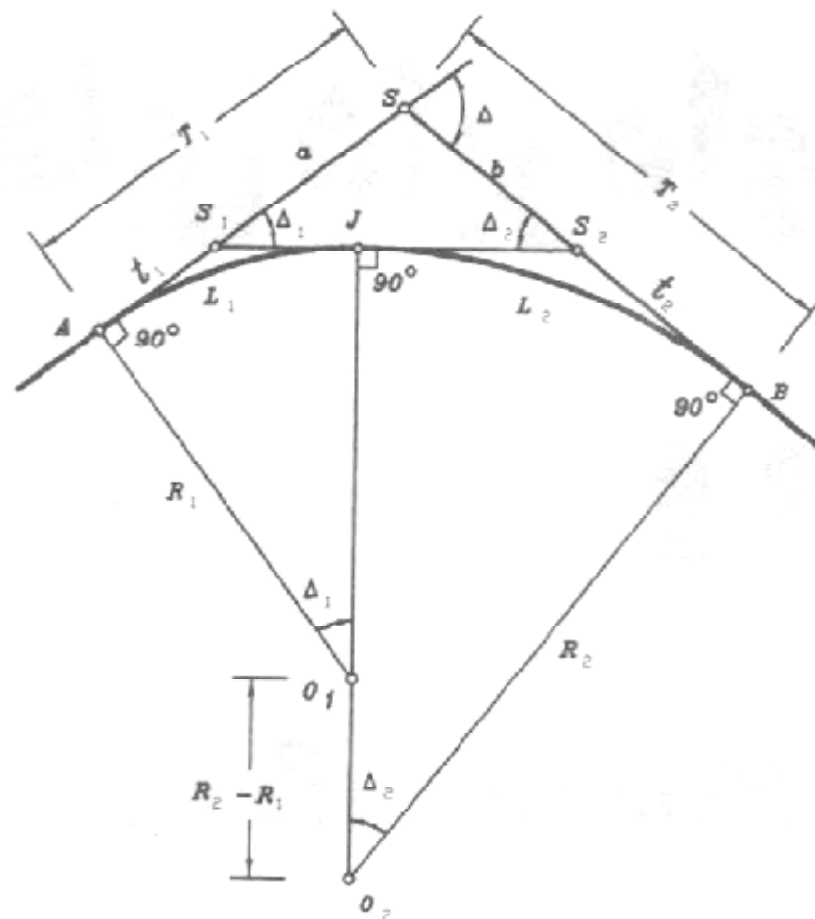
$$\Delta_2 = \Delta - \Delta_1 \quad (5-39)$$

قوس های دایره ای مرکب - حالت های خاص در قوس مرکب دو مرکزی - مثال

در یک قوس دایره ای مرکب مقادیر Δ ، Δ_1 و T_1 و T_2 به شرح زیر معلوم می باشد.

$$\Delta = 75^\circ \quad \Delta_1 = 30^\circ \quad T_1 = 674.51_m \quad T_2 = 739.58$$

مطلوب است تعیین شعاع قوس اول و دوم یعنی R_1 و R_2 .



قوس های دایره ای مرکب - حالت های خاص در قوس مرکب دو مرکزی - مثال

(حل)

همانگونه که در قسمت ۵-۱-۲-۱ مطرح شد، می توان از روابط ۵-۳۴ و ۵-۳۵ در صورتیکه T_1 ، T_2 ، Δ_1 و Δ_2 معلوم باشد، مستقیماً R_1 و R_2 را تعیین نمود. و یا می توان از روابط ۵-۲۵ و ۵-۲۶ ابتدا طول مماس و شعاع قوس دایره معادل را تعیین و سپس از روابط ۵-۳۰ و ۵-۳۱ یا ۵-۳۲ و ۵-۳۳ مقادیر R_1 و R_2 را بدست آورد (مشابه محاسبات زیر).

$$T = \frac{T_1 + T_2}{2} = \frac{674.51 + 739.58}{2} = 707.05_m$$

$$R = \frac{T}{\operatorname{tg} \frac{\Delta}{2}} = \frac{707.05}{\operatorname{tg} \frac{75^\circ}{2}} = 921.45_m$$

$$R_1 = R - \frac{T - T_1}{\operatorname{tg} \frac{\Delta_1}{2}} = 921.45 - \frac{707.05 - 674.51}{\operatorname{tg} \frac{30^\circ}{2}} = 800_m$$

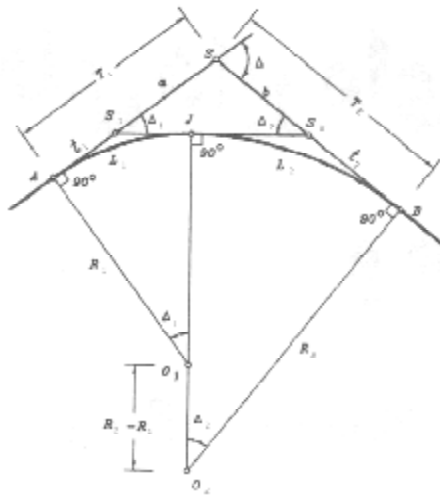
$$R_2 = R + \frac{T - T_1}{\operatorname{tg} \frac{\Delta_2}{2}} = 921.45 + \frac{707.05 - 674.51}{\operatorname{tg} \frac{45^\circ}{2}} = 1000_m$$

جهت پیاده کردن قوس مرکب که شامل دو قوس دایره با شعاعهای R_1 و R_2 می باشد، مطابق شکل ابتدا با جدا کردن فواصل T_1 و T_2 نسبت به رأس قوس، نقاط شروع و انتهای قوس مرکب یعنی A و B روی زمین پیاده می گردد و سپس جهت پیاده کردن نقاط واقع روی قوس از سه روش متداول می توان استفاده نمود

۱-۳-۱- روش اول (از نقاط A و B)

نقاط واقع بر قوس دایره اول یعنی کمان AJ را از نقطه A و قوس دایره دوم یعنی کمان JB را از نقطه B به سهولت می توان پیاده نمود.

لازم به یادآوری است که این روش کاملاً مطابق با روشهای پیاده کردن قوس دایره ساده می باشد که جلسه قبل روشهای مختلف آن اعم از قطبی، قائم الزاویه (کارتزین) و تقاطع و غیره ارائه شده است.



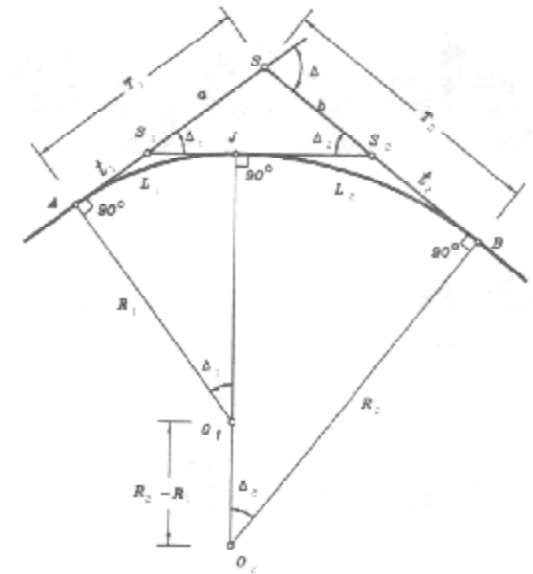
۵-۱-۳-۲- روش دوم (از نقطه J)

در این روش نقاط هر دو قوس دایره اول و دوم را از نقطه J می توان پیاده نمود، به این ترتیب که:

الف) ابتدا نقطه J را با استقرار تئودولیت در نقطه A و به کمک طول وتر قوس اول یعنی C_1 و زاویه انحراف مربوطه اش یعنی $\frac{\Delta_1}{2}$ به راحتی پیاده می نماییم. (به طور مشابه می توان با استقرار در نقطه B و وتر C_2 و زاویه انحراف $\frac{\Delta_2}{2}$ نقطه J را پیاده نمود).

$$C_1 = \overline{AJ} = 2R. \sin \frac{\Delta_1}{2} \quad (5-40)$$

$$C_2 = \overline{BJ} = 2R. \sin \frac{\Delta_2}{2} \quad (5-41)$$

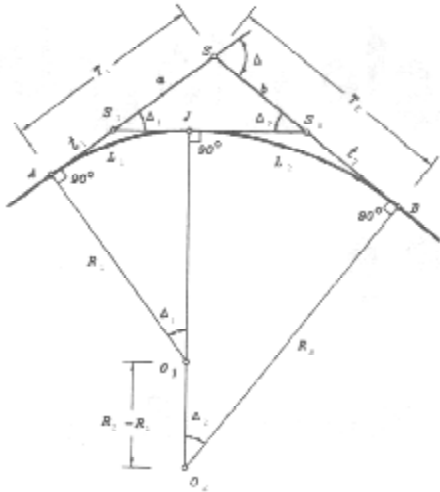


مطابق شکل ۵-۱ در صورتیکه نقاط رأس قوس اول یا دوم (S_1 یا S_2) روی زمین پیاده شده باشد، با استقرار تئودولیت در نقاط S_1 یا S_2 و صفر صفر به رأس قوس و بستن زوایای Δ_1 یا Δ_2 و مترکشی طول مماس قوس اول یا دوم یعنی t_1 یا t_2 نیز می توان نقطه J را روی زمین پیاده و میخ کوبی نمود.

$$t_1 = S_1A = S_1J = R_1 \cdot \operatorname{tg} \frac{\Delta_1}{2} \quad (5-4 \text{ تکراری})$$

$$t_2 = S_2B = S_2J = R_2 \cdot \operatorname{tg} \frac{\Delta_2}{2} \quad (5-5 \text{ تکراری})$$

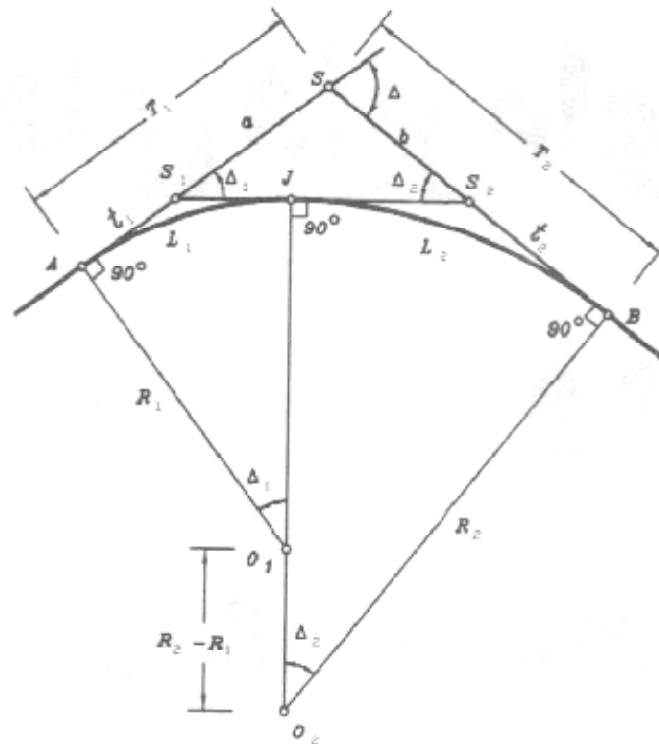
ب) بعد از پیاده شدن نقطه J روی زمین، تئودولیت را روی J مستقر و همانند روشهای متداول پیاده کردن قوس دایره ساده می توان نقاط قوس اول یا دوم را روی زمین پیاده نمود.



۳-۱-۳-۵. روش سوم (از نقطه A و J)

در این روش قوس اول را از نقطه A شروع به پیاده کردن نموده تا به نقطه J برسیم، سپس تئودولیت را در نقطه J مستقر و با بستن زاویه انحراف لازم در نقطه J خط مماس را بوجود آورده و قوس دوم را از J تا B پیاده می کنیم.

در واقع این روش تلفیقی از دو روش ۱-۳-۵ و ۲-۳-۵ می باشد.



قوس های دایره ای مرکب - حالت های خاص در قوس مرکب دو مرکزی - مثال

دو مسیر مستقیم به وسیله یک قوس دایره مرکب با مشخصات زیر به یکدیگر متصل شده است. در صورتیکه کیلومتراژ شروع قوس از قرار 4226.35 متر باشد مطلوب است:

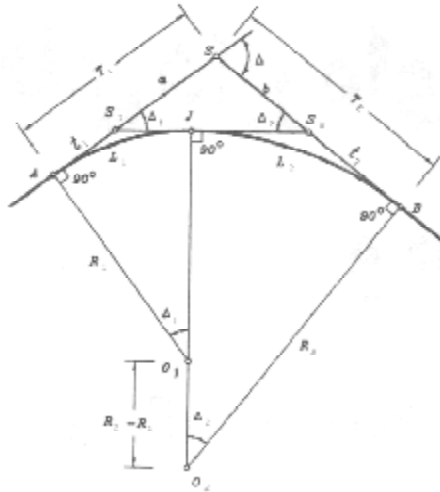
$$R_1 = 240_m \quad \Delta = 84^\circ, 32'$$

$$R_2 = 360_m \quad T_1 = 294_m$$

(الف) محاسبه زوایای مرکزی Δ_1 و Δ_2 .

(ب) تنظیم جدولی جهت پیاده کردن اولین قوس دایره به روش مختصات قطبی (وتر و زاویه انحراف) در صورتیکه حداکثر طول قوس کوتاه 30 متر و کیلومتراژ نقاط روی قوس مضرب صحیحی از عدد 10 در نظر گرفته شود.

(پ) شرح عملیات روی زمین در صورتیکه بخواهیم قوس را از نقطه مشترک دو قوس (J) پیاده کنیم.



حل (الف)

زاویه Δ_1 را با توجه به معادله ۵-۳۶ تعیین می کنیم.

$$\cos \Delta_2 = 1 - \frac{294 \sin (84^\circ, 32') - 240 (1 - \cos 84^\circ, 32')}{360 - 240} = 0.37061$$

$$\Delta_2 = \arccos (0.37061) = 68^\circ, 14', 48''$$

$$\Delta_1 = \Delta - \Delta_2 = 84^\circ, 32' - 68^\circ, 14', 48'' = 16^\circ, 17', 12''$$

حل (ب)

ابتدا کیلومتر از نقاط J و B را تعیین می کنیم.

$$KM_J = KM_A + L_1$$

$$L_1 = R_1 \times \Delta_1^\circ \times \frac{\pi}{180} = 240 \times (16^\circ, 17', 12'') \times \frac{\pi}{180} = 68.23_m$$

$$KM_J = 4226.35 + 68.23 = 4294.58_m = 4_{km} + 294.58_m$$

قوس های دایره ای مرکب - حالت های خاص در قوس مرکب دو مرکزی - مثال

$$KM_B = KM_J + L_2$$

$$L_2 = R_2 \times \Delta_2^\circ \times \frac{\pi}{180} = 360 \times (68^\circ, 14', 48'') \times \frac{\pi}{180} = 428.81_m$$

$$KM_B = 4294.58 + 428.81 = 4723.39_m = 4_{km} + 723.39_m$$

جهت تنظیم جدول پیاده کردن قوس اول (کمان AJ) اولین دهنه قوس را

$L_1 = 13.65_m$ اختیار می کنیم تا کیلومتر از نقاط روی قوس مضرب صحیحی از عدد 10 گردند در نتیجه:

$$L_1 = 13.65 + 30 + 24.58 = 68.23_m$$

نمونه محاسبات اولین نقطه روی قوس دایره اول:

$$L_1 = 13.65_m$$

$$KM_1 = KM_A + L_1 = 4226.35 + 13.65 = 4240_m = 4_{km} + 240.00_m$$

$$\delta_1 = \frac{L_1}{2R_1} \times \frac{180}{\pi} = \frac{13.65}{2 \times 240} \times \frac{180}{\pi} = 1^\circ, 37', 46''$$

قوس های دایره ای مرکب - حالت های خاص در قوس مرکب دو مرکزی - مثال

بنابراین جدول پیاده کردن قوس دایره اول به شکل زیر تکمیل می گردد.

جدول (۵۱)

نقاط	طول قوس کوتاه	زاویه انحراف جزء	زاویه انحراف کل δ_i	کیلومتر از نقاط
A	0 _m	00°, 00', 00"	00°, 00', 00"	4 _{km} + 226.35 _m
1	13.65	1°, 37', 46"	1°, 37', 46"	4 + 240.00
2	30	3°, 34', 52"	5°, 12', 38"	4 + 270.00
J	24.58	2°, 56', 2"	8°, 8', 40"	4 + 294.58

حل (پ)

جهت پیاده کردن قوس اول از نقطه J، مراحل کار به شکل زیر می باشد.

۱- دوربین تئودولیت را در نقطه J مستقر و به نقطه A صفر صفر می نمایم.

۲- زاویه δ_1 را به دوربین بسته تا امتداد نقطه 1 پیدا شود سپس از نقطه A طول $L_1 = 13.65_m$ را مترکشی و محل تقاطع امتداد مترکشی و امتداد قراول روی دوربین را روی زمین میخ کوبی می کنیم.

۳- آلیداد دوربین را حرکت داده تا زاویه $\delta_2 = 5^\circ, 12', 38''$ در لمب افقی دوربین مشاهده شود در این حالت امتداد قراول روی دوربین در راستای نقطه 2 می باشد. سپس از میخ شماره 1 فاصله $L = 30_m$ را مترکشی و محل تقاطع امتداد مترکشی و امتداد قراول روی دوربین را روی زمین به عنوان میخ شماره 2 میخ کوبی می نمایم. در این مرحله نقاط قوس در جدول ۱-۵ روی زمین پیاده شده است و بدیهی است در صورتیکه نقاط بیشتری در جدول وجود داشت مراحل کار عیناً مشابه مرحله ۳ تکرار می شود.

۴- جهت پیاده کردن کمان دایره دوم از نقطه J، ابتدا آلیداد دوربین را حرکت داده تا زاویه $\delta_J = 8^\circ, 8', 40''$ در لمب افقی مشاهده شود در این حالت امتداد قراول روی دوربین خط مماس در نقطه J را نشان می دهد زیرا:

$$\delta_J \cong \frac{\Delta_1}{2} = \frac{16^\circ, 17', 12''}{2} = 8^\circ, 8', 36''$$

۵- پیاده کردن نقاط واقع بر کمان دایره دوم مشابه روش کلی پیاده کردن قوس دایره، نسبت به خط مماس در نقطه J انجام می گیرد.

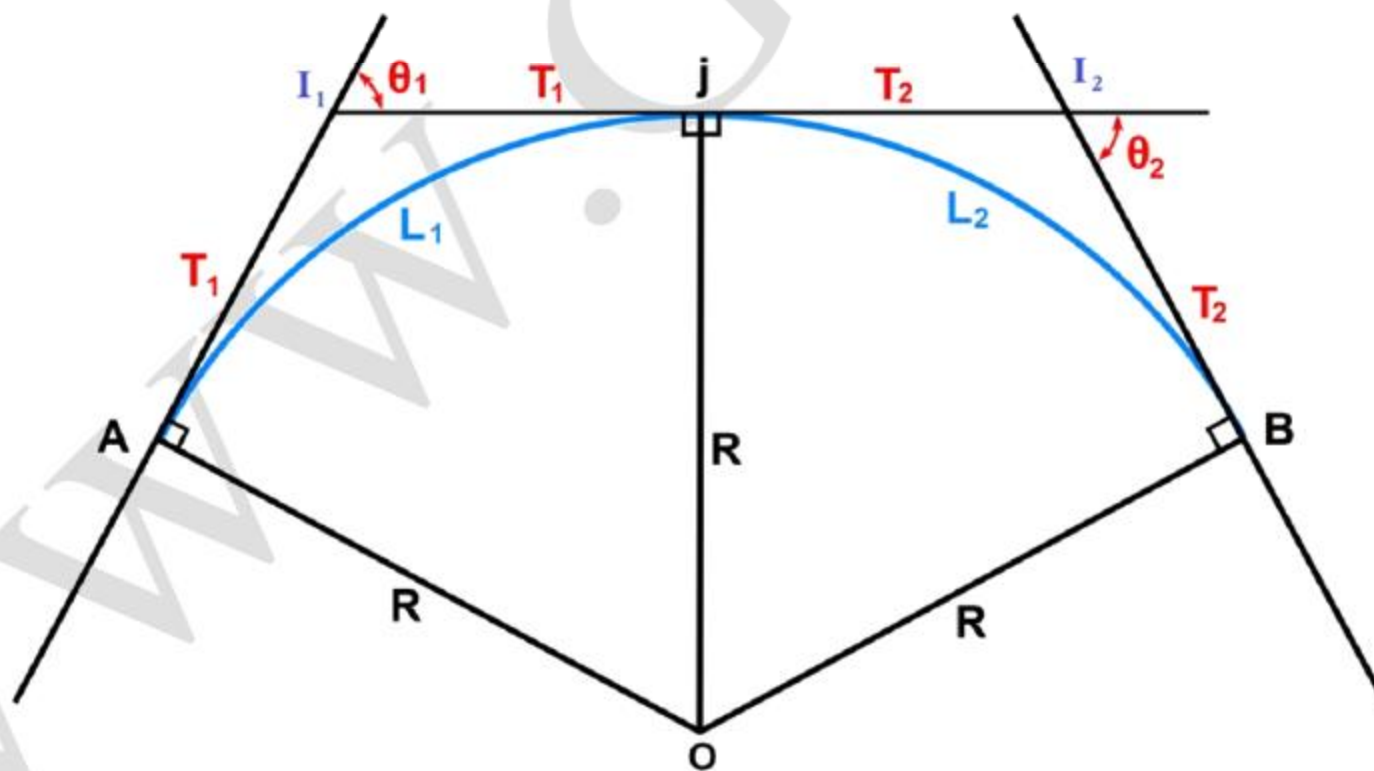
به عنوان یادآوری، برای پیاده کردن نقاط قوس دوم به روش مختصات قطبی، کافیهست زاویه انحراف محاسبه شده برای هر نقطه در جدول نسبت به خط مماس جدا و وتر مربوطه اش مترکشی گردد. بدیهی است چون لمب افقی دوربین در حالت مماس در نقطه J عدد $8^\circ, 8', 40''$ را نشان می دهد، بنابراین زوایای انحراف با عدد مذکور جمع می گردد.

قوس های دایره ای مرکب - قوس مرکب دو مرکزی - تعیین مقادیر T_1 و T_2

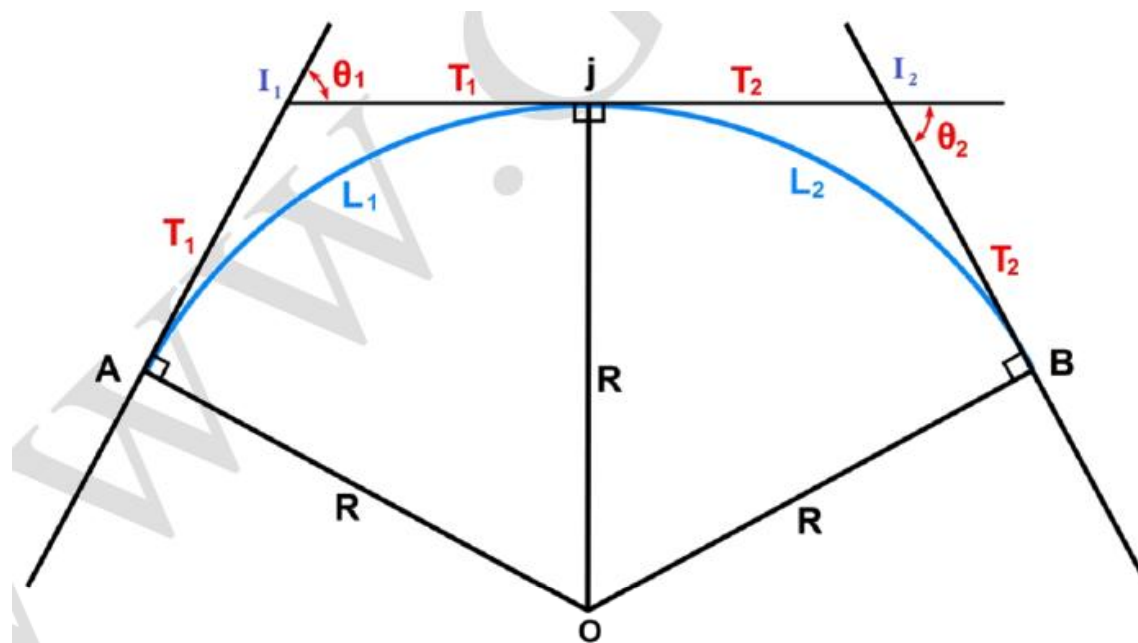
حالت خاص قوس دایره ای مرکب مستقیم:

می توان قوس دایره ای مرکب مستقیم را از دو قوس دایره ای ساده با شعاع یکسان طراحی نمود. که دارای نقطه مشترکی در محل اتصال دو تانژانت (j) می باشد. استفاده از این نوع قوس بیشتر در مناطقی که فاصله بین دو نقطه شکست کم باشد (فاصله I_1 تا I_2 کم باشد) و یا جهت دور زدن در دامنه کوه استفاده می شود.

معلومات این قوس مقادیر θ_1, θ_2 و فاصله I_1 تا I_2 می باشد حال برای محاسبه کلیه پارامترهای دو قوس و پیاده کردن آنها به مقدار R نیاز داریم.



قوس های دایره ای مرکب - قوس مرکب دو مرکزی - تعیین مقادیر T_1 و T_2

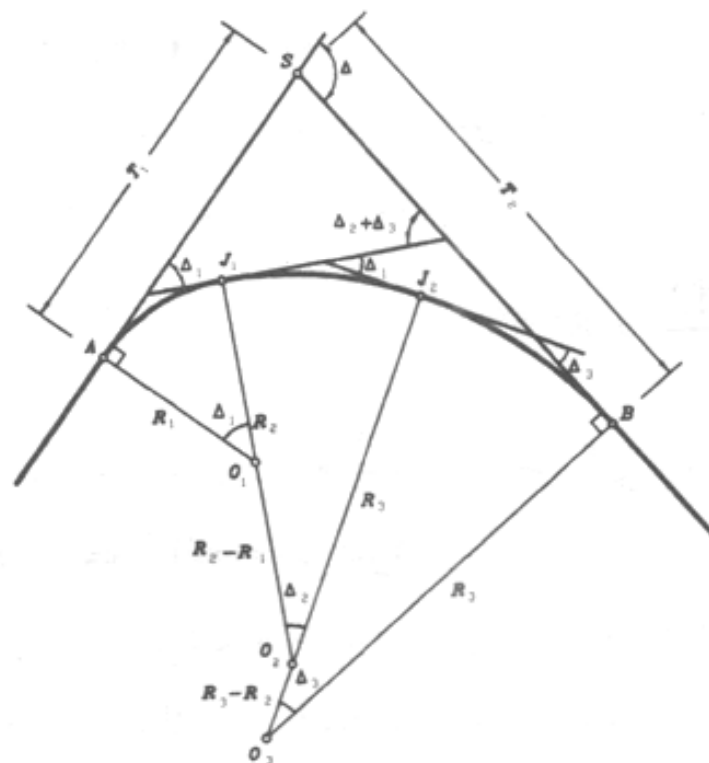


$$\begin{aligned}
 1) \quad T_1 &= R \times \tan\left(\frac{\theta_1}{2}\right) \\
 2) \quad T_2 &= R \times \tan\left(\frac{\theta_2}{2}\right)
 \end{aligned}
 \Rightarrow T_1 + T_2 = \overline{I_1 I_2} = R \times \tan\left(\frac{\theta_1}{2}\right) + R \times \tan\left(\frac{\theta_2}{2}\right) \Rightarrow R = \frac{\overline{I_1 I_2}}{\tan\left(\frac{\theta_1}{2}\right) + \tan\left(\frac{\theta_2}{2}\right)}$$

با محاسبه تمام پارامترهای دو قوس حال می توان به هر یک از روشهای توضیح داده شده قبل، این نوع قوس را پیاده نمود.

قوسهای مرکب سه مرکزی و بالاتر

در صورتیکه قوس مرکب از سه دایره متوالی به شعاعهای R_1 ، R_2 و R_3 مشابه شکل ۵-۴ تشکیل شده باشد، قوس مرکب سه مرکزی می نامند.



شکل (۵-۴)

در شکل ۵-۴ قوسهای دایره به ترتیب از کوچک به بزرگ دارای شعاعهای R_1 ، R_2 و R_3 و با مرکزهای O_1 ، O_2 و O_3 و زوایای مرکزی Δ_1 ، Δ_2 و Δ_3 می باشند. مطابق شکل به سهولت می توان اثبات نمود که:

$$\Delta = \Delta_1 + \Delta_2 + \Delta_3 \quad (5-42)$$

$$L_1 = R_1 \times \Delta_1 \quad (5-43)$$

$$L_2 = R_2 \times \Delta_2 \quad (5-44)$$

$$L_3 = R_3 \times \Delta_3 \quad (5-45)$$

$$L = \text{طول کل قوس} = L_1 + L_2 + L_3 \quad (5-46)$$

در صورتیکه مشابه آنچه که در قسمت ۵-۱-۱ برای تعیین طول مماسهای کوچک و بزرگ T_1 و T_2 ، به روش جمع جبری تصاویر اضلاع بیان شد عمل کنیم خواهیم داشت. الف) چنانچه اضلاع چند ضلعی $O_1 A S B O_3 O_2 O_1$ را روی ضلع $O_3 B$ (یعنی R_3) تصویر نمائیم مقدار T_1 بدست می آید.

$$T_1 = \frac{R_3 - R_1 \cos \Delta - (R_3 - R_2) \cos \Delta_3 - (R_2 - R_1) \cdot \cos (\Delta_2 + \Delta_3)}{\sin \Delta} \quad (5-47)$$

ب) در صورتیکه چند ضلعی $O_1ASBO_3O_2O_1$ را روی ضلع O_1A (یعنی R_1) تصویر نمائیم مقدار T_2 حاصل می گردد.

$$T_2 = \frac{R_1 - R_3 \cos \Delta + (R_2 - R_1) \cos \Delta_1 + (R_3 - R_2) \cdot \cos (\Delta_1 + \Delta_2)}{\sin \Delta} \quad (5-48)$$

برای قوسهای مرکب چهار مرکزی نیز می توان روابطی مشابه قوسهای مرکب سه مرکزی بدست آورد بطوریکه اگر پارامترهای R_4 و Δ_4 به حالت سه مرکزی اضافه شود قوس مرکب چهار مرکزی خواهیم داشت و می توان مقادیر طول مماس کوچک و بزرگ یعنی T_1 و T_2 را به روش جمع جبری تصاویر اضلاع تعیین نمود

قوس های دایره ای مرکب - قوس مرکب سه مرکزی و بالاتر - مثال

در یک قوس مرکب سه مرکزی مشابه شکل ۵-۴ مقادیر زیر معلوم است، طول مماس کوچک و بزرگ T_1 و T_2 را تعیین کنید.

$$\Delta = 95^\circ \quad R_1 = 200_m$$

$$\Delta_1 = 22^\circ \quad R_2 = 350_m$$

$$\Delta_2 = 31^\circ \quad R_3 = 550_m$$

(حل)

$$\Delta = \Delta_1 + \Delta_2 + \Delta_3$$

$$\Delta_3 = \Delta - (\Delta_1 + \Delta_2) = 95^\circ - (22^\circ + 31^\circ) = 42^\circ$$

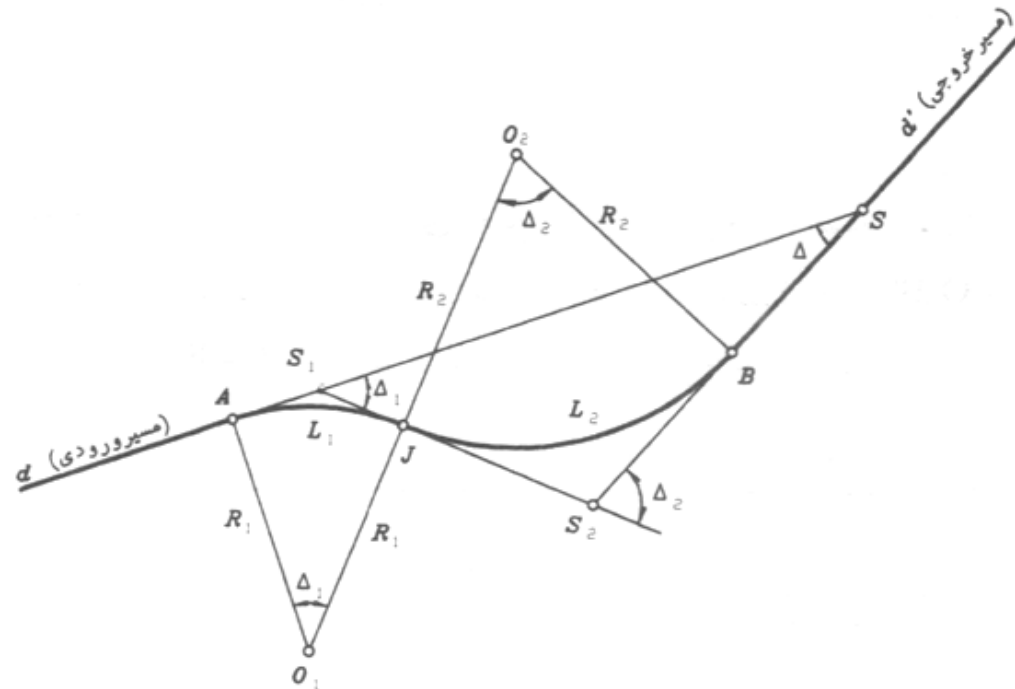
به کمک روابط ۵-۴۷ و ۵-۴۸ مقادیر T_1 و T_2 به شکل زیر تعیین می گردد.

$$T_1 = \frac{550 - 200 \cos 95^\circ - (550 - 350) \cos 42^\circ - (350 - 200) \cos (31^\circ + 42^\circ)}{\sin 95^\circ} = 376.38_m$$

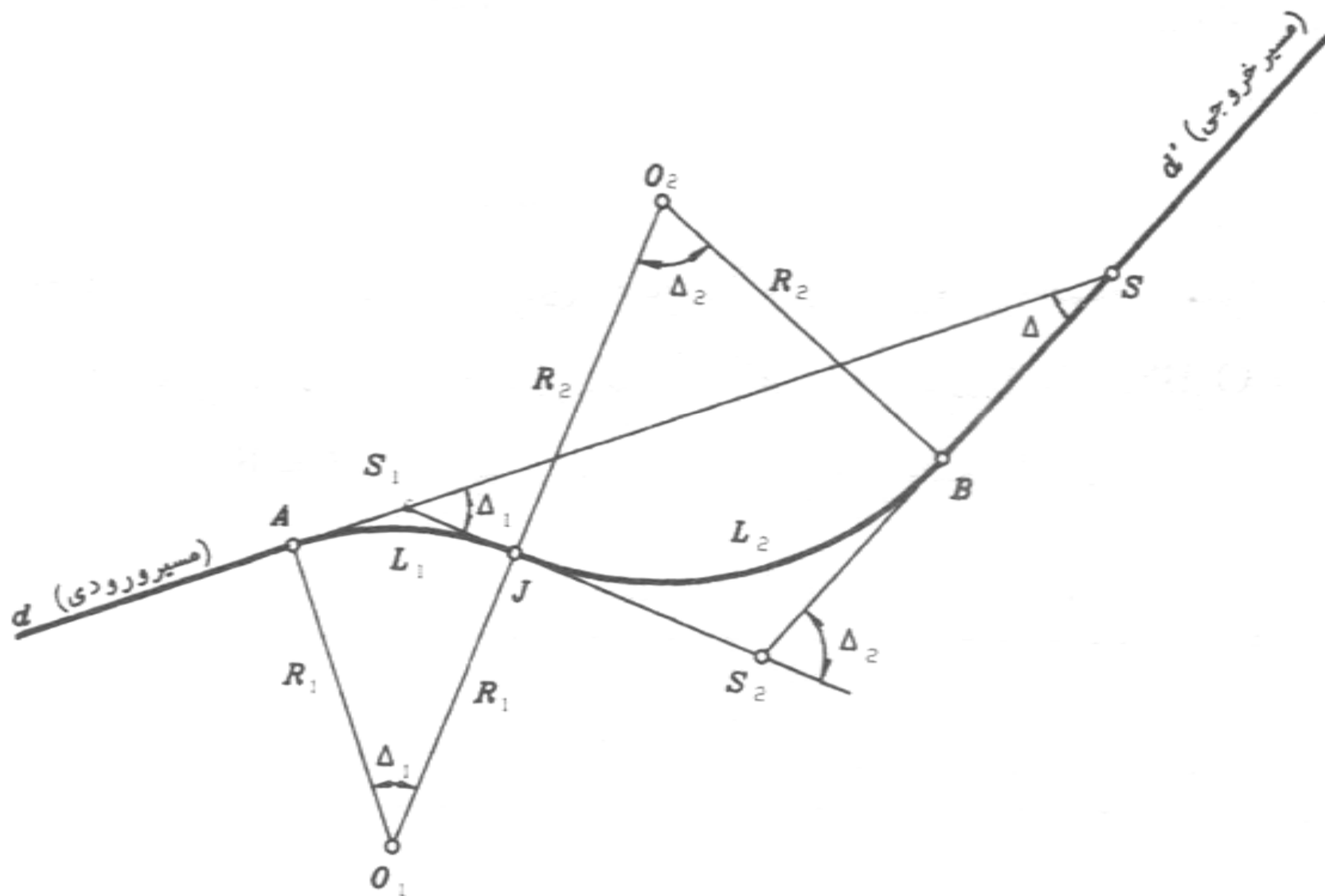
$$T_2 = \frac{200 - 550 \cos 95^\circ + (350 - 200) \cos 22^\circ + (550 - 350) \cos (22^\circ + 31^\circ)}{\sin 95^\circ} = 509.31_m$$

قوس های دایره ای معکوس

قوس دایره ای معکوس شامل دو قوس دایره ساده با شعاع های یکسان یا متفاوت که مراکز آنها در دو طرف مماس مشترک واقع شده است می باشد به عبارتی تحدّب و تقعر دو قوس ساده خلاف یکدیگر بوده و یکی راست گرد و دیگری چپ گرد است و در نقطه تماس دو قوس یعنی نقطه مشترک (نقطه J در شکل ۵-۵) به یکدیگر متصل شده اند در قوس دایره ای معکوس برای متصل کردن خط مستقیم d و d' لازم است که خط سوم $S_1 S_2$ را رسم کنیم و برای این منظور و با استفاده از روش آزمون و خطا از چندین خط متفاوت استفاده کرده تا محل مناسب J انتخاب شود.



قوس های دایره ای مرکب - قوس های دایره ای معکوس



استفاده از قوسهای معکوس در مسیرهایی که سرعت وسایل نقلیه زیاد است مانند بزرگراهها و آزادراهها مناسب نیست و حتی الامکان باید از استفاده چنین قوسهایی در طراحی فرم هندسی آزادراههای با سرعت بالا اجتناب نمود و به طور کلی از این قوس مانند قوسهای مرکب برای پرهیز از موانع استفاده می گردد.

یکی از عوامل نامناسب بودن این نوع قوس در طراحی مسیر، مسئله شیب عرضی (دور) در نقطه مشترک است و بعضاً برای رفع این اشکال از یک قسمت مستقیم بین دو

قوس دایره ساده استفاده می گردد، تا شرایط مناسب تری برای خروج از یک شیب عرضی و ورود به شیب عرضی دیگر بوجود آید و بدینوسیله تغییر ناگهانی بوجود آمده در نقطه مشترک در خصوص شیب عرضی تعدیل می گردد.

معمولاً از قوس دایره ای معکوس در مناطق کوهستانی و یا در مسیرهایی که سرعت وسایل نقلیه پایین است استفاده می شود.

قوس های دایره ای مرکب - قوس های دایره ای معکوس

در قوس افقی معکوس به دلیل تغییر جهت قوس، به منظور تأمین برابندی قطعه مستقیمی بین دو قوس تعبیه می شود تا تعدیلی بین خارج شدن از یک برابندی و داخل شدن به برابندی دیگر انجام شود. در صورت امکان، توصیه می شود طول این قطعه مستقیم، حداقل ۱۲۰ متر باشد. حداقل مطلق و مطلوب طول مستقیمی که باید در فاصله بین دو قوس افقی معکوس قرار داده شود، از روابط (۵-۵) و (۶-۵) بدست می آید.

$$L_1 = 0.09(l_1 + l_2) V \quad (5-5)$$

$$L_2 = 0.15(l_1 + l_2) V \quad (6-5)$$

که در آن:

L_1 = حداقل مطلق طول بخش مستقیم، متر

L_2 = حداقل مطلوب طول بخش مستقیم، متر

l_1 = برابندی قوس افقی اول، درصد

l_2 = برابندی قوس افقی دوم، درصد

V = سرعت طرح، کیلومتر در ساعت

اگر تأمین این طول ها مقدور نباشد، می توان تغییرات شیب عرضی ۴ درصد در طول ۲۰ متر را اعمال کرد. اگر از قوس های اتصال تدریجی (کلوتوئید) استفاده شود، ایجاد بخش مستقیم ضرورتی ندارد.

مطابق شکل ۵-۵ اجزای قوس دایره ای معکوس عبارتند از:

$$R_1, R_2, \Delta_1, \Delta_2, SA, SB, L_1, L_2$$

از ۸ جزء فوق چنانچه ۳ جزء معلوم باشد قوس را معین گفته و می توان ۵ جزء دیگر را تعیین نمود.

$$\Delta = \Delta_2 - \Delta_1 \quad (5-49)$$

$$L_1 = R_1 \cdot \Delta_1 \quad (5-50)$$

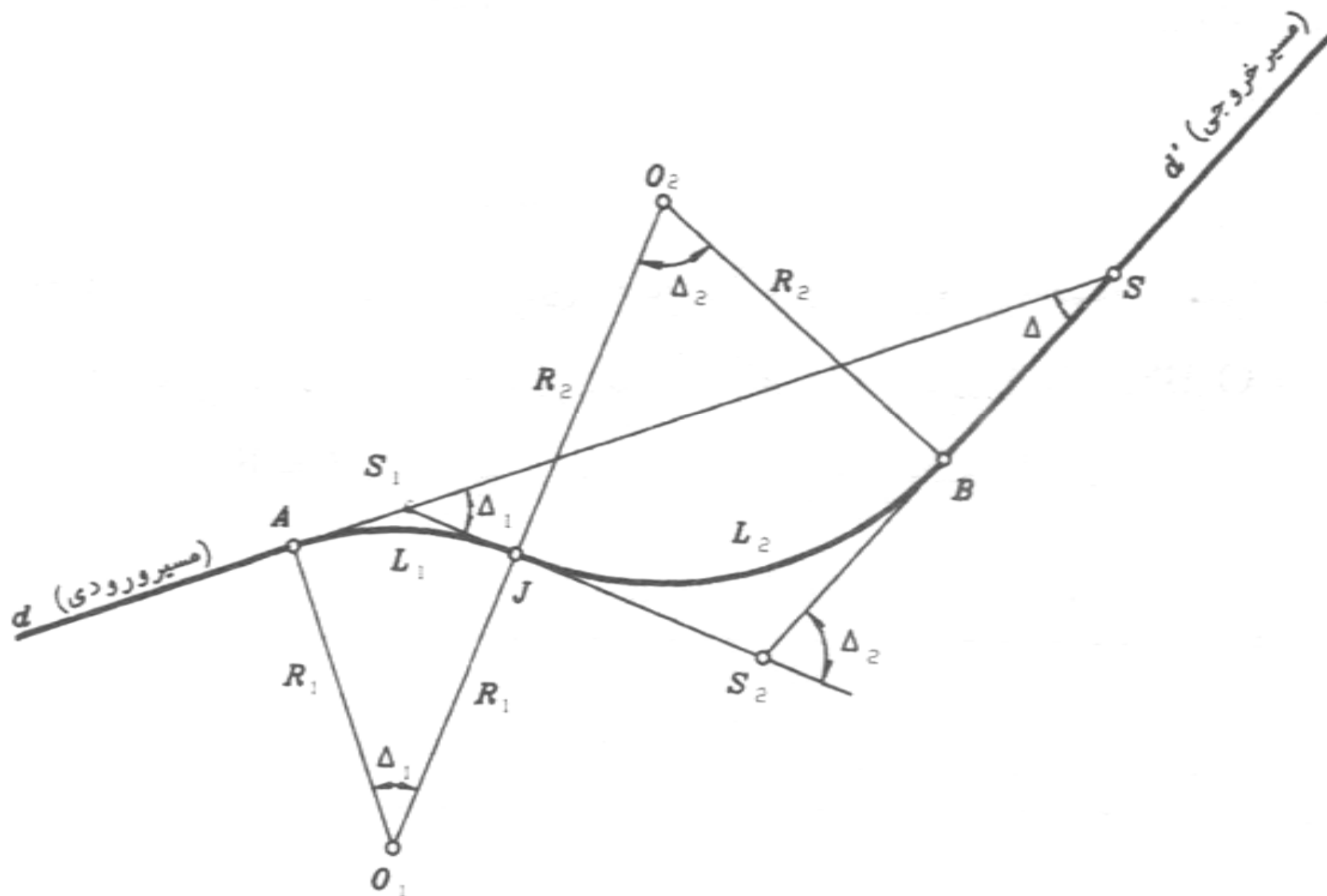
$$L_2 = R_2 \cdot \Delta_2 \quad (5-51)$$

مشابه آنچه که در قسمت ۵-۱-۱ برای تعیین T_1 و T_2 به روش جمع جبری تصاویر اضلاع بیان شد در صورتیکه جمع جبری تصاویر اضلاع پلیگون $O_1O_2BSAO_1$ را روی دو ضلع $O_1A = R_1$ و $O_2B = R_2$ برابر صفر قرار دهیم خواهیم داشت:

$$T_1 = SA = \frac{(R_1 + R_2)(1 - \cos \Delta_2) - R_1(1 - \cos \Delta)}{\sin \Delta} \quad (5-52)$$

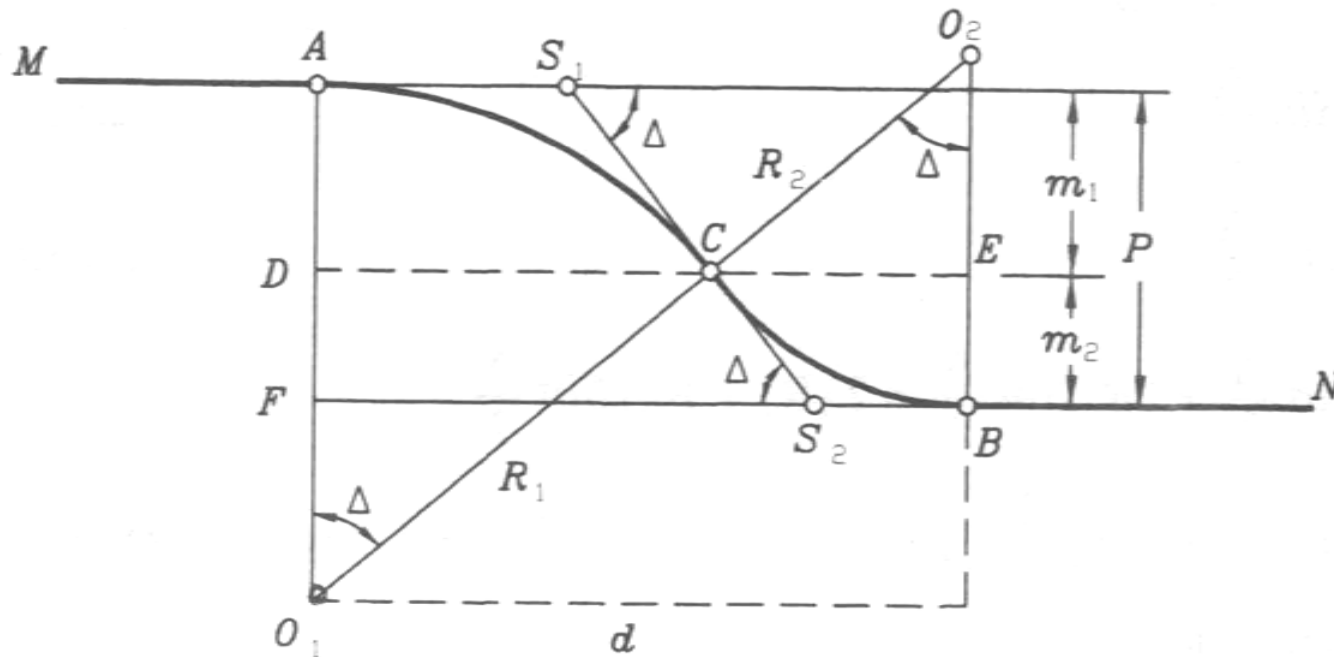
$$T_2 = SB = \frac{(R_1 + R_2)(1 - \cos \Delta_1) - R_2(1 - \cos \Delta)}{\sin \Delta} \quad (5-53)$$

قوس های دایره ای مرکب - قوس های دایره ای معکوس



۵-۲-۱. حالت خاص (قوس معکوس بین دو مماس موازی)

در شکل ۵-۶ یک قوس دایره ای معکوس که بین دو مماس موازی M و N قرار گرفته است مشاهده می شود. معمولاً از این قوس جهت انتقال خط راه آهن از یک ریل به ریل دیگر استفاده می گردد.



با توجه به شکل می توان نوشت:

$$d = DE = DC + CE$$

$$DC = R_1 \sin \Delta \quad (5-56)$$

$$CE = R_2 \sin \Delta \quad (5-57)$$

$$d = R_1 \sin \Delta + R_2 \sin \Delta = (R_1 + R_2) \sin \Delta \quad (5-58)$$

چنانچه P فاصله بین دو امتداد موازی M و N باشد، خواهیم داشت:

$$P = m_1 + m_2 = \text{فاصله بین دو امتداد موازی}$$

$$m_1 = R_1 - R_1 \cos \Delta = R_1 (1 - \cos \Delta) \quad (5-59)$$

$$m_2 = R_2 - R_2 \cos \Delta = R_2 (1 - \cos \Delta) \quad (5-60)$$

$$P = R_1 (1 - \cos \Delta) + R_2 (1 - \cos \Delta) = (R_1 + R_2) (1 - \cos \Delta) \quad (5-61)$$

قوس های دایره ای مرکب - قوس های دایره ای معکوس - حالت خاص

در صورتیکه T فاصله مماس مشترک S_1S_2 باشد، داریم:

$$T = S_1 S_2 = S_1 C + S_2 C$$

$$S_1 C = R_1 \operatorname{tg} \frac{\Delta}{2} \quad (5-62)$$

$$S_2 C = R_2 \operatorname{tg} \frac{\Delta}{2} \quad (5-63)$$

$$T = R_1 \operatorname{tg} \frac{\Delta}{2} + R_2 \operatorname{tg} \frac{\Delta}{2} = (R_1 + R_2) \operatorname{tg} \frac{\Delta}{2} \quad (5-64)$$

همچنین اگر C، طول وتر کل یعنی فاصله مستقیم AB باشد، خواهیم داشت:

$$C = AB = AC + CB$$

$$AC = 2R_1 \sin \frac{\Delta}{2} \quad (5-65)$$

$$BC = 2R_2 \sin \frac{\Delta}{2} \quad (5-66)$$

$$C = 2R_1 \sin \frac{\Delta}{2} + 2R_2 \sin \frac{\Delta}{2} = 2(R_1 + R_2) \sin \frac{\Delta}{2} \quad (5-67)$$

در رابطه ۵-۶۷ چنانچه به جای $\sin \frac{\Delta}{2}$ مساویش یعنی $\frac{P}{C}$ را قرار دهیم، داریم:

$$\sin \frac{\Delta}{2} = \frac{AF}{AB} = \frac{P}{C} \quad (5-68)$$

$$C = 2 (R_1 + R_2) \frac{P}{C} \longrightarrow C^2 = 2P (R_1 + R_2)$$

$$C = \sqrt{2P (R_1 + R_2)} \quad (5-69)$$

در شکل ۵-۶ چنانچه شعاع R_1 و R_2 مساوی باشد، روابط بدست آمده به شکل زیر خواهد گشت.

$$R_1 = R_2 = R$$

$$d = 2R \sin \Delta = C \cdot \cos \frac{\Delta}{2} \quad (5-70)$$

$$P = 2R (1 - \cos \Delta) \quad (5-71)$$

$$T = \overline{S_1 S_2} = 2R \operatorname{tg} \frac{\Delta}{2} \quad (5-72)$$

$$C = \overline{AB} = 4R \operatorname{Sin} \frac{\Delta}{2} \quad (5-73)$$

$$C = \overline{AB} = 2\sqrt{R.P} \quad (5-74)$$

وقتی شعاع هر دو قوس مساوی هستند، در صورتیکه فاصله دو امتداد موازی (P) و

همچنین شعاع (R) معلوم باشد به سهولت مقادیر Δ و d به شکل زیر بدست می آید.

$$R_1 = R_2 = R$$

$$1 - \operatorname{Cos} \Delta = \frac{P}{2R}$$

$$\operatorname{Cos} \Delta = \frac{2R - P}{2R} \quad (5-75)$$

$$d = C. \operatorname{Cos} \frac{\Delta}{2} = 2\sqrt{R.P} \operatorname{Cos} \frac{\Delta}{2}$$

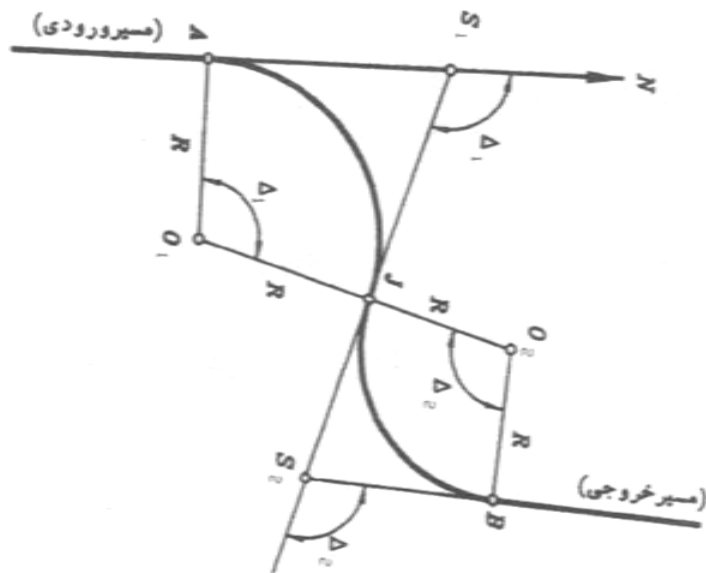
$$d = 2\sqrt{P \left(R - \frac{P}{4}\right)} \quad (5-76)$$

قوس های دایره ای مرکب - قوس های دایره ای معکوس - مثال

جهت انتقال از یک مسیر مستقیم به مسیر مستقیم دیگری مطابق شکل ۵-۷ از یک قوس دایره ای معکوس با شعاعهای مساوی استفاده نموده ایم با توجه به معلومات موجود در جدول ذیل مطلوب است:

الف) محاسبه شعاع مشترک دو قوس

ب) محاسبه طول تانژانتهای هر قوس (S_2J , S_1J)



شکل (۵-۷)

فاصله	ژیزمان	امتداد
-	00°	AS_1
650 _m	135°	S_1S_2
-	40°	S_2B

حل (الف)

$$\Delta_1 = G_{s_1 s_2} = 135^\circ$$

$$\Delta_2 = G_{s_1 s_2} - G_{s_2 B} = 135^\circ - 40^\circ = 95^\circ$$

از طرفی طول مماس مشترک $S_1 S_2$ برابر است با:

$$S_1 S_2 = S_1 J + JS_2 = R \cdot tg \frac{\Delta_1}{2} + R \cdot tg \frac{\Delta_2}{2} = R \left(tg \frac{\Delta_1}{2} + tg \frac{\Delta_2}{2} \right)$$

در نتیجه:

$$R = \frac{S_1 S_2}{tg \frac{\Delta_1}{2} + tg \frac{\Delta_2}{2}} = \frac{650}{tg \frac{135^\circ}{2} + tg \frac{95^\circ}{2}} = 185.42_m$$

حل (ب)

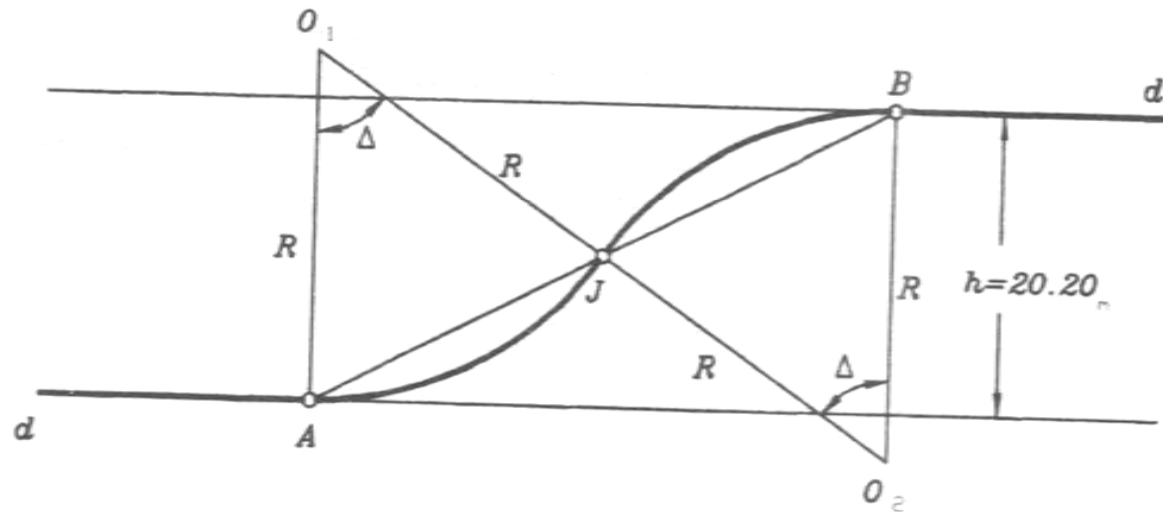
$$S_1 J = R \cdot tg \frac{\Delta_1}{2} = 185.42 \times tg \frac{135^\circ}{2} = 447.65_m$$

$$S_2 J = R \cdot tg \frac{\Delta_2}{2} = 185.42 \times tg \frac{95^\circ}{2} = 202.35_m$$

$$\overline{\Sigma} = 650.00_m = S_1 S_2$$

قوس های دایره ای مرکب - قوس های دایره ای معکوس - مثال

دو امتداد موازی مسیر راه آهنی که به فاصله 20.20 متر از یکدیگر قرار گرفته اند به وسیله یک قوس دایره ای معکوس به شعاع R به یکدیگر مرتبط شده اند در صورتیکه طول وتر کل AB برابر 90 متر باشد شعاع و طول مماس مشترک را تعیین کنید.



قوس های دایره ای مرکب - قوس های دایره ای معکوس - مثال

(حل)

$$C = \overline{AB} = 2\sqrt{R.P}$$

با توجه به معادله ۵-۷۴ می توان نوشت: (۵-۷۴)

$$R = \frac{AB^2}{4h} = \frac{90^2}{4 \times 20.20} = 100.25_m$$

و طول مماس مشترک با توجه به شکل ۵-۶ و این مهم که شعاعها مساوی هستند از معادله ۵-۷۲ به سهولت تعیین می گردد.

$$S_1 S_2 = 2R \cdot tg \frac{\Delta}{2} = 2 \times 100.25 \times tg \frac{\Delta}{2} = 200.5 tg \frac{\Delta}{2}$$

برای تعیین Δ می توان نوشت:

$$\sin \frac{\Delta}{2} = \frac{h}{AB}$$

$$\Delta = 2 \operatorname{Arc Sin} \frac{h}{AB} = 2 \operatorname{Arc Sin} \frac{20.20}{90} = 25.9404^\circ = 25^\circ, 56', 25''$$

بنابراین:

$$S_1 S_2 = 200.5 tg \frac{\Delta}{2} = 200.5 tg \frac{25^\circ, 56', 25''}{2} = 46.18_m$$

قوس های دایره ای مرکب - قوس های دایره ای معکوس - مثال

مطابق شکل ۵-۹ دو مسیر مستقیم d و d' که همدیگر را در نقطه S قطع کرده اند به وسیله یک قوس دایره ای معکوس به شعاع مشترک R در نقاط A و B متصل شده اند. با توجه به معلومات زیر مطلوب است:

$$\alpha = 45^\circ, 30'$$

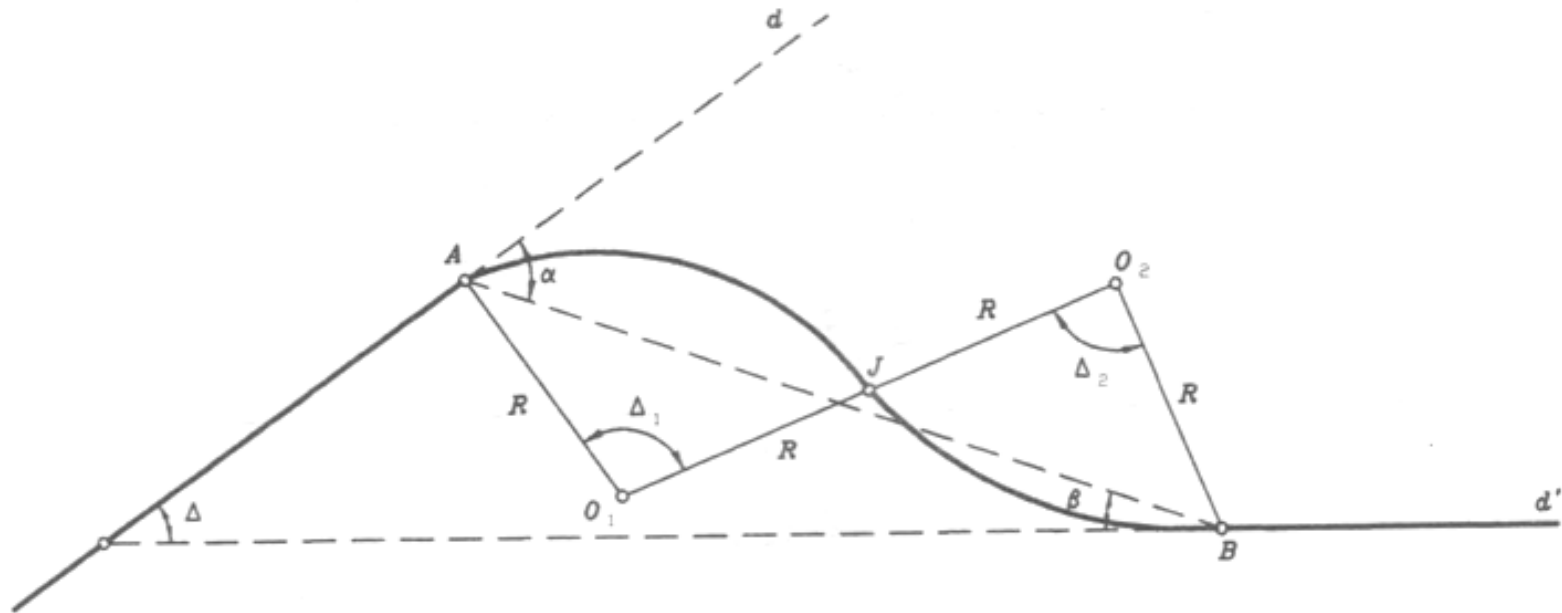
$$\beta = 25^\circ, 30'$$

$$AB = 800_m$$

الف) محاسبه شعاع (R)

ب) محاسبه زوایای مرکزی دو قوس $(\Delta_1$ و $\Delta_2)$

پ) محاسبه زاویه انحراف کل (Δ)



قوس های دایره ای مرکب - قوس های دایره ای معکوس - مثال

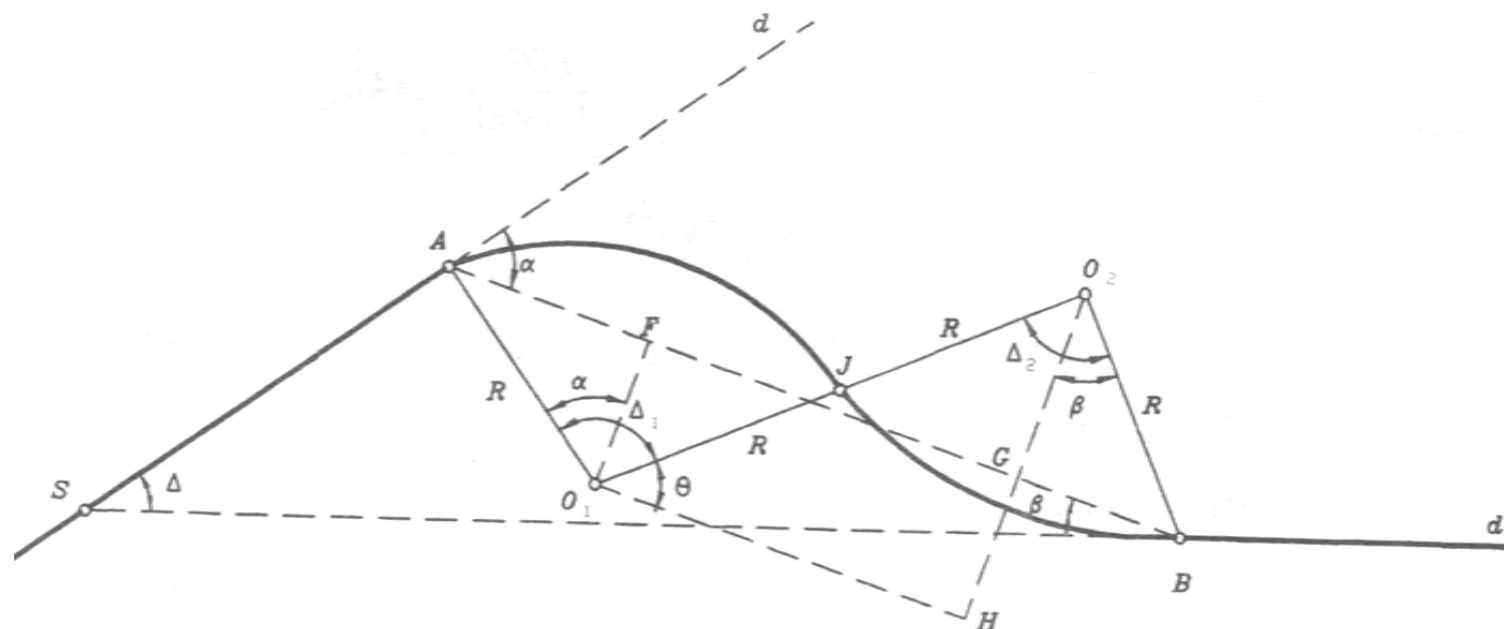
حِل (الف)

در صورتی که از نقطه O_1 و O_2 دو عمود O_1F و O_2G را بر امتداد AB رسم کنیم و همچنین از نقطه O_1 موازی AB رسم و O_2G را نیز امتداد دهیم تا خط موازی AB را در نقطه H قطع کند شکل ۵-۱۰ را خواهیم داشت.
مطابق شکل ۵-۱۰ می توان نوشت:

$$O_1F = R \cdot \cos \alpha = GH$$

$$O_2G = R \cdot \cos \beta$$

$$O_1O_2 = 2R$$



$$\sin \theta = \frac{O_2 H}{O_1 O_2} = \frac{O_2 G + GH}{O_1 O_2} = \frac{R \cdot \cos \alpha + R \cdot \cos \beta}{2R}$$

$$\theta = \text{Arc Sin} \left(\frac{\cos \alpha + \cos \beta}{2} \right) \quad (5-77)$$

$$AF = R \cdot \sin \alpha$$

$$FG = O_1 H = 2R \cos \theta$$

$$GB = R \sin \beta$$

$$AB = AF + FG + GB$$

$$AB = R \cdot \sin \alpha + 2R \cdot \cos \theta + R \cdot \sin \beta$$

$$AB = R (\sin \alpha + \sin \beta + 2 \cos \theta) \quad (5-78)$$

$$R = \frac{AB}{\sin \alpha + \sin \beta + 2 \cos \theta} \quad (5-79)$$

در نتیجه:

$$\theta = \text{Arc Sin} \left(\frac{\cos 45^\circ, 30' + \cos 25^\circ, 30'}{2} \right) = 53^\circ, 18'$$

$$R = \frac{800}{\sin 45^\circ, 30' + \sin 25^\circ, 30' + 2 \cos 53^\circ, 18'} = \frac{800}{2.3390} = 342_m$$

حل (ب)

مطابق شکل ۵-۱۰ برای Δ_1 و Δ_2 داریم:

$$\Delta_1 = \alpha + (90^\circ - \theta)$$

$$\Delta_2 = \beta + (90^\circ - \theta)$$

بنابراین:

$$\Delta_1 = 45^\circ, 30' + (90^\circ - 53^\circ, 18') = 82^\circ, 12'$$

$$\Delta_2 = 25^\circ, 30' + (90^\circ - 53^\circ, 18') = 62^\circ, 12'$$

حل (پ)

$$\Delta = \Delta_1 - \Delta_2 = 82^\circ, 12' - 62^\circ, 12' = 20^\circ$$

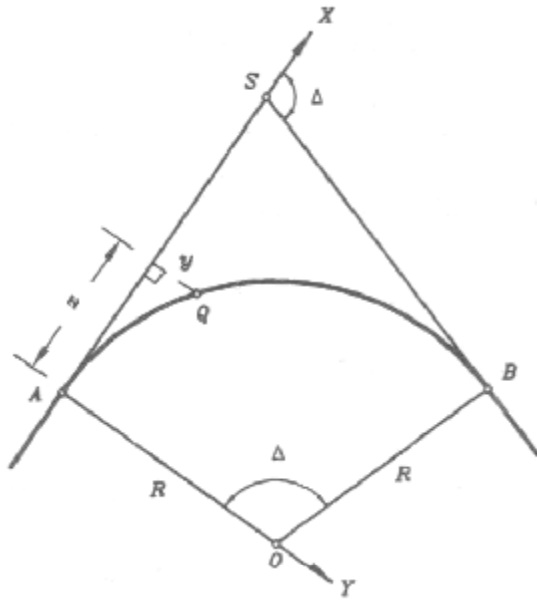
همانطور که در شکل ملاحظه می شود مقدار Δ را می توان مستقیماً به کمک زوایای α و β تعیین نمود و نیازی به محاسبه Δ_1 و Δ_2 برای تعیین Δ نبوده است.

$$\Delta = \alpha - \beta = 45^\circ, 30' - 25^\circ, 30' = 20^\circ$$

۱-۳- قوس دایره راست گردی به زاویه مرکزی $20', 39^\circ$ و به شعاع 300 متر، دو مسیر مستقیم را به یکدیگر ارتباط داده است مطلوب است تعیین زوایای انحراف جهت پیاده کردن نقاط روی قوس به فاصله 50 متر از یکدیگر به طوریکه تئودولیت در شروع قوس مستقر و زاویه افقی آن به راس قوس صفر صفر گردد.

۲-۳- در صورتیکه برای یک قوس دایره راست گرد $R = 200_m$ و $\Delta = 50^g$ و کیلومتراژ راس قوس $300.12_m + 42_{km}$ باشد مطلوب است تنظیم جدولی جهت پیاده کردن قوس به روش مختصات قطبی (وتر و زاویه انحراف) به طوریکه حداکثر طول قوسهای کوتاه 30 متر و کیلومتراژ نقاط روی قوس مضرب صحیحی از عدد 30 گردد. (با فرض استقرار تئودولیت در انتهای قوس و صفر صفر زاویه افقی به راس قوس)

تمرینات مربوط به قوسهای دایره ای ساده - مرکب مستقیم و معکوس



۳-۱۴- مطابق شکل ۳-۵۱ مختصات نقطه Q روی قوس از قرار $X = 101.12_m$ و $Y = 27.44_m$ و همچنین شعاع قوس از قرار $R = 200_m$ در دست می باشد مطلوب است تعیین کیلومتراژ نقطه Q در صورتیکه کیلومتراژ شروع قوس از قرار $9_{km} + 553.99_m$ باشد.

شکل (۳-۵۱)

۳-۱۶- می خواهیم یک قوس دایره چپ گرد به شعاع 300 متر به زاویه مرکزی 70.178 گراد را به روش تقاطع روی زمین پیاده کنیم در صورتیکه تئودولیت مستقر در شروع و انتهای قوس، به راس قوس صفر صفر نمایند مطلوب است تعیین جدول پیاده کردن قوس برای حداکثر طول قوسهای کوتاه 50 متر در صورتیکه کیلومتراژ انتهای قوس 7135.86 متر باشد.

۵-۱- در یک قوس دایره‌ای مرکب $\Delta_1 = 40^\circ, 30'$ و $\Delta_2 = 36^\circ, 24'$ و $R_1 = 600_m$ و $R_2 = 800_m$ و کیلومتر از رأس قوس 8326.71 متر است، مطلوب است:

- الف) محاسبه طول قوس و طول مماس کمان اول و دوم (L_1, t_1, L_2, t_2)
 ب) محاسبه طول مماس کل ورودی و خروجی (T_2, T_1)
 پ) محاسبه کیلومتر از نقطه شروع قوس، نقطه مشترک و نقطه پایان قوس.

۵-۲- در یک قوس دایره‌ای مرکب داریم
 $\Delta = 75^\circ$ $\Delta_1 = 30^\circ$ $T_1 = 675_m$ $T_2 = 740_m$
 مطلوب است محاسبه شعاع R_1 و R_2 .

۵-۳- در صورتیکه در یک قوس مرکب $T_1 = 350_m$ و $T_2 = 400_m$ و $\Delta = 100^\circ$ و $\Delta_1 = 30^\circ$ باشد شعاعهای دو قوس یعنی R_1 و R_2 را تعیین کنید

۵-۴- دو مسیر مستقیم به وسیله یک قوس دایره‌ای مرکب به زاویه تقاطع $\Delta = 62^\circ$ و با طول مماسهای $T_1 = 233.25_m$ و $T_2 = 283.94_m$ به یکدیگر مرتبط شده است، در صورتیکه شعاع قوس اول $R_1 = 300_m$ باشد مطلوب است:

- الف) محاسبه زاویه مرکزی قوس اول و دوم (Δ_2, Δ_1)
 ب) محاسبه شعاع قوس دوم (R_2)

۵-۵- در یک قوس مرکب چنانچه $R_1 = 300_m$ و $R_2 = 450_m$ و طول مماس ورودی $T_1 = 267.77_m$ و زاویه انحراف کل $\Delta = 79^\circ$ باشد زوایای مرکزی کمان اول و دوم (Δ_1, Δ_2) و طول مماس خروجی (T_2) را بدست آورید.

۵-۶- در یک قوس دایره ای مرکب مقادیر زیر در دست است، طول مماس های کوتاه و بلند T_1 و T_2 را به روش قوس دایره معادل تعیین کنید.

$$\Delta_1 = 22^\circ \quad \Delta_2 = 40^\circ \quad R_1 = 300_m \quad R_2 = 500_m$$

۵-۷- در یک قوس مرکب سه مرکزی مقادیر زیر معلوم می باشد مطلوب است محاسبه طول مماس کوتاه و بلند T_1 و T_2 .

$$\Delta = 85.30^g \quad R_1 = 150_m$$

$$\Delta_1 = 12.84^g \quad R_2 = 380_m$$

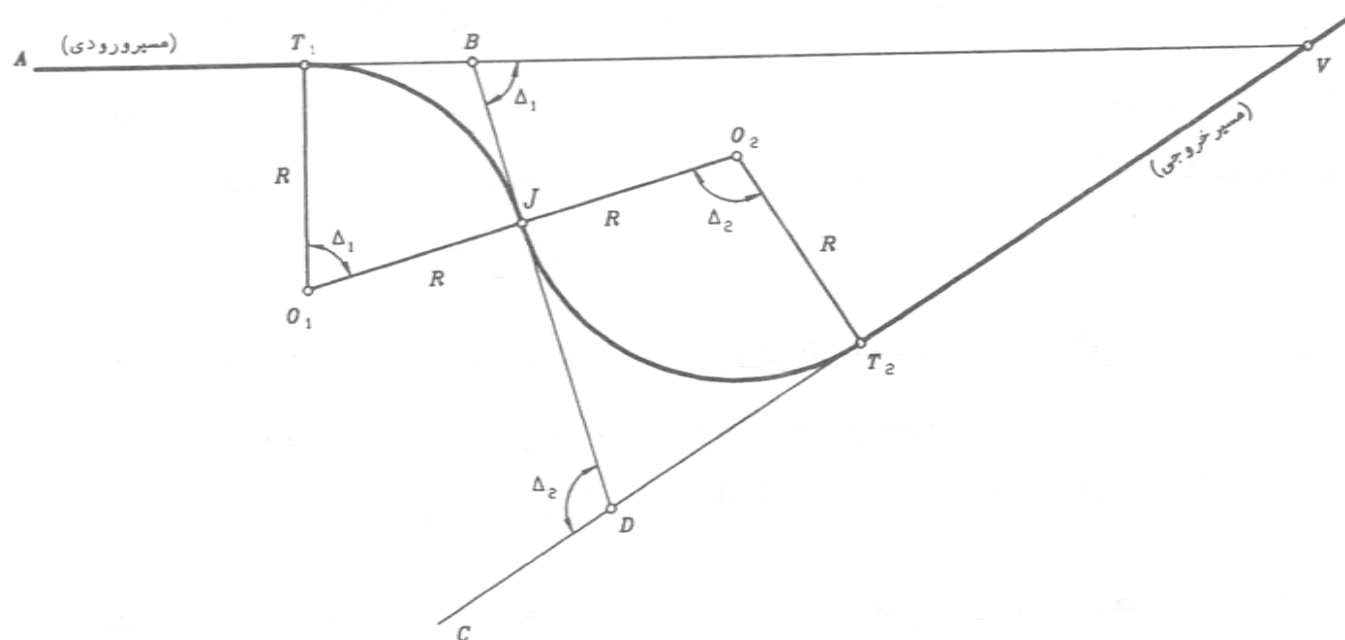
$$\Delta_2 = 30.67^g \quad R_3 = 600_m$$

۵-۸- دو امتداد مستقیم MN و PQ از یک مسیر راه آهن به وسیله یک جفت قوس دایره ای معکوس به یکدیگر مرتبط شده است در صورتیکه شعاع قوسها مساوی و اطلاعات زیر در دست باشد شعاع قوس معکوس و طول مماس هر یک از دو قوس را تعیین کنید.

فاصله	ژیزمان	امتداد
--	40°	MN
340_m	190°	NP
--	85°	PQ

۵-۹- دو امتداد موازی d و d' از یک مسیر راه آهن به فاصله 30 متر، به وسیله یک قوس دایره ای معکوس AB به هم متصل شده است در صورتیکه وتر کل قوس $AB = 100_m$ و شعاع قوسها مساوی باشند مطلوب است محاسبه طول مماس مشترک و شعاع قوس.

۵-۱۰- مطابق شکل ۵-۱۱ دو مسیر مستقیم AB و CD که یکدیگر را در نقطه V قطع



کرده‌اند به وسیله یک قوس دایره‌ای معکوس به شعاع R به یکدیگر متصل شده‌اند. در صورتیکه طول مماس مشترک 200 متر و زاویه مرکزی کمان اول و دوم $29^\circ, 30'$ و Δ_1 و $\Delta_2 = 43^\circ, 42'$ و کیلومتر از نقطه B از قرار 3104.20 متر باشد مطلوب است:

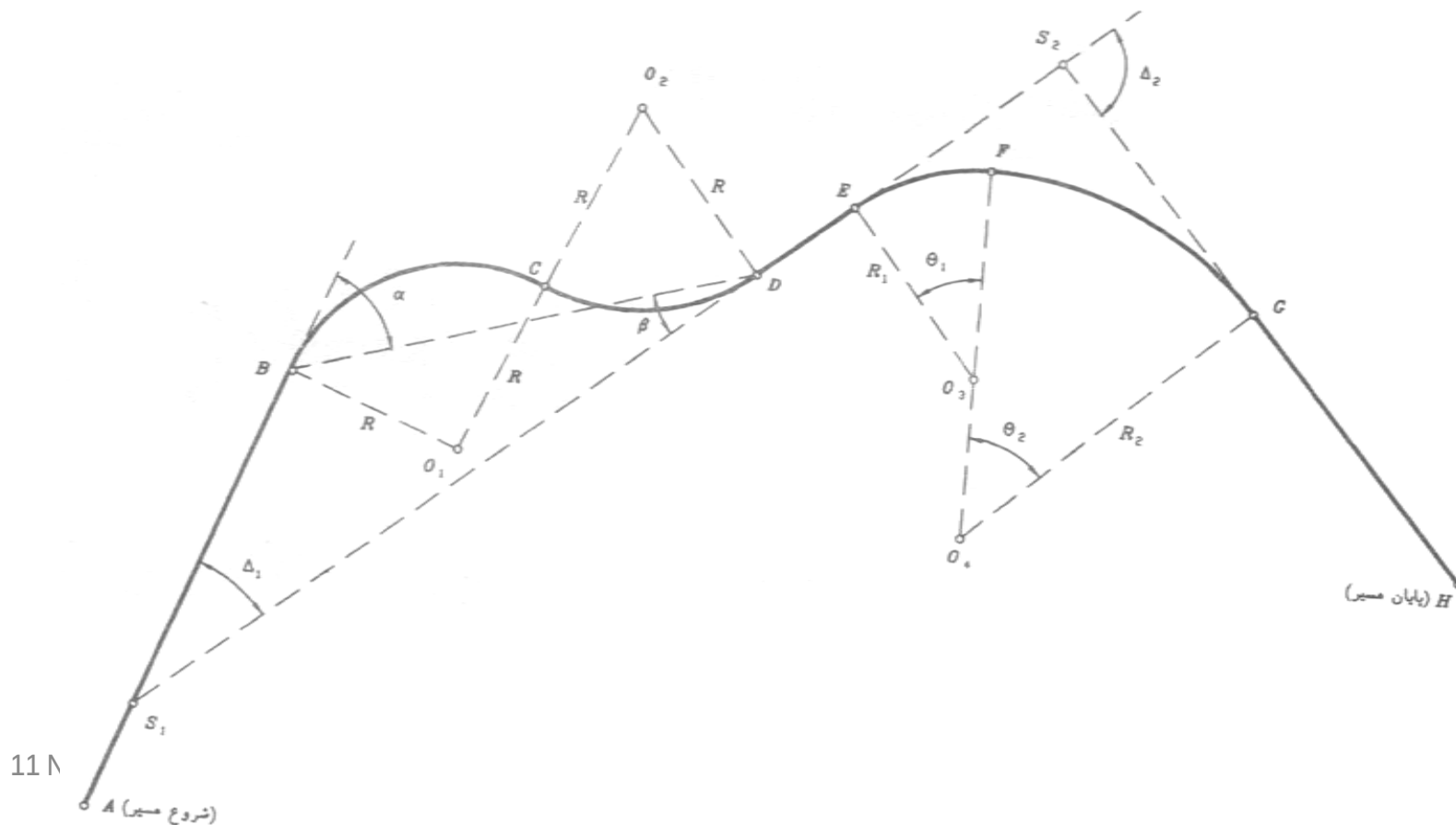
(الف) محاسبه زاویه انحراف کل (Δ)

(ب) محاسبه شعاع قوسهای دایره (R)

(پ) محاسبہ طول مماس T_1 (فاصلہ VT_1)

تمرینات مربوط به قوسهای دایره ای ساده - مرکب مستقیم و معکوس

۵-۱۱- در شکل ۵-۱۲ سه مسیر مستقیم AB ، $S_1 S_2$ و $S_2 H$ به وسیله یک قوس دایره معکوس و یک قوس دایره مرکب با مشخصات داده شده به یکدیگر مرتبط شده اند در صورتیکه کیلومتر از نقطه A صفر و فواصل AB ، DS_2 و $S_2 H$ مطابق مقادیر داده شده در صفحه بعد باشد، کیلومتر از نقطه پایان مسیر (H) و همچنین فاصله مستقیم $S_1 B$ و BD را بدست آورید.



$$\begin{array}{llll} \alpha = 50.3^g & AB = 7420.32_m & R_1 = 400_m & \theta_1 = 42^g \\ \beta = 28.5^g & DS_2 = 1874.20_m & R_2 = 600_m & \theta_2 = 67^g \\ R = 300_m & S_2H = 2940.76_m & & \end{array}$$

۱۲-۵- با توجه به معلومات ارائه شده در تمرین ۱۱-۵ مطلوب است:

(الف) تنظیم جدول پیاده کردن قوس دایره معکوس به روش مختصات قطبی، از نقطه C به طوریکه صفر صفر تئودولیت به نقطه B صورت گیرد (حداکثر طول قوس کوتاه 50 متر در نظر گرفته شود).

(ب) مقادیر لازم جهت پیاده کردن نقاط E، F و G نسبت به رأس قوس.

(پ) تنظیم جدول پیاده کردن قوس به روش مختصات دو قطبی (تقاطع) با استقرار دو تئودولیت در نقاط E و G و صفر صفر هر دو دوربین به رأس قوس (حداکثر طول قوس کوتاه 50 متر اختیار شود).

پایان جلسه